

基于大规模 MIMO 网络的低复杂度块对角化算法

束 锋^{1,2} 顾 晨¹ 徐 玲¹ 刘婷婷¹ 黄晓晖¹ 周 叶¹ 钱振宇¹ 崔玉菽¹

(1. 南京理工大学电子工程与光电技术学院, 南京, 210094; 2. 东南大学移动通信国家重点实验室, 南京, 210096)

摘 要: 在多用户 MIMO 系统下行链路中, 块对角化(Block diagonalization, BD)预编码算法的和速率性能要优于匹配滤波算法(Matched filter, MF)和迫零算法(Zero-forcing, ZF)。然而, 传统的 BD 算法利用矩阵分解来构造除当前用户的所有其他用户信道的零空间, 需要 $O(N^2)$ 浮点运算次数(Float point operations, FLOPs)。当基站的天线数 N 趋向于大规模时, BD 算法计算复杂度巨大。本文提出一种基于投影子方法构造其他用户合成信道的零空间的 BD 算法, 该算法仅需 $O(N)$ FLOPs。仿真表明: 同传统的 BD 算法相比, 本文所提出的低复杂度 BD 算法显著地降低了实现复杂度, 而和速率性能损失微小, 仍然优于 MF 和 ZF, 并且当 N 趋向于大规模时, 它的和速率性能趋向于传统的 BD 算法和 SVD 算法。

关键词: 大规模 MIMO; 预编码; 计算量; 块对角化; 低复杂度; 和速率

中图分类号: TN929.5 **文献标志码:** A

Low-Complexity Block Diagonalization Precoder for Massive MIMO Networks

Shu Feng^{1,2}, Gu Chen¹, Xu Ling¹, Liu Tingting¹, Huang Xiaohui¹, Zhou Ye¹, Qian Zhenyu¹, Cui Yudi¹

(1. School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, 210094, China; 2. National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing, 210096, China)

Abstract: In multi-user MIMO downlink with multi-antennas at user terminals, the block diagonalization (BD) precoder obtains a better sum-rate performance than matched filter (MF) and zero-forcing (ZF), thus becoming an attractive precoder. However, the conventional BD generates the null space for all channel matrices excluding the current user by using singular-value decomposition (SVD) and requires float point operations (FLOPs) of order $O(N^2)$. As the antennas number N at base station (BS) tends to be a large-scale one, computational complexity increases sharply on BS. Thus, a novel low-complexity implementation for BD with a complexity of order $O(N)$ FLOPs is proposed, where the null space of other users' channel matrices is constructed by a projection matrix. Simulation and analysis exhibit that the proposed low-complexity BD significantly reduce the complexity, compared with the conventional BD and regularized block diagonalization(RBD) at the cost of a slight sum-rate loss. The algorithm performs better than MF and ZF. Meanwhile, the sum-rate performance is similar to the conventional BD and SVD as N approaches a large scale number.

Key words: massive MIMO; precoder; computational amount; block diagonalization; low-complexity; sum-rate

引 言

过去几年中,大规模多输入多输出(Multi-input multi-output, MIMO)由于其极高的复用与分集增益和精细的角度分辨率而成为无线通信领域的一个最新研究热点^[1-4]。在传统的多用户 MIMO 系统中,一些经典的线性预编码算法例如匹配滤波(Matched filter, MF)、迫零(Zero forcing, ZF)^[5-6]、块对角化(Block diagonalization, BD)^[7]、最大化信泄噪比(Maximum signal-to-leakage-and-noise ratio, Max-SLNR)^[8]、特征值分解^[9]和最小均方误差(Minimum mean square error, MMSE)^[10-12]已经得到了广泛研究,这些预编码算法都可以方便地推广到大规模多用户 MIMO 系统中,然而当基站发射天线 N 趋向于大规模时,传统的预编码技术由于极高的复杂度而难以实际应用。因此,对于大规模 MIMO 系统来说,降低上述预编码算法的复杂度十分重要,有关这方面的主要研究集中在如何降低 ZF 算法的复杂度。文献[13]中,作者提出了一个基于大规模 MIMO 系统的复杂度降低的 ZF 算法。文献[14]将正交化迫零算法的矩阵求逆过程用截短多项式展开,减少其在大规模 MIMO 系统下矩阵求逆的计算量,并优化相应的系数以最大化信干噪比。文献[15]中提出了一个基于 Gauss-Seidel 方法的低复杂度 ZF 算法,该算法通过迭代算法代替矩阵求逆来实现传统的迫零算法。文献[16, 17]讨论了基于 SLNR 和 SINR (Signal-to-interference-and-noise ratio) 的高效功率分配方案,可以有效提高多用户 MIMO 系统的和速率性能。文献[18]推导了大规模 MIMO 系统下基于匹配滤波算法时用户端 SINR 的近似概率密度函数。考虑到用户多天线时 BD 预编码算法的性能优于 ZF 算法,本文提出了一个低复杂度 BD 算法的实现方式。

文中使用的符号定义如下:黑体大写字母、黑体小写字母及小写字母分别表示矩阵、向量和标量; $(\cdot)^H, (\cdot)^T$ 和 $\text{trace}(\cdot)$ 分别表示矩阵的共轭转置,转置和迹; \odot 表示矩阵点乘, \otimes 表示矩阵的克罗内克积。

1 系统模型

本文研究一个配置单基站和 K 个用户的大规模 MIMO 系统。基站配有 N 根天线,每用户配有 M 根天线。对于大规模 MIMO 系统, N 远大于 KM 。信道矩阵建模为 $\mathbf{H}=\mathbf{L}\odot\mathbf{G}$ 。其中, \mathbf{G} 是 $N\times KM$ 维独立复高斯随机矩阵,每个元素都服从 $CN(0,1)$ 分布; \mathbf{L} 是从基站到用户的 $N\times KM$ 维阴影衰落矩阵。假设基站到同一用户经历相同的阴影衰落,到不同用户经历不同的阴影衰落,那么阴影衰落矩阵 \mathbf{L} 可以建模为 $\mathbf{L}=\mathbf{B}\otimes\mathbf{I}_{M\times N}$, $\mathbf{B}=[B(i,1)]=[10^{C(i,1)/20}]$, $i\in\{1,2,\dots,K\}$,其中,矩阵 \mathbf{C} 中的元素 $C(i,1)$ 服从均值为 0,标准差为 σ 的正态分布。用户 k 的发射波束成形矩阵和接收波束成形矩阵分别定义为 \mathbf{R}_k 和 \mathbf{T}_k 。基站发送一个 M 维数据符号向量 \mathbf{s}_k 给用户 k 。在用户 k 的接收端,通过发射和接收波束成形的接收信号向量定义为

$$\mathbf{y}_k = \beta \mathbf{R}_k \mathbf{H}_k \mathbf{T}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{R}_k \mathbf{H}_k \sum_{k'=1, k' \neq k}^M \beta \mathbf{T}_{k'} \mathbf{s}_{k'} + \mathbf{R}_k \mathbf{n}_k \quad (1)$$

式中: \mathbf{n}_k 表示为均值为 0,方差为 σ_n^2 的白高斯噪声; β 是归一化参数,满足以下功率约束

$$\beta^2 E\{\text{trace}((\mathbf{T}\mathbf{s})^H \mathbf{T}\mathbf{s})\} = P \quad (2)$$

式中 P 是基站的发射功率约束。

根据 BD 算法的概念,要保证

$$\mathbf{H}_{k'} \mathbf{T}_k = \mathbf{0} \quad \forall k' \in S_{-k} = \{1, 2, 3, \dots, k-1, k+1, \dots, K\} \quad (3)$$

式(3)可简化为

$$\mathbf{H}_{-k} \mathbf{T}_k = \mathbf{0} \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{H}_{-k} = [\mathbf{H}_1^H, \dots, \mathbf{H}_{k-1}^H, \mathbf{H}_{k+1}^H, \dots, \mathbf{H}_K^H]^H \quad (5)$$

式(5)是除了用户 k 的其他所有用户的信道矩阵组成的大信道矩阵, 首先把用户 k 的预编码矩阵 \mathbf{T}_k 分解为下面 3 个矩阵的乘积

$$\mathbf{T}_k = \mathbf{P}_{-k} \mathbf{W}_k \mathbf{M}_k \quad (6)$$

式中: \mathbf{P}_{-k} 是 \mathbf{H}_{-k} 的零空间; \mathbf{W}_k 将 M 维数据符号向量映射到 $N-KM$ 维零空间; \mathbf{M}_k 联合接收波束成形 \mathbf{R}_k 将 M 维耦合空间子信道转化为 M 维独立并行子信道。

2 低复杂度 BD 方案

本节提出一个低复杂度块对角化方案。首先, 构造式(6)中的投影矩阵 \mathbf{P}_{-k}

$$\mathbf{P}_{-k} = (\mathbf{I}_N - \mathbf{H}_{-k}^H (\mathbf{H}_{-k} \mathbf{H}_{-k}^H)^{-1} \mathbf{H}_{-k}) \quad (7)$$

则 $\mathbf{H}_{-k} \mathbf{P}_{-k}$ 满足

$$\mathbf{H}_{-k} \mathbf{P}_{-k} = \mathbf{H}_{-k} (\mathbf{I}_N - \mathbf{H}_{-k}^H (\mathbf{H}_{-k} \mathbf{H}_{-k}^H)^{-1} \mathbf{H}_{-k}) = \mathbf{H}_{-k} - \mathbf{H}_{-k} \mathbf{H}_{-k}^H (\mathbf{H}_{-k} \mathbf{H}_{-k}^H)^{-1} \mathbf{H}_{-k} = \mathbf{0} \quad (8)$$

这意味着 \mathbf{P}_{-k} 是 \mathbf{H}_{-k} 零空间的投影。

第二步是设计 \mathbf{W}_k 。运用匹配滤波的概念, 定义

$$\mathbf{W}_k = (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{-k})^H \quad (9)$$

最后一步是设计 \mathbf{M}_k 。

$$\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{-k} \mathbf{W}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{-k} (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{-k})^H \quad (10)$$

根据 $\mathbf{P}_{-k} \mathbf{P}_{-k}^H = \mathbf{P}_{-k}$ 的性质可将式(10)简化为

$$\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{-k} \mathbf{W}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{-k} \mathbf{H}_k^H \quad (11)$$

对式(11)右边部分进行 SVD 分解可得到

$$\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{-k} \mathbf{W}_k = \mathbf{U}_k \mathbf{\Sigma}_k \mathbf{V}_k^H \quad (12)$$

可以将多路耦合空间子信道转化为 M 个独立并行子信道。通过上述分解, 定义

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{V}_k, \mathbf{R}_k = \mathbf{U}_k^H \quad (13)$$

根据式(1, 7, 12), 得到用户 k 的接受信号向量

$$\mathbf{y}_k = \beta \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{-k} \mathbf{H}_k^H \mathbf{V}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{U}_k^H \mathbf{n}_k = \beta \mathbf{\Sigma}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{U}_k^H \mathbf{n}_k \quad (14)$$

式中

$$\beta = \sqrt{\frac{P}{\text{trace}(\mathbf{T}^H \mathbf{T})}} \quad (15)$$

至此对低复杂度 BD 算法叙述完毕。由式(14)可以获得每用户平均和速率为

$$R_{\text{sum-rate}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \log_2 \left[\det \left[\mathbf{I}_M + \frac{\beta^2 \mathbf{H}_k \mathbf{T}_k \mathbf{T}_k^H \mathbf{H}_k^H}{\sum_{k'=1, k' \neq k}^K \beta^2 \mathbf{H}_k \mathbf{T}_{k'} \mathbf{T}_{k'}^H \mathbf{H}_k^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M} \right] \right] \quad (16)$$

根据上述方法, 本文设计两种方案来实现提出的低复杂度 BD 算法。

(1) 低复杂度 BD 算法实现方案 1

第(1)步: 计算 $\mathbf{A}_{-k} = (\mathbf{H}_{-k} \mathbf{H}_{-k}^H)^{-1}$;

第(2)步: 根据公式 $\mathbf{I}_N - (\mathbf{H}_{-k}^H \mathbf{A}_{-k}) \mathbf{H}_{-k}$ 得到式(7)中的投影矩阵 \mathbf{P}_{-k} ;

第(3)步: 将 \mathbf{H}_k 左乘 \mathbf{P}_{-k} , 再用 \mathbf{H}_k^H 右乘 \mathbf{P}_{-k} , 得到 $\mathbf{C}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{-k} \mathbf{H}_k^H$;

第(4)步: 对 \mathbf{C}_k 进行 SVD 分解, 由式(12, 13)可以得到波束成形矩阵 \mathbf{M}_k 和 \mathbf{R}_k ;

第(5)步: 根据式(15)得到归一化因子 β 。

(2) 低复杂度 BD 算法实现方案 2

第(1)步: 计算 $\mathbf{B}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H$;

第(2)步: 计算 $\mathbf{A}_{-k} = (\mathbf{H}_{-k}\mathbf{H}_{-k}^H)^{-1}$;

第(3)步: 根据 $\mathbf{H}_k - (\mathbf{B}_k\mathbf{A}_{-k})\mathbf{H}_{-k}$ 可得到 $\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{-k}$ 矩阵相乘的结果;

第(4)步: 将 \mathbf{H}_k^H 右乘 $\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{-k}$ 可得到 $\mathbf{C}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{P}_{-k}\mathbf{H}_k^H$;

第(5)步: 对 \mathbf{C}_k 进行 SVD 分解可以得到波束成形矩阵 \mathbf{M}_k 和 \mathbf{R}_k ;

第(6)步: 根据式(15)得到归一化因子 β 。

方案 1 和 2 所需的计算量分别表示为

$$CA_1 = K\{2KMN^2 + \{4[(K-1)M]^2 + 2M^2 + 1\}N + [(K-1)M]^3 + 17M^3\} \quad (17)$$

$$CA_2 = K\{N\{[2(K-1)M]^2 + (4K-2)M^2 + M\} + [(K-1)M]^3 + 2M[(K-1)M]^2 + 17M^3\} \quad (18)$$

在本文中 $CA^{[19]}$ 是计算量的简称。虽然方案 1 和 2 有着不同的复杂度, 但它们实现了同一种低复杂度 BD 预编码算法, 因此可以获得相同的和速率性能。

表 1 列出了本文提出的方案和现有的 BD 算法的复杂度比较。由表 1 可知, 固定 KM 时, 当 N 趋向于大规模, 本文提出的方案 1, RBD 算法和传统 BD 算法主导复杂度项运算量为 $O(N^2)$ 量级, 而方案 2 的主导复杂度项的运算量为 $O(N)$ 量级。因此, 本文提出的方案 2 相比于传统的 BD 和 RBD 算法明显降低了运算复杂度。

表 1 各算法复杂度比较

Table 1 Comparison of complexity of different algorithms

算法	复杂度(CMs)
BD ^[7]	$K\{4(K-1)MN^2 + 2M[N - (K-1)M]N + 13[(K-1)M]^3 + 4M[N - (K-1)M]^2 + 13M^3\}$
RBD ^[11]	$K\{[4KM + 2M + 2]N^2 + (2M^2 + 5)N + 13[(K-1)M]^3 + 2(K-1)M - \frac{2}{3} * M^3\}$
本文提出的方案 1	$K\{2KMN^2 + \{4[(K-1)M]^2 + 2M^2 + 1\}N + [(K-1)M]^3 + 17M^3\}$
本文提出的方案 2	$K\{N\{[2(K-1)M]^2 + (4K-2)M^2 + M\} + [(K-1)M]^3 + 2M[(K-1)M]^2 + 17M^3\}$

3 仿真结果与讨论

本文的仿真参数设置为: $K=8, M=4$, 阴影衰落的标准差为 3 dB。图 1 和图 2 分别给出了本文提出的方案和现有 BD 算法的复杂度随着基站天线 N 变化的曲线。从图中可以明显看出本文提出的两种方案的计算量要低于现有的 BD 算法。尤其是方案 2 的复杂度在 N 趋向于大规模时比传统的 BD 算法^[7]

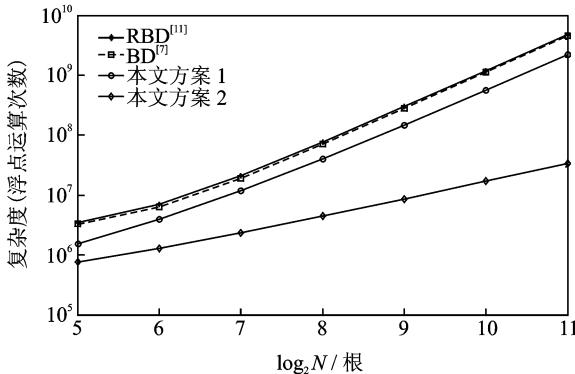


图 1 固定 $K=8, M=4$ 时, 各算法复杂度随着 N 变化的趋势图

Fig. 1 Curves of complexity versus N for fixed $K=8$ and $M=4$

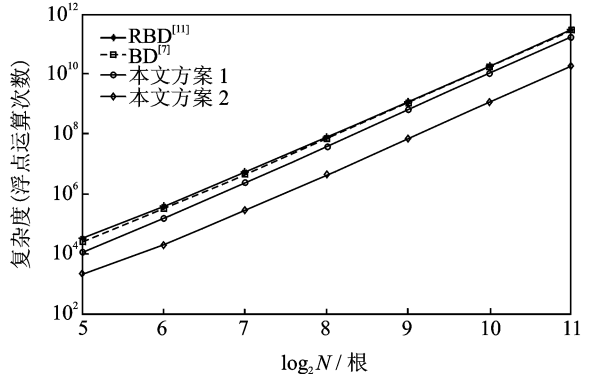


图 2 固定 $M=4$ 且 $N/(KM)=8$ 时, 各算法复杂度随着 N 变化的趋势图

Fig. 2 Curves of complexity versus N for fixed $M=4$ and $N/(KM)=8$

和 RBD 算法^[11]要低 2 个数量级。当 N 越大, 方案 2 的复杂度优势越显著。

图 3 给出了本文提出的方法以及 5 种典型的波束成形方法的和速率性能随信噪比变化曲线比较图 ($N=128, K=8, M=4$)。由图 3 可知, 本文提出的低复杂度 BD 算法的和速率性能和现有的 BD 和算法稍有损失; 同 ZF 算法相比, 在中高信噪比区间有着约 2 bits 的性能增益。

图 4 给出了在 $\text{SNR}=15$ dB 时, 固定用户数为 8, 每用户天线数为 4, 当基站发射天线数增加时, 本文提出的低复杂度 BD 算法可以快速收敛于传统 BD 和 RBD 算法。相对而言, MF 预编码算法就收敛的比较慢。当 $N > 2^9$ 时, 本文提出的低复杂度 BD 算法逼近于 SVD 算法, 传统的 BD 和 RBD 算法。

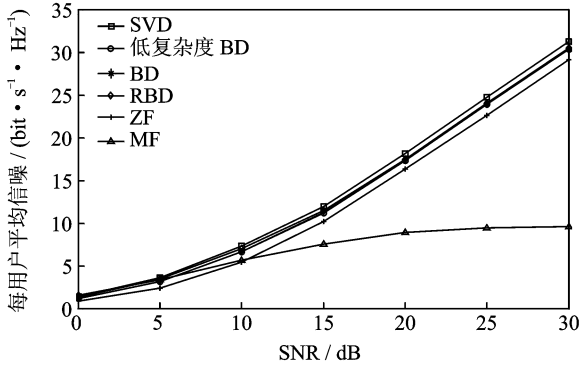


图 3 固定 $N=128, K=8, M=4$ 时, 和速率随着 SNR 的趋势图

Fig. 3 Curves of sum-rate versus SNR with $N=128, K=8, M=4$

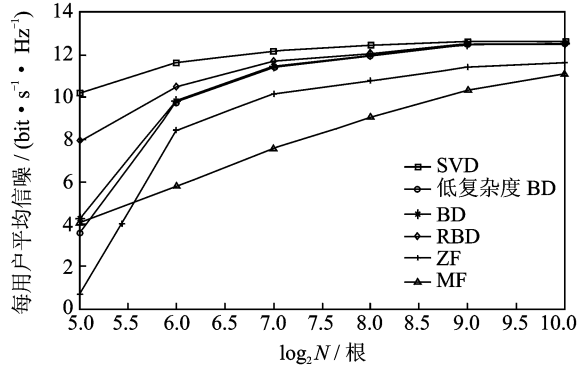


图 4 固定 $K=8, M=4, \text{SNR}=15$ dB 时, 和速率随着 N 变化的趋势图

Fig. 4 Curves of sum-rate versus N with $K=8, M=4, \text{SNR}=15$ dB

4 结束语

本文介绍了低复杂度 BD 预编码算法的实现方式, 设计了两种低复杂度的方案来减小 BD 算法的复杂度。本文提出的方案 2 的浮点运算为 $O(N)$ FLOPs, 明显低于基于 SVD 分解的 BD 算法和 RBD 算法。通过仿真分析表明, 当基站发射天线 N 趋向于大规模时, 本文提出的低复杂度 BD 算法的和速率性能接近那些传统的 BD 和 RBD 算法的性能, 同时显著降低了块对角化算法的运算复杂度, 从 $O(N^2)$ 平方次浮点运算次数降低至 $O(N)$ 线性次浮点运算次数, 更适合于实际的应用。

参考文献:

- [1] Rusek F, Persson D, Lau B K, et al. Scaling up MIMO: Opportunities and challenges with very large arrays[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, 30(1): 40-60.
- [2] Marzetta T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communication*, 2010, 9(11): 3590-3600.
- [3] Larsson E G, Tufvesson F, Edfors O, et al. Massive MIMO for next generation wireless systems[J]. *IEEE Communication Magazine*, 2014, 52(2): 186-195.
- [4] Hoydis J, Brin S T, Debbah M. Massive MIMO in the UL/DL of cellular networks: How many antennas do we need[J]. *IEEE Journal Selected Areas Communications*, 2013, 31(2): 160-171.
- [5] Spencer Q H, Swindlehurst A L, Haardt M. Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channels[J]. *IEEE Transactions Signal Processing*, 2004, 52(2): 461-471.
- [6] Wiesel A, Eldar Y C, Shamai S. Zero-forcing precoding and generalized inverses[J]. *IEEE Transactions Signal Processing*, 2008, 56(9): 4409-4418.
- [7] Choi L U, Murch R D. A transmit preprocessing technique for multiuser MIMO systems using a decomposition approach[J]. *IEEE Transactions Wireless Communication*, 2004, 3(1): 20-24.
- [8] Sadek M, Tarighat A, Sayed A H. A leakage-based precoding scheme for downlink multi-user MIMO channels[J]. *IEEE*

Transactions Wireless Communication, 2007,6(5):1711-1721.

- [9] Liu W, Yang L L, Hanzo L. SVD-assisted multiuser transmitter and multiuser detector design for MIMO systems[J]. IEEE Transactions Vehicle Technology, 2009,58(2):1016-1021.
- [10] Peel C B, Hochwald B M, Swindlehurst A L. A vector-perturbation technique for near-capacity multi-antenna multiuser communication-part I: Channel inversion and regularization[J]. IEEE Transactions Communication, 2005,53(1):195-202.
- [11] Stankovic V, Haardt M. Generalized design of multiuser MIMO precoding matrices[J]. IEEE Transactions Wireless Communication, 2008,7(3):953-961.
- [12] Sung H, Lee S R, Lee I. Generalized channel inversion methods for multiuser MIMO systems[J]. IEEE Transactions Communication, 2009,57(11):3489-3499.
- [13] Park C S, Byun Y S, Bokiye A M, et al. Complexity reduced zero-forcing beamforming in massive MIMO systems[C]//Information Theory and Applications Workshop. San Diego, CA: IEEE, 2014:1-5.
- [14] Kammoun A, Muller A, Bjornson E, et al. Linear precoding based on polynomial expansion: Large-scale multi-cell MIMO systems[J]. IEEE Journal Selected Topics in Signal Processing, 2014,8(5):861-875.
- [15] Dai L L, Gao X Y, Han S F, et al. Near-optimal linear precoding with low complexity for massive MIMO[J]. IEEE Journal Information Theory, 2014. arXiv preprint arXiv:1411.4141.
- [16] Shu F, W M M, W Y X, et al. An efficient power allocation scheme for leakage-based precoding in multi-cell multiuser MIMO downlink[J]. IEEE Communications Letters, 2011,15(10):1053-1055.
- [17] Shu F, Wang M, Liu T T. Leakage-based precoding with power allocation for multicellular multiuser MIMO downlink[J]. Electronics Letters, 2010,46(24):1629-1630.
- [18] 束锋,李隽,顾晨,等.基于 MF 预编码的大规模 MIMO 网络 SINR 概率密度分析[J]. 数据采集与处理,2015,30(3):496-503.
Shu Feng, Li Jun, Gu Chen, et al. Probability density analysis of SINR in massive MIMO downlink using matched filter beamformer[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2015,30(3):496-503.
- [19] Golub G H, Loan C F V. Matrix computations[M]. 3rd ed. Oxford: The Johns Hopkins University Press, 2008:270-274.

作者简介:



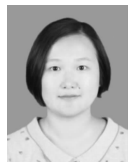
束锋(1973-),男,博士,研究员,博士生导师,研究方向:无线通信与移动网络、雷达信号处理以及无线定位,E-mail:Shufeng@mail.njust.cn.



顾晨(1991-),男,硕士研究生,研究方向:无线通信系统中的大规模 MIMO 技术。



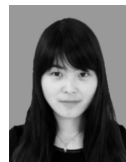
徐玲(1994-),女,本科,研究方向:大规模中继技术。



刘婷婷(1982-)女,讲师,研究方向:无线通信、智能信号处理。



黄晓晖(1991-),男,硕士研究生,研究方向:协作中继技术。



周叶(1991-),女,硕士研究生,研究方向:全双工中继技术。



钱振宇(1990-),男,硕士研究生,研究方向:双向中继技术。



崔玉荻(1992-),女,硕士研究生,研究方向:全双工中继技术。

