

# 期望信号大动态下的稳健波束合成算法

曾浩<sup>1,2</sup> 赵静<sup>1</sup> 何海丹<sup>2</sup> 张云<sup>2</sup>

(1. 重庆大学通信工程学院, 重庆, 400044; 2. 西南电子技术研究所, 成都, 610036)

**摘要:** 基于期望信号波达方向信息的自适应波束合成算法对角度误差非常敏感, 特别是在期望信号功率较大情况下, 产生“自零陷”而导致算法失效。基于恒模特性的盲自适应波束合成在干扰信号功率大于期望信号功率时, 算法也会把期望信号抑制以捕获干扰信号。在期望信号波达方向信息已知情况下, 采用最小二乘恒模自适应波束合成算法, 可以克服上述问题, 使得期望信号在大动态时也能正常实现对干扰信号的抑制。本文阐述了算法实现步骤, 并通过线阵模型进行仿真验证, 证明算法的正确性。

**关键词:** 波束合成; 恒模; 波达方向; 大动态

**中图分类号:** TN975      **文献标志码:** A

## Robust Beamforming Algorithm in Large Dynamic Range of Desired Signal

Zeng Hao<sup>1,2</sup>, Zhao Jing<sup>1</sup>, He Haidan<sup>2</sup>, Zhang Yun<sup>2</sup>

(1. College of Communications Engineering, Chongqing University, Chongqing, 400044, China; 2. Southwest China Institute of Electronic Technology, Chengdu, 610036, China)

**Abstract:** The performance of the adaptive beamforming is vulnerable to the DOA mismatch, especially in the case that the power of the desired signal is large enough compared with the interference. This phenomenon is called “self-nulling”. In addition, the desired signal is mitigated and the beamformer catches the interference whose power is larger when the blind beamforming algorithm is employed based on the constant module property. A new beamforming algorithm is presented so that beamformer could work well even if the dynamic range of the interest signal is considerably large. In the new deployment, the DOA information and constant module property of the desired signal are both used. The implementation of the proposed algorithm is presented and the array gain is analyzed. Simulation results show that the main lobe of the array antenna is steered to the desired signal and the interferences are suppressed in the the assumed condition.

**Key words:** beamforming; constant module; direction of arrival(DOA); large dynamic range

## 引 言

对于干扰信号和期望信号具有不同来向的无线通信, 采用自适应阵列天线是从空域角度抑制干扰的有效手段, 在通信、雷达、声呐等电子对抗中具有广泛的应用, 而波束合成是自适应阵列天线的核心技

术<sup>[1-2]</sup>。基于期望信号波达方向 (Direction of arrival, DOA) 的最小方差无畸变响应 (Minimum variance distortion response, MVDR) 波束合成器和基于信号恒模特性的波束合成器是两种基本波束合成方法, 但两种方法都不能满足期望信号大动态的应用条件。这是因为 MVDR 在期望信号功率较大情况下, 即使很小的 DOA 误差, 也会导致对期望信号的抑制, 形成“自零陷”现象<sup>[3]</sup>。而恒模波束合成在干扰信号也满足恒模特性时, 如果期望信号功率较小, 算法也会把期望信号进行抑制而捕获大功率的干扰信号<sup>[4]</sup>。对角加载是早期克服 DOA 误差的稳健波束合成方法, 但该算法的负载加载量很难确定<sup>[5]</sup>。凸集优化在近年稳健波束合成中被深入研究, 但其实现过程非常复杂<sup>[6-7]</sup>。在通信和雷达等应用中, 期望信号 DOA 获得并不困难, 所以, 可以把该信息同期望信号的恒模特性相结合, 解决大动态情况下的稳健波束合成问题。

## 1 自适应阵列天线模型

自适应阵列天线包括了天线阵面、射频前端、信号采样和信号处理模块<sup>[8]</sup>, 其结构框图如图 1 所示。

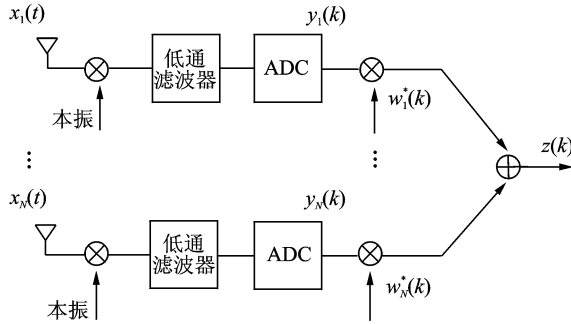


图 1 自适应阵列天线结构

Fig. 1 Structure of adaptive antenna array

天线阵列接收到的模拟射频信号  $\mathbf{x}(t)$  在射频前端与本振信号混频, 得到模拟的中频信号。利用奈奎斯特采样定理对模拟中频信号采样, 得到数字中频信号, 不妨设经 ADC 采样后的数字中频信号为  $\mathbf{y}(k)$ , 根据需要, 选择相应的自适应滤波算法得到权矢量  $\mathbf{w}(k)$ , 用权矢量  $\mathbf{w}(k)$  对各阵元接收到的信号进行加权求和来获得期望信号。

假设有  $N$  根天线, 阵元间距为  $l$ , 采样快拍数为  $K$ 。中频采样后期望信号为  $s_0(k)$ , 其 DOA 为  $\theta_0$ , 同时, 存在  $I$  个同频干扰  $s_i(k)$ , 其对应 DOA 分别为  $\theta_i$ , 其中  $i=1, 2, \dots, I$ , 则 ADC 采样后阵列接收到的信号表示为

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) = \mathbf{v}(\theta_0) s_0(k) + \sum_{i=1}^I \mathbf{v}(\theta_i) s_i(k) + \mathbf{n}(k) = \sum_{i=0}^I \mathbf{v}(\theta_i) s_i(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1)$$

式中:  $k$  为采样快拍序号,  $\mathbf{A}$  为期望信号和各个干扰信号的方向矢量  $\mathbf{v}(\theta_i)$  组成的  $N \times (I+1)$  维的流型矩阵

$$\mathbf{A} = [\mathbf{v}(\theta_0) \quad \cdots \quad \mathbf{v}(\theta_i) \quad \cdots \quad \mathbf{v}(\theta_I)] \quad (2)$$

$\mathbf{s}(k)$  为期望信号和干扰信号组成的  $(I+1) \times 1$  维的矢量快拍

$$\mathbf{s}(k) = [s_0(k) \quad \cdots \quad s_i(k) \quad \cdots \quad s_I(k)]^T \quad (3)$$

式中:  $T$  表示转置,  $\mathbf{n}(k)$  为  $N \times 1$  维加性高斯白噪声。

根据不同应用环境, 如雷达、卫星通信、移动通信等环境, 选择适当的盲或非盲自适应滤波算法产生权矢量  $\mathbf{w}(k)$ , 自适应地调整天线方向图的主瓣和零陷, 使得天线方向图的主瓣对准期望信号, 零陷对准

干扰信号。各阵元接收信号  $\mathbf{y}(k)$  经权矢量  $\mathbf{w}(k)$  加权求和得到信号  $z(k)$

$$z(k) = \mathbf{w}^H(k) \mathbf{y}(k) \quad (4)$$

式中  $H$  表示共轭转置。

## 2 稳健波束合成算法

### 2.1 基于 DOA 信息的最小二乘恒模算法

最小二乘恒模算法(Least square constant modules algorithm, LSCMA)是利用非线性最小二乘即高斯法来推广设计的恒模算法,令代价函数为

$$F(\mathbf{w}) = \sum_{k=1}^K ||z(k) - |\alpha||^2 \quad (5)$$

式中:  $\alpha$  为阵列输出端期望信号的幅值。由于发射信号具有恒定的包络,设阵列输出端期望信号的幅值为 1,则代价函数变为

$$F(\mathbf{w}) = \sum_{k=1}^K ||z(k) - 1|^2 = \sum_{k=1}^K |g_k(\mathbf{w})|^2 = g(\mathbf{w})^2 \quad (6)$$

式中:  $|g_k(\mathbf{w})|$  为第  $k$  个信号的非线性函数。代价函数具有部分 Taylor 级数展开的平方和形式

$$F(\mathbf{w} + \mathbf{d}) = g(\mathbf{w}) + \mathbf{D}^H(\mathbf{w}) \mathbf{d}^2 \quad (7)$$

式中  $\mathbf{d}$  称为偏差向量,且

$$\mathbf{D}(\mathbf{w}) = [\nabla(g_1(\mathbf{w})) \quad \nabla(g_2(\mathbf{w})) \quad \cdots \quad \nabla(g_K(\mathbf{w}))] \quad (8)$$

代价函数  $F(\mathbf{w} + \mathbf{d})$  相对于偏差向量  $\mathbf{d}$  的梯度向量为

$$\begin{aligned} \nabla_d(F(\mathbf{w} + \mathbf{d})) &= 2 \frac{\partial F(\mathbf{w} + \mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}^*} = 2 \frac{\partial \{[\mathbf{g}(\mathbf{w}) + \mathbf{D}^H(\mathbf{w}) \mathbf{d}]^H [\mathbf{g}(\mathbf{w}) + \mathbf{D}^H(\mathbf{w}) \mathbf{d}]\}}{\partial \mathbf{d}^*} = \\ &= 2 [\mathbf{D}(\mathbf{w}) \mathbf{g}(\mathbf{w}) + \mathbf{D}(\mathbf{w}) \mathbf{D}^H(\mathbf{w}) \mathbf{d}] \end{aligned} \quad (9)$$

式中:符号“ $*$ ”表示取共轭。令  $\nabla_d(F(\mathbf{w} + \mathbf{d}))$  等于零,则可求出使代价函数  $F(\mathbf{w} + \mathbf{d})$  最小的偏差向量为

$$\mathbf{d} = -[\mathbf{D}(\mathbf{w}) \mathbf{D}^H(\mathbf{w})]^{-1} \mathbf{D}(\mathbf{w}) \mathbf{g}(\mathbf{w}) \quad (10)$$

将偏差向量  $\mathbf{d}$  与权向量  $\mathbf{w}(k)$  相加,即可得到使代价函数最小的新的权矢量  $\mathbf{w}(k+1)$ ,即

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(k+1) &= \mathbf{w}(k) - (\mathbf{D}(\mathbf{w}(k)) \mathbf{D}^H(\mathbf{w}(k)))^{-1} \mathbf{D}(\mathbf{w}(k)) \mathbf{g}(\mathbf{w}(k)) = \\ &= \mathbf{w}(k) - (\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H)^{-1} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^H \mathbf{w}(k) - (\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H)^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{r}^*(k) = (\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H)^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{r}^*(k) \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$\mathbf{Y} = [y(1) \quad y(2) \quad \cdots \quad y(K)] \quad (12)$$

$\mathbf{r}(k)$  代表对  $z$  的硬限幅运算

$$\mathbf{z} = [\mathbf{w}^H(k) \mathbf{Y}]^T \quad (13)$$

$$\mathbf{r}(k) = \left[ \frac{z(1)}{|z(1)|} \quad \frac{z(2)}{|z(2)|} \quad \cdots \quad \frac{z(K)}{|z(K)|} \right]^T \quad (14)$$

最小二乘恒模算法无需步长因子,收敛速度快,稳健性强。由于最小二乘恒模算法根据信号的恒模特性捕获信号,代价函数里将阵列输出端期望信号的幅值设为 1,当同频干扰信号也为恒模信号且干扰信号的功率比期望信号功率大时,算法容易收敛到局部极小值点,而捕获干扰信号。

恒模算法对权矢量的初始值十分敏感,不恰当的初始化会导致恒模算法收敛到局部极小值点。本文将期望信号所对应的方向矢量  $\mathbf{v}_0$  作为权值的初始值,增大了天线在期望信号波达方向上的增益,这样该算法就能收敛到期望信号而准确捕获到期望信号。

该算法具体步骤如下:

(1) 初始化  $\mathbf{w}(0) = \mathbf{v}_0, k = 0$ 。

(2) 迭代更新  $k = k + 1$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= [\mathbf{w}^H(k) \mathbf{Y}]^T \\ \mathbf{r}(k) &= \left[ \frac{z(1)}{|z(1)|} \quad \frac{z(2)}{|z(2)|} \quad \cdots \quad \frac{z(K)}{|z(K)|} \right]^T \\ \mathbf{w}(k+1) &= (\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H)^{-1} \mathbf{Y}\mathbf{r}^*(k) \end{aligned}$$

(3) 取收敛后的权矢量  $\mathbf{w}(K)$  进行波束合成。

## 2.2 算法性能分析

波束合成算法的主要性能为阵列的方向图和增益。方向图表征天线电磁场及能量空间分布的一个性能参数,阵列方向图表示为

$$B(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{v}(\theta) \quad (15)$$

阵列增益是衡量阵列信干噪比 SINR 性能的主要参数,其定义为阵列输出信干噪比  $\text{SINR}_{\text{out}}$  与输入信干噪比  $\text{SINR}_{\text{in}}$  之比

$$G = \frac{\text{SINR}_{\text{out}}}{\text{SINR}_{\text{in}}} \quad (16)$$

算法对于干扰信号的抑制与多个因素有关。接收信号的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_y = E[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H] \quad (17)$$

根据接收数据模型式(1),代入式(17),有

$$\mathbf{R}_y = E[s_0 s_0^*] \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0^H + \sum_{i=1}^I E[s_i s_i^*] \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + E[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] + E\left[s_0 \mathbf{v}_0 \left(\sum_{i=1}^I s_i^* \mathbf{v}_i^H + \mathbf{n}\right)^H\right] = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_i + \mathbf{R}_n + \mathbf{R}_{\text{mix}} \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{R}_s, \mathbf{R}_i$  和  $\mathbf{R}_n$  分别表示期望信号、干扰信号和噪声信号的协方差。而第 4 项

$$\mathbf{R}_{\text{mix}} = E\left[s_0 \mathbf{v}_0 \left(\sum_{i=1}^I s_i^* \mathbf{v}_i^H + \mathbf{n}\right)^H\right] \quad (19)$$

表示了期望信号与干扰信号和噪声信号的空间相关性。根据文献[9,10]的分析,该空间相关性是影响阵列增益的主要原因。由于在实际的波束合成实现中,采用有限快拍进行迭代计算,同时,阵列存在幅相误差,所以阵列增益决定于空间相关性、阵元个数、快拍数等多个参数。从而,输出  $\text{SINR}_{\text{out}}$  的最优值与实际值分别为

$$\text{SINR}_{\text{out,opt}} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H (\mathbf{R}_i + \mathbf{R}_n) \mathbf{w}} \quad (20)$$

$$\text{SINR}_{\text{out}} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H (\mathbf{R}_i + \mathbf{R}_n + \mathbf{R}_{\text{mix}}) \mathbf{w}} \quad (21)$$

## 3 仿真分析

采用均匀线阵,假设有 10 个阵元,阵元间距  $l$  为半波长,期望信号与干扰信号均为 QPSK 调制信号,期望信号功率 SNR 为 10 dB,干扰信号功率 INR 为 30 dB,期望信号入射角度  $\theta_0$  为  $30^\circ$ ,干扰信号入射角  $\theta_1$  为  $-45^\circ$ ,期望信号估计角  $\hat{\theta}_0$  为  $30^\circ$ ,即不存在角度偏差时,分别采用本文算法和传统的 LSCMA 算法进行仿真,结果如图 2 所示。

图 2 中本文算法下天线方向图的主瓣对准期望信号波达方向  $30^\circ$ ,并在干扰波达方向  $45^\circ$  产生零陷。而 LSCMA 算法下天线方向图主瓣对准干扰信号波达方向  $45^\circ$ ,在期望信号波达方向  $30^\circ$  产生零陷,产生干扰捕获现象。可见,干扰信号功率大于期望信号功率情况下,本文算法仍能捕获到期望信号,抑制干

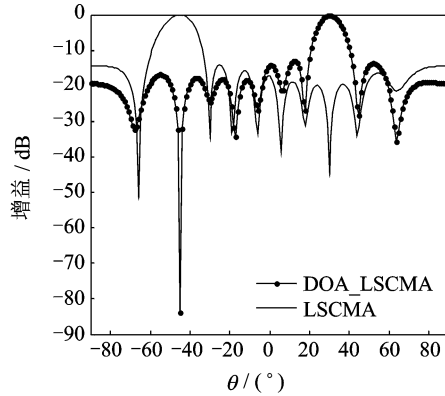


图2 干扰信号功率大于期望信号功率情况下方向图

Fig. 2 Beam pattern when SNR greater than INR

扰信号,解决了传统恒模算法存在的干扰捕获问题。

采用均匀线阵,假设有10个阵元,阵元间距 $l$ 为半波长,期望信号和干扰信号均为QPSK调制信号,期望信号功率SNR为50 dB,干扰信号功率INR为20 dB,期望信号入射角度 $\theta_0$ 为 $30^\circ$ ,干扰信号入射角 $\theta_1$ 为 $-60^\circ$ ,期望信号估计角 $\hat{\theta}_0$ 为 $30.5^\circ$ ,即存在 $0.5^\circ$ 的角度偏差情况下,分别用传统的Frost LMS算法和本文算法进行仿真,仿真结果如图3所示。

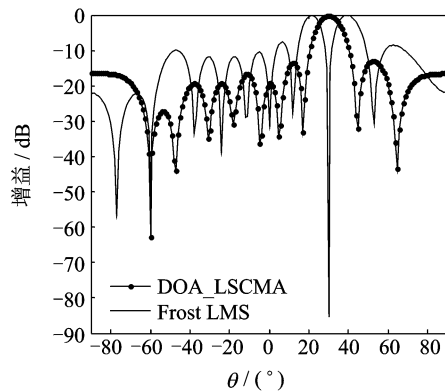


图3 两种自适应滤波算法下的方向图

Fig. 3 Beam pattern between two different adaptive filter algorithm

图3采用Frost LMS算法的方向图在期望信号的波达方向 $30^\circ$ 产生了自零陷,而采用本文算法天线方向的主瓣指向了期望信号的波达方向 $30^\circ$ ,并在干扰信号的波达方向 $-60^\circ$ 产生零陷。可见当期望信号功率比干扰大很多且期望信号角度估计存在误差情况下,传统Frost LMS算法产生自零陷,不能够捕获到期望信号,稳健性差。而本文算法稳健性强,能有效捕获期望信号并抑制干扰信号。

除了观察方向图,新算法性能也能从阵列增益进行考察。若干扰信号为0 dB,期望信号功率在 $-5$  dB到 $50$  dB之间变化,即信干噪比在 $-8.01$  dB到 $46.99$  dB之间变化,期望信号实际角度与估计角度存在 $0.1^\circ$ 的角度偏差,其他仿真条件跟图3一样,分别采用本文DOA\_LSCMA算法、LSCMA算法以及Frost LMS算法进行仿真并与理想情况下比较,进行100次蒙特卡洛实验,输出信干噪比 $SINR_{out}$ 同

输入信干噪比  $\text{SINR}_m$  之间的关系如图 4 所示。

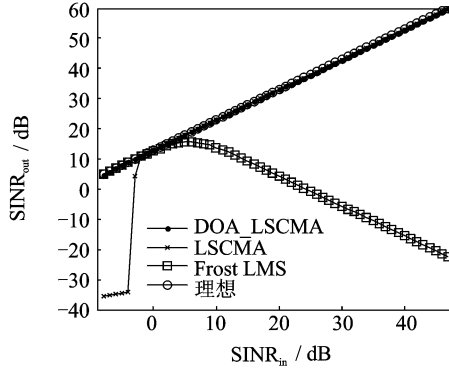


图 4 输入信干噪比与输出信干噪比关系

Fig. 4 Relationship between  $\text{SINR}_m$  and  $\text{SINR}_{out}$

由图 4 知,本文算法无论在期望信号是小功率还是大功率的动态下,都能获得稳定的阵列增益,即输出 SINR 与输入 SINR 成固定比例。而 LSCMA 算法由于在期望信号功率比干扰信号功率小时(此时即  $\text{SINR}_m$  小于  $-3.01$  dB 时),捕获了干扰信号,因此  $\text{SINR}_{out}$  很小;当期望信号功率等于干扰信号功率时(此时即  $\text{SINR}_m$  等于  $3.01$  dB 时),捕获期望信号和干扰信号具有一定的随机性, $\text{SINR}_{out}$  相比于期望信号比干扰信号功率小时有所提高;当期望信号功率比干扰功率大时(此时即  $\text{SINR}_m$  大于  $3.01$  dB),LSCMA 与本文算法效果相同。在期望信号大功率情况下,本文算法以及 LSCMA 算法的  $\text{SINR}_{out}$  都比理想情况下略低。Frost LMS 算法在信号功率比较低的情况下,没有出现“自零陷”现象,能正确地捕获期望信号,但随着期望信号功率的增加,Frost LMS 算法出现“自零陷”现象,因此,Frost LMS 算法下  $\text{SINR}_{out}$  出现先上升后下降的趋势。

## 4 结束语

将期望信号的方向矢量作为传统的最小二乘恒模算法的初始值,能够克服传统的最小二乘恒模算法在干扰功率比期望信号功率大时出现的干扰捕获的问题。同时,在期望信号角度估计有误差时,也能正确地捕获到期望信号,抑制干扰信号,从而克服了“自零陷”问题。本文算法不仅可以用于均匀线阵,对于二维阵列同样适用。

## 参考文献:

- [1] Pinsky M. Application of a simple adaptive estimator for an atmospheric Doppler radar[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(1):115-127.
- [2] 叶中付,徐东阳,曹圣红. 宽线性波束形成技术综述[J]. *数据采集与处理*, 2014, 29(3):333-340.  
Ye Zhoufu, Xu Dongyang, Cao Shenghong. Review for widely linear beamforming technique[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2014, 29(3):333-340.
- [3] Jing W, Amin M G. GPS interference cancellation performance in single and multiple MVDR beam-forming methods[C]// Fortieth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Pacific Grove, CA:IEEE, 2006; 2300-2304.
- [4] Xin S, Jinkuan W, Yinghua H. Robust LSCMA under quadratic constraint[C]// 2010 IEEE International Conference on Automation and Logistics (ICAL). [S. l.]:IEEE, 2010:464-467.
- [5] 金伟,贾维敏,姚敏立. 迭代对角加载采样矩阵逆鲁棒自适应波束形成[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(5):1120-1125.  
Jin Wei, Jia Weimin, Yao Minli. Iterative diagonally loaded sample matrix inverse robust adaptive beamforming[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(5):1120-1125.

- [6] Quan L Z, Wei Y. An introduction to convex optimization for communications and signal processing [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006, 24(8): 1426-1438.
- [7] 张雷. 稳健自适应波束合成的关键技术研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2010.  
Zhang Lei. Research on the key technology of robust adaptive beamforming[D]. Chongqing: Chongqing University, 2010.
- [8] 张贤达, 保铮. 通信信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.  
Zhang Xianda, Bao Zheng. Communication signal processing[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2000.
- [9] Wax M, Anu Y. Performance analysis of the minimum variance beamformer[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(4): 928-937
- [10] Wax M, Anu Y. Performance analysis of the minimum variance beamformer in the presence of steering vector errors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(4): 938-947.

## 作者简介:



曾浩(1977-), 男, 博士, 副教授, 研究方向: 自适应阵列天线, 软件无线电技术研究, E-mail: haoz@cqu.edu.cn。



赵静(1988-), 女, 硕士研究生, 研究方向: 阵列信号处理研究。



何海丹(1970-), 男, 研究员, 研究方向: 天线、射频部件设计和相关理论。



张云(1975-), 男, 高级工程师, 研究方向: 飞行器 CNI 系统设计, 天线设计。