

文章编号:1004-9037(2014)05-0735-08

空间色噪声环境下双基地 MIMO 雷达多目标角度估计 和互耦自校正

徐旭宇 牛朝阳 李小波 周青松 许新琨

(合肥电子工程学院,合肥,230037)

摘要:提出了在空间色噪声环境下双基地 MIMO 雷达多目标角度估计和互耦自校正的算法。利用四阶累积量能抑制空间色噪声的特性,对数据进行预处理。通过互耦系数矩阵的 Toeplitz 特性和 ESPRIT 算法思想,分别提取出发射端和接收端的旋转不变因子,并且实现了发射角和接收角的自动配对。最后利用估计出来的发射角和接收角,采用拉格朗日乘数法实现了互耦系数的自校正。仿真结果证明了本文算法的有效性。

关键词:双基地 MIMO 雷达;多目标角度估计;ESPRIT;互耦自校正;四阶累积量

中图分类号:TN958

文献标志码:A

Multi-Target Angle Estimation and Mutual Coupling Self-Calibration of Bistatic MIMO Radar in Spatial Colored Noise

Xu Xuyu, Niu Chaoyang, Li Xiaobo, Zhou Qingsong, Xu Xinkun

(Hefei Electronic Engineering Institute, Hefei, 230037, China)

Abstract: A novel method for multi-target angle estimation and mutual coupling self-calibration of bistatic multiple-input multiple-output (MIMO) radar in spatial colored noise is presented. The receiving data are preprocessed by the fourth-order cumulants, which can suppress the spatial colored noise. The rotation invariant matrices of the transmit arrays and receive arrays are exploited by using the character of Toeplitz matrix and the ESPRIT method. Further, the transmit and receive angles can be estimated without pairing algorithm. Moreover, mutual coupling self-calibration is realized by using the estimated transmit and receive angles and the method of Lagrange multipliers. The effectiveness of the proposed method is verified with computer simulation.

Key words: bistatic MIMO radar; multi-target angle estimation; ESPRIT; mutual coupling self-calibration; fourth-order cumulants

引 言

近年来,多输入多输出(Multiple-input multiple-output, MIMO)雷达作为一种新的雷达体制受到人们的广泛关注。MIMO 雷达按其收发阵元的配置方式可分为统计 MIMO 雷达^[1-2]和单(双)基地 MIMO 雷达^[3-5]。统计 MIMO 雷达采用空间分集配置方式,即空间稀布阵。其收发阵元间距大,充分利用空域信息克服目标的闪烁效应,获得

空间分集增益,提高闪烁目标的检测性能;而单(双)基地 MIMO 雷达采用相干配置方式,其阵列配置方式与传统阵列类似。但它利用波形分集形成虚拟孔径,提高雷达的角度估计精度与系统最大可检测目标的数量。单(双)基地 MIMO 雷达系统利用多个发射天线同时发射多个不相关或正交的信号,多个接收天线同时接收信号。由于每个接收天线都经过一个匹配滤波器组,接收端输出信号的孔径得到了扩展。与传统的相控阵雷达相比,MI-MO 雷达在目标检测、参数估计精度、杂波抑制等

方面具有显著优势^[1-5]。

文献[6]利用传播因子算法,实现了在低快拍时对目标的收发角的估计,并且不需要特征值分解,但是其参数估计的精度并不高。文献[7]基于平滑 l^0 范数的基础上对算法进行改进,提出了混合 $l^{2,0}$ 范数算法联合估计目标的波达方向(Direction of arrival, DOA)和波离方向(Direction of departure, DOD),但是混合 $l^{2,0}$ 范数算法在低信噪比(Signal to noise ratio, SNR)时的表现不容乐观。文献[8]考虑的是噪声背景为空间色噪声情形下,利用相邻时刻匹配滤波器输出的互相关矩阵构造新矩阵,消除了空间色噪声的影响,然后将相邻时刻匹配滤波器输出的时间相位差作为时间旋转因子,采用 ESPRIT 方法联合估计 DOA 与 DOD。文献[9]是文献[8]的改进,在发射域接收阵列不满足平移不变结构的情形下也适用于 ESPRIT 算法。然而,在实际情形中,天线之间存在互耦效应,而且当阵元之间的间距较小时,互耦效应必须考虑。文献[10]通过 ESPRIT 算法中子阵的选取将目标二维方位角估计与互耦参数估计相“去耦”,估计出目标的 DOD 和 DOA,但是文献[10]的算法存在孔径损失,故其精度并不高。文献[11]考虑的是存在互耦效应的情形下,利用 Kronecker 积的性质,把发射和接收端的互耦系数与发射和接收端的方向矢量分离,采用多信号分类(Multiple signal classification, MUSIC)算法估计出目标的收发角与互耦系数,但是当互耦自由度较大时,文献[11]算法的性能较差,而且存在相位模糊^[12]。以上这些文献要么考虑的是空间色噪声背景下的 DOD 和 DOA 联合估计问题,要么考虑的是存在互耦效应时 DOD 和 DOA 联合估计和互耦自校正问题,目前很少有文献将两者结合起来考虑。因此,本文研究的是空间色噪声环境下双基地 MIMO 雷达多目标角度估计和互耦自校正。

1 信号模型

如图 1 所示,双基地 MIMO 雷达系统的发射和接收端均是均匀线阵(Uniform linear array, ULA)配置,发射阵列与接收阵列分别由 M_t 与 M_r 个阵元组成,且发射端与接收端阵元之间的间距分别为 d_t 与 d_r 。为讨论方便,假设 $d_t = d_r = \lambda/2$ (λ 为波长)。发射阵列与接收阵列之间的基线距离为 D ,且 $D \geq \lambda$ 。在已知的同一距离分辨单元上存在 P 个相互独立的目标,第 p 个目标的发射角与接收角分别记为 θ_{tp} 与 θ_{rp} ,其中 $-\pi/2 \leq \theta_{tp}, \theta_{rp} \leq \pi/2$ 。

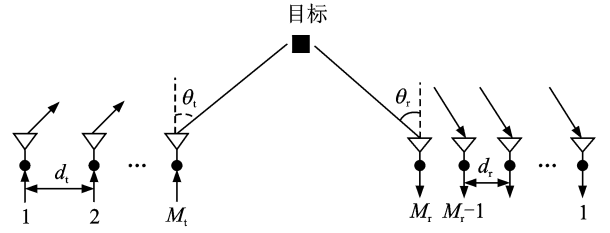


图 1 双基地 MIMO 雷达系统结构示意图
Fig. 1 Illustration of bistatic MIMO radar

假设发射阵列同时发射 M_t 个窄带正交波形,第 j 个发射阵元发射的信号为 $s_j = [s_j(1), s_j(2), \dots, s_j(L)]^T, j = 1, 2, \dots, M_t$,其中 $(\cdot)^T$ 表示矩阵或向量的转置, L 为一个脉冲周期内的子脉冲数(或称子码数),每个发射信号的能量为单位 1。由发射信号间的相互正交性,可得

$$s_i^H s_j = \begin{cases} 1 & i = j = 1, \dots, M_t \\ 0 & i \neq j = 1, \dots, M_t \end{cases} \quad (1)$$

当第 l 时刻的发射信号经 P 个目标散射,到达接收阵列时,接收端的接收信号可表示为

$$r(l) = \mathbf{A}_r(\theta_r) \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{A}_t^T(\theta_t) \mathbf{S}(l) + \mathbf{w}(l) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{A}_r(\theta_r) = [\mathbf{a}_r(\theta_{r1}), \mathbf{a}_r(\theta_{r2}), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_{rP})] \in \mathbf{C}^{M_r \times P}$ 为接收方向矢量, $\mathbf{A}_t(\theta_t) = [\mathbf{a}_t(\theta_{t1}), \mathbf{a}_t(\theta_{t2}), \dots, \mathbf{a}_t(\theta_{tP})] \in \mathbf{C}^{M_t \times P}$ 为发射方向矢量, $\mathbf{a}_r(\theta_r) = [1, e^{j\pi \sin \theta_r}, \dots, e^{j\pi(M_r-1)\sin \theta_r}]^T \in \mathbf{C}^{M_r \times 1}$, $\mathbf{a}_t(\theta_t) = [1, e^{j\pi \sin \theta_t}, \dots, e^{j\pi(M_t-1)\sin \theta_t}]^T \in \mathbf{C}^{M_t \times 1}$,为了书写方便,以下记 $\mathbf{A}_r(\theta_r) = \mathbf{A}_r, \mathbf{A}_t(\theta_t) = \mathbf{A}_t, \mathbf{a}_r(\theta_r) = \mathbf{a}_r, \mathbf{a}_t(\theta_t) = \mathbf{a}_t$; $\mathbf{S}(l) = [s_1(l), s_2(l), \dots, s_{M_t}(l)]^T$ 为 l 时刻的发射信号矢量; $\text{diag}(\boldsymbol{\alpha})$ 表示以向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 中的元素构成的对角矩阵,其中 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_P]^T, \alpha_p$ 表示第 p 个目标的散射系数; $\mathbf{w}(l)$ 的各列为独立同分布的高斯色噪声向量,其协方差矩阵未知且记为 \mathbf{Q}_w 。

在实际情形中,天线之间存在互耦效应,而且当阵元的间距较小时,互耦效应必须考虑。设发射和接收阵列的互耦系数矩阵分别为 $\mathbf{C}_t \in \mathbf{C}^{M_t \times M_t}$ 和 $\mathbf{C}_r \in \mathbf{C}^{M_r \times M_r}$,又因为本文双基地 MIMO 雷达的阵列配置为均匀线阵,那么互耦系数矩阵 \mathbf{C}_t 和 \mathbf{C}_r 可以用带状循环对称的 Toeplitz 矩阵表示。若发射和接收阵列的互耦自由度分别为 p_t 和 p_r ,则 \mathbf{C}_t 和 \mathbf{C}_r 可以表示为

$$\begin{cases} \mathbf{C}_t = \text{toeplitz}[(c_{t1}, \dots, c_{tp_t}, 0, \dots, 0)] \\ \quad 0 < |c_{tp_t}| < \dots < |c_{t2}| < c_{t1} = 1 \\ \mathbf{C}_r = \text{toeplitz}[(c_{r1}, \dots, c_{rp_r}, 0, \dots, 0)] \\ \quad 0 < |c_{rp_r}| < \dots < |c_{r2}| < c_{r1} = 1 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\text{toeplitz}(\mathbf{c})$ 表示由矢量 \mathbf{c} 形成的对称 Toeplitz

矩阵。那么考虑互耦效应时,式(2)应写为

$$\mathbf{r}_c(l) = \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{C}_t \mathbf{A}_t^T \mathbf{S}(l) + \mathbf{w}(l) \quad (4)$$

根据 MIMO 雷达的特性,在接收端对接收到的信号进行匹配滤波后为

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{r}_c(l) \mathbf{S}^H(l) = \frac{1}{L} \left[\sum_{l=1}^L \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \cdot \mathbf{C}_t \mathbf{A}_t^T \mathbf{S}(l) \mathbf{S}^H(l) + \mathbf{w}(l) \mathbf{S}^H(l) \right] \quad (5)$$

式中:\$(\cdot)^H\$ 表示矩阵或向量的共轭转置,\$\mathbf{Y}\$ 表示接收端的数据矩阵。由于发射信号相互正交,即:

$\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{S}(l) \mathbf{S}^H(l) = \mathbf{I}_{M_t \times M_t}$, 再对矩阵 \$\mathbf{Y}\$ 进行矢量化得

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{n} \quad (6)$$

式中:\$\mathbf{A} = \mathbf{C}_t \mathbf{A}_t \odot \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r\$ 为存在互耦效应时双基地 MIMO 雷达的总方向矢量,\$\odot\$ 表示 Khatri-Rao 积,\$\boldsymbol{\beta} = \text{vec}(\boldsymbol{\alpha})\$, \$\text{vec}(\cdot)\$ 表示矩阵的矢量化,\$\mathbf{y}\$ 表示数据矢量,\$\mathbf{n}\$ 表示经过匹配滤波后输出的色噪声向量,其分布仍然服从高斯分布。这是因为 \$\mathbf{w}(l)\$ 在时域上为高斯白噪声,空域为高斯色噪声,那么

$$E\{\text{vec}[\mathbf{w}(i)] \text{vec}^H[\mathbf{w}(j)]\} = \begin{cases} \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{Q}_w & i = j \\ \mathbf{0} & i \neq j \end{cases} \quad (7)$$

则第 \$i, j\$ 个脉冲周期匹配滤波器输出的色噪声矢量的互相关矩阵为

$$\begin{aligned} E[\mathbf{n}(i) \mathbf{n}^H(j)] &= E\{\text{vec}[\mathbf{w}(i) \mathbf{S}^H(i)] \cdot \text{vec}^H[\mathbf{w}(j) \mathbf{S}^H(j)]\} = E[(\mathbf{S}^* \otimes \mathbf{I}_{M_r}) \cdot \\ &\{\text{vec}[\mathbf{w}(i)] \text{vec}^H[\mathbf{w}(j)]\} (\mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_{M_r})] = \\ &\begin{cases} E[(\mathbf{S}^* \otimes \mathbf{I}_{M_r})(\mathbf{I}_L \otimes \mathbf{Q}_w)(\mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_{M_r})] & i = j \\ \mathbf{0} & i \neq j \end{cases} = \\ &\begin{cases} \mathbf{I}_{M_t} \otimes \mathbf{Q}_w & i = j \\ \mathbf{0} & i \neq j \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

式中:\$(\cdot)^*\$ 表示共轭运算。由式(8)可知,不同脉冲周期匹配滤波器的输出色噪声向量进行互相关后为 0。

2 算法描述

由于本文考虑的是空间色噪声环境下双基地 MIMO 雷达的多目标角度和互耦自校正问题,因此问题的关键在于消除空间色噪声的影响、角度估计和互耦自校正。

2.1 四阶累积量预处理

传统的超分辨算法大多是建立在二阶统计量

基础上提出的,但是在噪声背景是色噪声的情形下,这些算法的性能急剧下降,而四阶累积量对色噪声有很好的抑制能力。因此,四阶累积量作为预处理算法被广泛地应用于空间谱估计中。因此,本文通过构造数据矢量 \$\mathbf{y}\$ 的四阶累积量协方差矩阵来抑制色噪声的影响。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_4[(k_1 - 1)M_t M_r + k_2, (k_3 - 1)M_t M_r + k_4] &= \\ \mathbf{C}_{4,y}(k_1, k_2, k_3^*, k_4^*) &= E(\mathbf{y}_{k_1}, \mathbf{y}_{k_2}, \mathbf{y}_{k_3}, \mathbf{y}_{k_4}) - \\ E(\mathbf{y}_{k_1}, \mathbf{y}_{k_3}) E(\mathbf{y}_{k_2}, \mathbf{y}_{k_4}) &- E(\mathbf{y}_{k_1}, \mathbf{y}_{k_4}) \cdot \\ E(\mathbf{y}_{k_2}, \mathbf{y}_{k_3}) - E(\mathbf{y}_{k_1}, \mathbf{y}_{k_2}) &E(\mathbf{y}_{k_3}, \mathbf{y}_{k_4}) = \\ E[(\mathbf{y} \otimes \mathbf{y})(\mathbf{y} \otimes \mathbf{y})^H] &- E(\mathbf{y} \otimes \mathbf{y}) \cdot \\ E[(\mathbf{y} \otimes \mathbf{y})^H] - E(\mathbf{y} \mathbf{y}^H) &\otimes E(\mathbf{y} \mathbf{y}^H) \end{aligned} \quad (9)$$

式中:\$\otimes\$ 表示 Kronecker 积,同时

$$\begin{aligned} E[(\mathbf{y} \otimes \mathbf{y})(\mathbf{y} \otimes \mathbf{y})^H] &= E\{[(\mathbf{A} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{n}) \otimes \\ &(\mathbf{A} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{n})][(\mathbf{A} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{n}) \otimes (\mathbf{A} \boldsymbol{\beta} + \\ &\mathbf{n})]^H\} = \mathbf{B} E[(\boldsymbol{\beta} \otimes \boldsymbol{\beta})(\boldsymbol{\beta} \otimes \boldsymbol{\beta})^H] \mathbf{B}^H + \\ &E[(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n})(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n})^H] \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} \otimes \mathbf{A} \quad (11)$$

同理

$$E(\mathbf{y} \otimes \mathbf{y}) E[(\mathbf{y} \otimes \mathbf{y})^H] = \mathbf{B} E(\boldsymbol{\beta} \otimes \boldsymbol{\beta}) E[(\boldsymbol{\beta} \otimes \boldsymbol{\beta})^H] \mathbf{B}^H + E(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) E[(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n})^H] \quad (12)$$

$$E(\mathbf{y} \mathbf{y}^H) \otimes E(\mathbf{y} \mathbf{y}^H) = \mathbf{B} E(\boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}^H) \otimes E(\boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}^H) \mathbf{B}^H + E(\mathbf{n} \mathbf{n}^H) \otimes E(\mathbf{n} \mathbf{n}^H) \quad (13)$$

为了书写方便,以下记 \$\mathbf{R}_4[(k_1 - 1)M_t M_r + k_2, (k_3 - 1)M_t M_r + k_4] = \mathbf{R}_4\$, 所以

$$\mathbf{R}_4 = \mathbf{B} \mathbf{C}_{4,\beta} \mathbf{B}^H + \mathbf{N} \quad (14)$$

式中

$$\mathbf{C}_{4,\beta} = E[(\boldsymbol{\beta} \otimes \boldsymbol{\beta})(\boldsymbol{\beta} \otimes \boldsymbol{\beta})^H] - E(\boldsymbol{\beta} \otimes \boldsymbol{\beta}) E[(\boldsymbol{\beta} \otimes \boldsymbol{\beta})^H] - E(\boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}^H) \otimes E(\boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}^H) \quad (15)$$

$$\mathbf{N} = E[(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n})(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n})^H] - E(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) E[(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n})^H] - E(\mathbf{n} \mathbf{n}^H) \otimes E(\mathbf{n} \mathbf{n}^H) \quad (16)$$

\$\mathbf{C}_{4,\beta}\$ 表示经过四阶累积量处理后的散射系数矩阵,\$\mathbf{N}\$ 为色噪声的四阶累积量矩阵。由式(14)可以发现,\$\mathbf{B}\$ 是经过四阶累积量处理后存在互耦效应时双基地 MIMO 雷达的方向矢量。至此,本文通过构造四阶累积量的数据协方差矩阵来抑制色噪声的影响。下面将利用互耦系数矩阵的 Toeplitz 特性和 ESPRIT 算法思想来估计角度参数。

2.2 旋转不变因子 \$\Phi_r^c\$ 和 \$\Phi_t^c\$ 的提取

对四阶累积量的协方差矩阵 \$\mathbf{R}_4\$ 进行特征值分解,则可得到 \$P^2\$ 个大特征值对应的信号子空间

(这是因为:数据矢量包含了目标 θ_t 和 θ_r 的信息,在进行四阶累积量处理时,进行了 Kronecker 积运算,其结果是信号子空间的列从 P 扩展至 P^2 ,也就是 P 个目标中 P 个 θ_t 与 P 个 θ_r 的 P^2 种组合),那么必然存在可逆矩阵 \mathbf{G} 使得

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{B}\mathbf{G} \quad (17)$$

本文将基于 ESPRIT 算法思想,分别提取出旋转不变因子 Φ_t 和 Φ_r ,从而得到 θ_t 和 θ_r 。但是当阵元之间存在互耦效应时,若采用常规的方法,很难提取出旋转不变因子 Φ_t^c 和 Φ_r^c 。但是可以利用互耦系数矩阵的 Toeplitz 特性提取旋转不变因子 Φ_t^c 和 Φ_r^c 。重写式(3)中的发射端互耦系数矩阵 \mathbf{C}_t

$$\mathbf{C}_t = \text{toeplitz}[(c_{t1}, \dots, c_{tp_t}, 0, \dots, 0)] =$$

$$\begin{bmatrix} c_{t1} & \cdots & c_{tp_t} & & & \\ \vdots & & \vdots & \ddots & & \mathbf{0} \\ c_{tp_t} & \cdots & c_{t1} & \cdots & c_{tp_t} & \\ & \ddots & \vdots & & \vdots & \ddots \\ & & c_{tp_t} & \cdots & c_{t1} & \cdots & c_{tp_t} \\ \mathbf{0} & & \ddots & \vdots & & \vdots & \\ & & & c_{tp_t} & \cdots & c_{t1} & \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \leftarrow \text{第 } p_t \text{ 行} \\ \\ \\ \leftarrow \text{第 } M_t - p_t + 1 \text{ 行} \\ \\ \end{matrix} \quad (18)$$

取式(18)中的第 p_t 行至第 $M_t - p_t + 1$ 行与发射端的方向矢量 \mathbf{A}_t 相乘可得

$$\mathbf{C}_t(p_t : M_t - p_t + 1, :)\mathbf{A}_t = \hat{\mathbf{A}}_t \text{diag}(\Lambda_t) \quad (19)$$

式中: $\hat{\mathbf{A}}_t = [\hat{a}_{t1}, \hat{a}_{t2}, \dots, \hat{a}_{tP}] \in \mathbf{C}^{(M_t - 2p_t + 2) \times P}$, $\hat{a}_{ti} = [1, e^{j\pi \sin \theta_{ti}}, \dots, e^{j\pi(M_t - 2p_t + 1) \sin \theta_{ti}}]^T \in \mathbf{C}^{(M_t - 2p_t + 2) \times 1}$, $\Lambda_t = [\Lambda_{t1}, \Lambda_{t2}, \dots, \Lambda_{tP}]^T \in \mathbf{C}^{P \times 1}$, $\Lambda_{ti} = e^{j\pi(p_t - 1) \sin \theta_{ti}}$ 。

$\{c_{t1} + \sum_{\hat{ii}=2}^{p_t} 2c_{t,\hat{ii}} \cos[j\pi(ii-1) \sin \theta_{ti}]\} i = 1, 2, \dots, P$ 。再令 $\hat{\mathbf{A}}_{t1}$ 为 $\hat{\mathbf{A}}_t$ 的前 $M_t - 2p_t + 1$ 行, $\hat{\mathbf{A}}_{t2}$ 为 $\hat{\mathbf{A}}_t$ 的后 $M_t - 2p_t + 1$ 行,那么

$$\hat{\mathbf{A}}_{t2} = \hat{\mathbf{A}}_{t1} \Phi_t \quad (20)$$

$$\Phi_t = \text{diag}[e^{j\pi \sin \theta_{t1}}, e^{j\pi \sin \theta_{t2}}, \dots, e^{j\pi \sin \theta_{tP}}] \quad (21)$$

将式(20,21)代入式(11)可得

$$\hat{\mathbf{B}}_{t2} = \hat{\mathbf{B}}_{t1} (\Phi_t \otimes \Phi_t) \quad (22)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{B}}_{t1} &= \{[\hat{\mathbf{A}}_{t1} \text{diag}(\Lambda_t)] \odot \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r\} \otimes \\ &\quad \{[\hat{\mathbf{A}}_{t1} \text{diag}(\Lambda_t)] \odot \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r\} \\ \hat{\mathbf{B}}_{t2} &= \{[\hat{\mathbf{A}}_{t2} \text{diag}(\Lambda_t)] \odot \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r\} \otimes \\ &\quad \{[\hat{\mathbf{A}}_{t2} \text{diag}(\Lambda_t)] \odot \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r\} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

根据 ESPRIT 算法可知 $\text{span}\{\mathbf{U}_s\} = \text{span}\{\mathbf{B}\}$, 又因

为 $\hat{\mathbf{B}}_{t1}$ 和 $\hat{\mathbf{B}}_{t2}$ 是 \mathbf{B} 的部分行组成的子矩阵,则

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U}_{s1} &= \hat{\mathbf{B}}_{t1} \mathbf{G} \\ \mathbf{U}_{s2} &= \hat{\mathbf{B}}_{t2} \mathbf{G} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式中: \mathbf{U}_{s1} 和 \mathbf{U}_{s2} 为 \mathbf{U}_s 对应的部分行组成的子矩阵。再把式(22)代入式(24)可得

$$\mathbf{U}_{s2} = \mathbf{U}_{s1} \Psi_t \quad (25)$$

式中

$$\Psi_t = \mathbf{G}^{-1} \Phi_t^c \mathbf{G} \quad (26)$$

$$\Phi_t^c = \Phi_t \otimes \Phi_t \quad (27)$$

则式(27)就是发射端的旋转不变因子。

接收端的旋转不变因子也可以用类似的方法提取,但当涉及到 \mathbf{U}_{s1} 和 \mathbf{U}_{s2} 从 \mathbf{U}_s 中提取时很复杂。因此根据文献[13]中 Khatri-Rao 积的性质对 \mathbf{U}_s 进行变换,便于 \mathbf{U}_{s1} 和 \mathbf{U}_{s2} 的提取。

性质 1 对于矩阵 $\mathbf{D}_1 \in \mathbf{C}^{M_t \times P}$, $\mathbf{D}_2 \in \mathbf{C}^{M_r \times P}$, 存在置换矩阵 $\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{M_t} \sum_{j=1}^{M_r} \mathbf{E}_{i,j}^{M_t \times M_t} \otimes \mathbf{E}_{j,i}^{M_r \times M_r} \in \mathcal{R}^{M_t M_r \times M_t M_r}$, 使 $\mathbf{E}(\mathbf{D}_1 \odot \mathbf{D}_2) = \mathbf{D}_2 \odot \mathbf{D}_1$, 其中 $\mathbf{E}_{i,j}^{M_t \times M_t}$ 表示第 (i, j) 元素为 1, 其他元素为 0 的矩阵。

进一步,构造维数为 $M_t^2 \times M_r^2$ 的置换矩阵

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{E} \otimes \mathbf{E} \quad (28)$$

将式(28)左乘式(17)可得

$$\mathbf{U}'_s = \mathbf{\Pi} \mathbf{U}_s = [(\mathbf{C}_r \mathbf{A}_r \odot \mathbf{C}_t \mathbf{A}_t) \otimes (\mathbf{C}_r \mathbf{A}_r \odot \mathbf{C}_t \mathbf{A}_t)] \mathbf{G} \quad (29)$$

继而可按照前文所述的方法即可提取出接收端的旋转不变因子 $\Phi_r^c = \Phi_r \otimes \Phi_r$ 。

下面说明 \mathbf{U}_{s1} 和 \mathbf{U}_{s2} , \mathbf{U}_{s1} 和 \mathbf{U}_{s2} 分别从 \mathbf{U}_s 和 \mathbf{U}'_s 中抽取方法。首先将 \mathbf{U}_s 划分为 $M_t M_r$ 个 $M_t M_r \times P^2$ 的块矩阵。 \mathbf{U}_{s1} 是 \mathbf{U}_s 中从第 $M_r(p_t - 1) + 1$ 块矩阵至第 $M_r(M_t - p_t)$ 块矩阵的第 $M_r(p_t - 1) + 1$ 行至第 $M_r(M_t - p_t)$ 行所组成的子矩阵, \mathbf{U}_{s2} 是 \mathbf{U}_s 中从第 $M_r p_t$ 块矩阵至第 $M_r(M_t - p_t + 1)$ 块矩阵的第 $M_r p_t$ 行至第 $M_r(M_t - p_t + 1)$ 行所组成的子矩阵。再将 \mathbf{U}'_s 划分为 $M_t M_r$ 个 $M_t M_r \times P^2$ 的块矩阵。 \mathbf{U}_{s1} 是 \mathbf{U}'_s 中从第 $M_t(p_r - 1) + 1$ 块矩阵至第 $M_t(M_r - p_r)$ 块矩阵的第 $M_t(p_r - 1) + 1$ 行至第 $M_t(M_r - p_r)$ 行所组成的子矩阵, \mathbf{U}_{s2} 是 \mathbf{U}'_s 中从第 $M_t p_r$ 块矩阵至第 $M_t(M_r - p_r + 1)$ 块矩阵的第 $M_t p_r$ 行至第 $M_t(M_r - p_r + 1)$ 行所组成的子矩阵。

至此,发射角 θ_t 和接收角 θ_r 已估计出来。但是由于估计 θ_t 和 θ_r 时需要两次独立的特征值分解,特征向量的排序可能不同,那么特征值就不能

一一对应,即无法保证收发角度配对到统一目标上。对此,本文采用如下方法实现发射角 θ_t 和接收角 θ_r 的自动配对。

2.3 发射角 θ_t 和接收角 θ_r 的配对

对 $\mathbf{U}_{s1}^H \mathbf{U}_{s2}$ 进行特征值分解,记为

$$\mathbf{U}_{s1}^H \mathbf{U}_{s2} = \mathbf{Q} \tilde{\Phi}_i \mathbf{Q}^{-1} \quad (30)$$

对比式(26)和式(30)不难发现, \mathbf{Q} 和 \mathbf{G}^{-1} 都是由 Ψ_t 的特征向量构成,只是位置顺序可能不一样,因此存在一个有限次列交换矩阵 \mathbf{F} ,使得

$$\mathbf{Q} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{F} \quad (31)$$

将式(31)代入式(30),并与式(26)对比发现

$$\tilde{\Phi}_i^c = \mathbf{F}^{-1} \Phi_i^c \mathbf{F} \quad (32)$$

进一步构造矩阵 $\tilde{\Phi}_i^c = \mathbf{Q}^{-1} \Psi_r \mathbf{Q}$,并将式(31)代入可得

$$\tilde{\Phi}_i^c = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G}^{-1} \Phi_i^c \mathbf{G} \mathbf{Q} = \mathbf{F}^{-1} \Phi_i^c \mathbf{F} \quad (33)$$

根据式(32,33)可知, $\tilde{\Phi}_i^c, \tilde{\Phi}_r^c$ 是 Φ_i^c, Φ_r^c 经过相同的有限次列交换后得到的,因此它们的对角元素可自动配对到同一目标,即实现了目标发射角度和接收角度的配对。

2.4 互耦系数矩阵的求解

根据前文方法可估计出自动配对的 θ_t 和 θ_r 。根据文献[12]可知

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{C}_t \mathbf{a}_t &= \mathbf{T}_t \mathbf{c}_t \\ \mathbf{C}_r \mathbf{a}_r &= \mathbf{T}_r \mathbf{c}_r \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{c}_t &= [c_{t1}, \dots, c_{tp_t}]^T \\ \mathbf{c}_r &= [c_{r1}, \dots, c_{rp_r}]^T \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{T}_t &= \mathbf{T}_{t1} + \mathbf{T}_{t2} \\ \mathbf{T}_r &= \mathbf{T}_{r1} + \mathbf{T}_{r2} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} [T_{t1}]_{ij} &= (\mathbf{a}_t)_{i+j-1} & i+j \leq M_t+1 \\ [T_{t2}]_{ij} &= (\mathbf{a}_t)_{i-j+1} & i \geq j \geq 2 \\ [T_{r1}]_{ij} &= (\mathbf{a}_r)_{i+j-1} & i+j \leq M_r+1 \\ [T_{r2}]_{ij} &= (\mathbf{a}_r)_{i-j+1} & i \geq j \geq 2 \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

那么, \mathbf{T}_t 和 \mathbf{T}_r 可视为根据式(34)变换后,新的发射端和接收端的方向矢量,利用数据向量 \mathbf{y} 构造协方差矩阵,对其特征值分解后可得到噪声子空间 \mathbf{U}_n ,通过 MUSIC 算法的思想,构造代价函数

$$\left\{ \begin{aligned} &\arg \min \mathbf{c}^H \mathbf{H} \mathbf{c} \\ &\text{s. t. } \mathbf{c}^H \mathbf{w} = 1 \end{aligned} \right. \quad (38)$$

式中

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_t \odot \mathbf{c}_r \quad (39)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P (\mathbf{T}_t(\theta_{ti}) \otimes \mathbf{T}_r(\theta_{ri}))^H \cdot$$

$$\mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H (\mathbf{T}_t(\theta_{ti}) \otimes \mathbf{T}_r(\theta_{ri})) \quad (40)$$

$$\mathbf{w} = [1, 0, \dots, 0]^T \in \mathbf{C}^{M_t M_r \times 1} \quad (41)$$

利用拉格朗日乘法即可求解出 \mathbf{c}

$$\mathbf{c} = \frac{\mathbf{H}^{-1} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{H}^{-1} \mathbf{w}} \quad (42)$$

再根据 Khatri-Rao 积运算的性质即可求出 \mathbf{c}_r 和 \mathbf{c}_t ,即 \mathbf{c}_r 中的 p_r 个元素对应着 \mathbf{c} 中的第 1 个元素,第 2 个元素, ..., 第 p_r 个元素; \mathbf{c}_t 中的 p_t 个元素对应着 \mathbf{c} 中的第 1 个元素,第 p_r+1 个元素, ..., 第 $(p_r-1)p_r+1$ 个元素。

至此,空间色噪声的环境下双基地 MIMO 雷达多目标角度估计和互耦自校正已全部完成。

2.5 算法流程

(1)根据式(9)构造四阶累积量协方差矩阵 \mathbf{R}_4 ,并对其进行特征值分解获得信号子空间 \mathbf{U}_s 。

(2)从 \mathbf{U}_s 和 \mathbf{U}_s' 中分别抽取部分行获得 \mathbf{U}_{s1} 和 \mathbf{U}_{s2} , \mathbf{U}_{s1} 和 \mathbf{U}_{s2} ,根据式(25)获得 Ψ_t 。 Ψ_r 获得的方法类似。

(3)对 Ψ_t 进行特征值分解,得到 $\tilde{\Phi}_i^c$ 和 \mathbf{Q} ,再根据式(33)得到 $\tilde{\Phi}_i^c$ 。那么,第 p 个目标的 θ_t 和 θ_r 由式(43)计算获得

$$\left. \begin{aligned} \theta_{tp} &= \arcsin \left\{ \frac{\ln[\tilde{\Phi}_i^c(p, p)]}{j\pi} \right\} \\ \theta_{rp} &= \arcsin \left\{ \frac{\ln[\tilde{\Phi}_i^c(p, p)]}{j\pi} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

(4)构造数据协方差矩阵并对其进行特征值分解获得噪声子空间 \mathbf{U}_n ,再根据式(42)获得互耦系数 \mathbf{c}_t 和 \mathbf{c}_r 。

3 仿真实验

实验 1 算法的有效性验证。在色噪声背景下,其中色噪声采用文献[9]的噪声模型,其协方差矩阵的元素为 $w_{ik} = \sigma_n^2 \rho^{|i-k|} \exp[j(i-k)\pi/2]$,其中 ρ 是相关系数,为 0.9;发射阵元数 $M_t = 4$,互耦自由度 $p_t = 2$,互耦系数 $\mathbf{c}_t = [1, 0.8 + 0.9j]^T$;接收阵元数 $M_r = 4$,互耦自由度 $p_r = 2$,互耦系数 $\mathbf{c}_r = [1, 0.6 + 0.7j]^T$;在同一距离分辨单元上有 3 个相互独立的目标,位置分别为 $(\theta_{t1}, \theta_{r1}) = (-5^\circ, -10^\circ)$, $(\theta_{t2}, \theta_{r2}) = (5^\circ, 10^\circ)$, $(\theta_{t3}, \theta_{r3}) = (20^\circ, 0^\circ)$,对应的散射系数 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 服从复高斯正态分布,快拍数 $L = 100$ 。图 2 表示本文算法下目标定位结果的星

座图。实验时 Monte Carlo 仿真次数为 500 次,信噪比 SNR=10 dB。表 1 给出了互耦系数估计值的均值和方差。由图 2 可知,本文算法能有效地估计出目标的发射角 θ_t 和接收角 θ_r ,并且实现角度参数的自动配对。从表 1 可看出基于对目标发射角 θ_t 和接收角 θ_r 的估计,本文算法可精确地估计出发射和接收端阵列的互耦系数矩阵,从而可实现双基地 MIMO 雷达的互耦自校正。

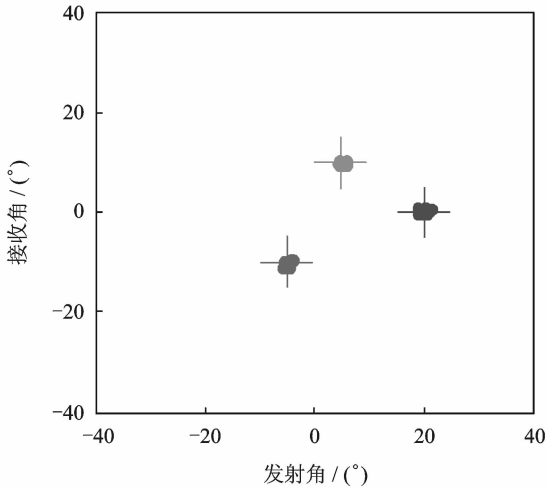


图 2 角度估计星座图

Fig. 2 Estimation results of three targets' DOD and DOA

表 1 互耦系数的估计结果

Table 1 Estimation results of mutual coupling coefficients

真值	$c_{r2}=0.6+0.7j$	$c_{t2}=0.8+0.9j$
实 均值	0.548 9	0.740 6
部 方差	3.939×10^{-3}	$8.824 6 \times 10^{-3}$
虚 均值	0.673 7	0.866 2
部 方差	$4.905 9 \times 10^{-3}$	$6.355 1 \times 10^{-3}$

实验 2 算法的性能比较。实验条件除了在同一距离分辨单元上有 2 个相互独立的目标,位置分别为 $(\theta_{t1}, \theta_{r1}) = (-10^\circ, -20^\circ)$, $(\theta_{t2}, \theta_{r2}) = (5^\circ, 15^\circ)$ 之外,其余与实验一相同。定义均方根误差 (Root mean square error, RMSE) 为 $RMSE = \sqrt{\frac{1}{MC} \sum_{i=1}^{MC} (\eta - \hat{\eta}_i)^2}$ 。其中 $\eta \in (\theta_t, \theta_r)$ 表示参数的真实值, $\hat{\eta} \in (\hat{\theta}_t, \hat{\theta}_r)$ 表示参数的估计值。MC 为 Monte Carlo 仿真次数,也是 500 次。图 3,4 分别为本文算法下 2 个目标的发射角 θ_t 和接收角 θ_r 的 RMSE,克拉美罗界开根号形式 (Root Cramer-rao bound, RCRB)^[14] 随 SNR 的变化曲线。图 5,6 为

互耦系数的 RMSE 随 SNR 的变化曲线。由图 3,4 可知,本文算法的估计性能与 RCRB 有一定的差距,主要原因是本文算法有一定的孔径损失。

实验 3 本文算法与文献[11]算法的比较。由于文献[11]的算法只适用于复高斯白噪声的情况,因此实验条件除了噪声背景为复高斯白噪声以外,其余与实验 2 相同。由于 MUSIC 算法的 RMSE 与空域划分网格有关,在仿真时从 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 中每隔 0.1° 划分为一个网格。图 7,8 为本文算法与文献[11]下发射角 θ_t 和接收角 θ_r 的 RMSE 随 SNR 的变化曲线。

由图 7,8 发现,本文算法的估计性能在低信噪比时略差于文献[11],但在高信噪比时与文献[11]

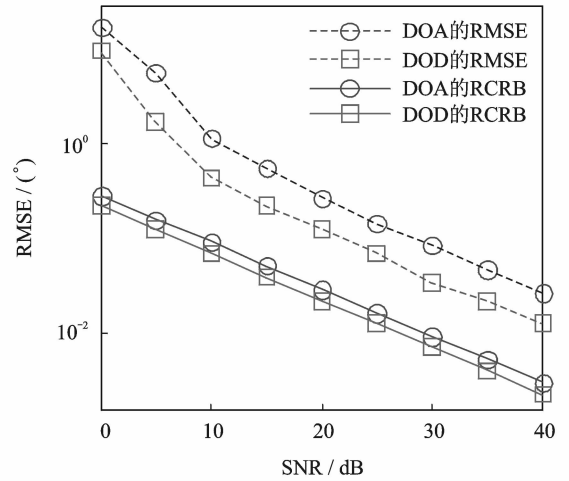


图 3 目标 1 的 DOD 和 DOA 的 RMSE,RCRB 随 SNR 变化的曲线

Fig. 3 RMSEs and RCRBs of DOD and DOA of target one versus SNR

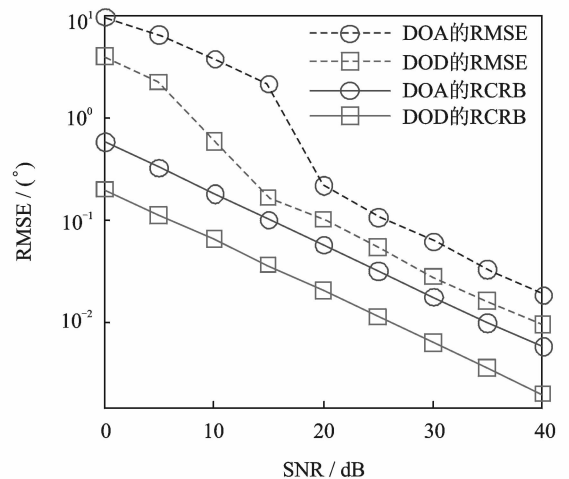


图 4 目标 2 的 DOD 和 DOA 的 RMSE,RCRB 随 SNR 变化的曲线

Fig. 4 RMSEs and RCRBs of DOD and DOA of target two versus SNR

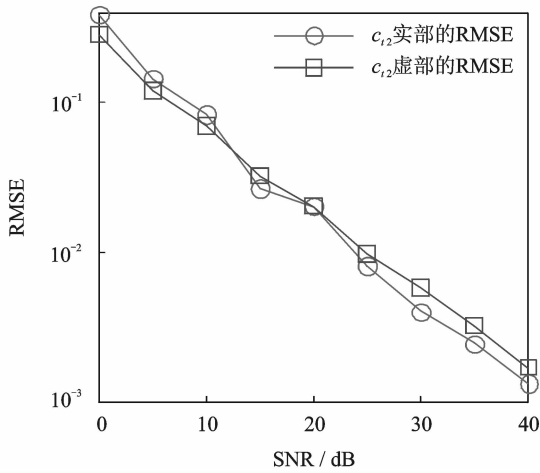


图 5 c_{r2} 实部和虚部的 RMSE 随 SNR 变化曲线
Fig. 5 RMSEs of real part and imaginary part of c_{r2} versus SNR

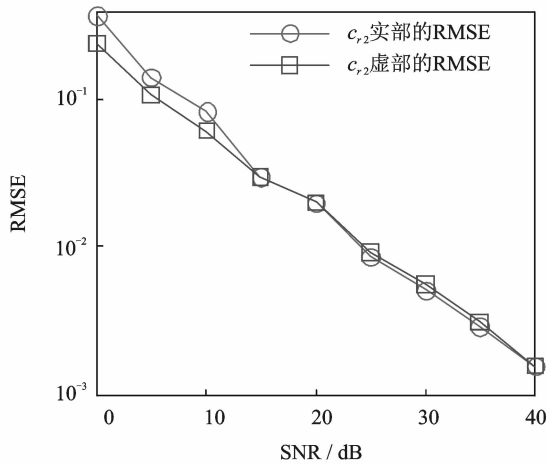


图 6 c_{r2} 实部和虚部的 RMSE 随 SNR 变化曲线
Fig. 6 RMSEs of real part and imaginary part of c_{r2} versus SNR

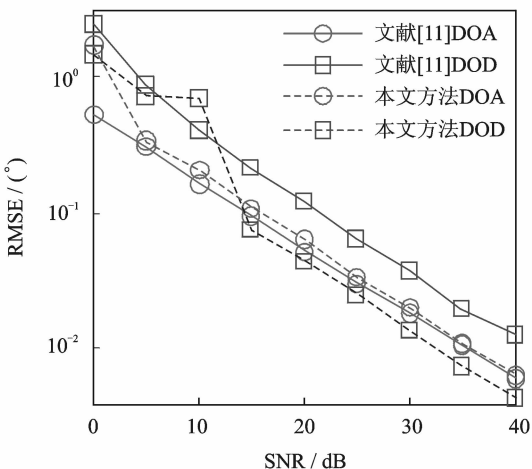


图 7 目标 1 DOD 和 DOA 的 RMSE 随 SNR 变化的曲线
Fig. 7 RMSEs of DOD and DOA of target one by different methods

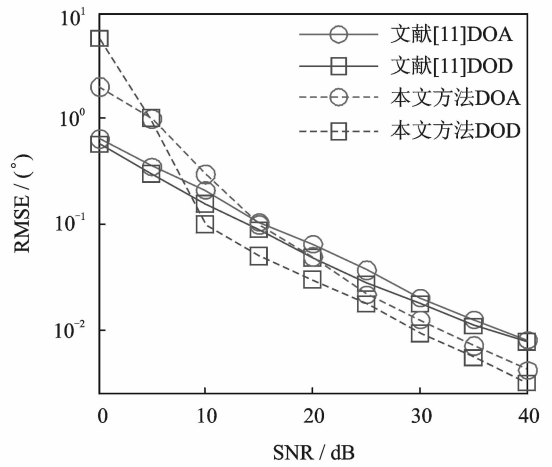


图 8 目标 2 DOD 和 DOA 的 RMSE 随 SNR 变化的曲线
Fig. 8 RMSEs of DOD and DOA of target two by different methods

相当。这是因为:(1)在低信噪比时,四阶累积量预处理算法存在较大的误差;(2)虽然本文算法有一定的孔径损失,但由于本文算法结合了四阶累积量预处理技术与 MIMO 雷达特性——都能实现孔径的虚拟扩展,与文献[11]相比,孔径损失得到了一定的补偿;(3)文献[11]所采用的是类 MUSIC 算法,其算法精度随着互耦自由度的增加而下降,甚至会出现相位模糊^[12]。而本文所采用的是 ESPRIT 算法,只要满足 U_{sr1} , U_{sr2} , U_{sr1} 和 U_{sr2} 均为列满秩矩阵时,本文算法的估计性能不会随着互耦自由度的增加而下降。此外,本文算法思想是基于 ESPRIT,而文献[11]是基于 MUSIC,因此本文算法的计算量将低于文献[11]。即本文算法在互耦自由度较大时,估计精度与文献[11]相当,但是计算量方面优于文献[11]。

4 结束语

本文提出了空间色噪声环境下双基地 MIMO 雷达多目标角度估计和互耦自校正的算法。本文先将接收端的数据进行四阶累积量处理,抑制空间色噪声的影响;再利用互耦系数矩阵的 Toeplitz 特性和 ESPRIT 算法思想,分别提取出发射端和接收端的旋转不变因子,并且实现了发射角和接收角的自动配对;最后利用估计出来的 DOD 和 DOA,采用拉格朗日乘法实现了互耦系数的自校正。在互耦自由度较大时,本文算法的估计性能在低信噪比时略差于文献[11],但在高信噪比时与文献[11]相当,而且计算量方面优于文献[11]。由于本

文算法存在一定的孔径损失,因此估计精度与 RCRB 有一定的差距。

参考文献:

- [1] Fisher E, Haimovich A, Blum R S, et al. Spatial diversity in radar-models and detection performance [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3):823-838.
- [2] Haimovich A M, Blum R S, Lenard J, et al. MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008,25(1):116-129.
- [3] 晁淑媛,陈伯孝,戴奉周.非均匀杂波 MIMO 雷达检测[J].*电子学报*,2011,39(3):627-631.
Chao Shuyuan, Chen Baixiao, Dai Fengzhou. MIMO radar detection in nonhomogeneous clutter[J]. *ACTA Electronica Sinica*, 2011,39(3):627-631.
- [4] Zhang X, Xu Z, Xu L, et al. Trilinear decomposition-based transmit angle and receive angle estimation for multiple-input multiple-output radar[J]. *IET Radar Sonar Navig*, 2011,5(6):626-631.
- [5] 吕辉,冯大政,和洁,等.机载 MIMO 雷达两级降维杂波抑制方法[J].*电子与信息学报*,2011,33(4):805-809.
Lü Hui, Feng Dazheng, He Jie, et al. Two-stage reduced-dimension clutter suppression method for airborne MIMO radar[J]. *Journal of Electronic & Information Technology*, 2011,33(4):805-809.
- [6] 孙中伟,张小飞,吴海浪,等.双基地 MIMO 雷达中基于传播算子的 DOD 和 DOA 估计算法[J].*数据采集与处理*,2011,26(6):643-647.
Sun Zhongwei, Zhang Xiaofei, Wu Hailang, et al. DOD and DOA estimation algorithm in bistatic MIMO radar based on propagator method[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2011, 26(6):643-647.
- [7] Mashud H M, Kaushik M. A joint sparse signal representation perspective for target detection using bistatic MIMO radar system [C]//*Digital Signal Process*, 17th International Conference. Corfu, GR: IEEE, 2011:1-5.
- [8] 符渭波,苏涛,赵永波,等.空间色噪声环境下双基地 MIMO 雷达角度和多普勒频率联合估计方法[J].*电子与信息学报*,2011,33(12):2858-2862.
Fu Weibo, Su Tao, Zhao Yongbo, et al. Joint estimation of angle and doppler frequency for bistatic MIMO radar in spatial colored noise[J]. *Journal of Electronic & Information Technology*, 2011,33(12):2858-2862.
- [9] 符渭波,苏涛,赵永波,等.空间色噪声环境下基于时空结构的双基地 MIMO 雷达角度和多普勒频率联合估计方法[J].*电子与信息学报*,2011,33(7):1649-1654.
Fu Weibo, Su Tao, Zhao Yongbo, et al. Joint estimation of angle and Doppler frequency for bistatic MIMO radar in spatial colored noise based on temporal-spatial structure[J]. *Journal of Electronic & Information Technology*, 2011,33(7):1649-1654.
- [10] Li Jianfeng, Zhang Xiaofei. Joint angles and mutual coupling estimation algorithm for bistatic MIMO radar[J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2012, 2012:1-8.
- [11] Liu Xiaoli, Liao Guisheng. Direction finding and mutual coupling estimation for bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2011,47(17):996-997.
- [12] Wang Buhong, Wang Yongliang, Chen Hui, et al. Robust DOA estimation and array calibration in the presence of mutual coupling for uniform linear array [J]. *Science China Ser. F: Information Sciences*, 2004,47(3):348-361.
- [13] Stephanie R, Mohamed N. Estimation of frequencies and damping factors by two-dimensional ESPRIT type methods[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001,40(1):237-245.
- [14] Zheng Zhidong, Zhang Jin, Zhang Jianyun. Joint DOD and DOA estimation of bistatic MIMO radar in the presence of unknown mutual coupling[J]. *Signal Processing*, 2012,92(12):3039-3048.

作者简介:徐旭宇(1990-),男,硕士研究生,研究方向:MIMO 雷达信号处理、阵列信号处理,E-mail:xuxuyu8437727@163.com;牛朝阳(1977-),男,讲师,博士,研究方向:雷达信号处理;李小波(1970-),男,副教授,博士,研究方向:雷达信号处理、高速数字信号处理;周青松(1980-),男,讲师,博士,研究方向:MIMO 雷达技术;许新磊(1973-),男,讲师,研究方向:优化理论、雷达信号处理。