

文章编号:1004-9037(2014)05-0704-09

基于变分水平集的图片分割模型

唐利明^{1,2} 黄大荣³ 李可人¹

(1. 重庆科技学院数理学院, 重庆, 401331; 2. 重庆大学数学与统计学院, 重庆, 401331;
3. 重庆交通大学山区桥梁与隧道工程国家重点实验室培育基地, 重庆, 400074)

摘要:基于传统的变分水平集方法的图像分割,水平集函数必须周期性地重新初始化使之保持为符号距离函数,这存在如何选择重新初始化的时间和方式的难题。Li模型通过在能量泛函中引入一个内部约束能量,去除了水平集函数在演化过程中需重新初始化的难题。通过对Li模型的分析,提出了一个新的变分水平集的分割模型。该模型通过在能量泛函中加入一个较简单的内部约束能量,同样可以实现水平集演化过程中的无需重新初始化。并且通过对边缘停止函数的重新定义,引入了新的外部能量,使得本文模型对噪声图像的分割更具鲁棒性。实验表明无论是在收敛速度上,还是在对噪声图像的分割质量上,本文模型和Li模型相比都具有一定的优势。

关键词:变分水平集; 符号距离函数; 图像分割; 边缘停止函数; 重新初始化

中图分类号: TP391

文献标志码: A

New Model Based on Variational Level Set for Image Segmentation

Tang Liming^{1,2}, Huang Darong³, Li Keren¹

(1. College of Mathematics and Physics, Chongqing University of Science and Technology, Chongqing, 401331, China;
2. College of Mathematics and Statistics, Chongqing University, Chongqing, 401331, China;
3. National Key Laboratory Incubation Base of Mountain Bridge and Tunnel Engineering,
Chongqing Jiaotong University, Chongqing, 400074, China)

Abstract: In the traditional variational level set method for image segmentation, the evolving level set function needs periodical re-initialization to keep it close to a signed distance function during the evolution. It remains many serious problems such as when and how to apply the re-initialization. Li presented a new variational formulation that forces the level set function to be close to a signed distance function by adding an internal energy into the energy functional, and therefore completely eliminates the need of the expensive re-initialization procedure. We present a new image segmentation model based on variational level set method. It also completely eliminates the need of the re-initialization by adding a new and simple internal energy into the energy functional. In addition, a new external energy by redefining the edge stopping function is introduced, which makes the proposed model more robust to noisy image segmentation. The experimental results show that, compared with Li model, our model has some superiority in the convergence speed and segmentation quality for noisy image.

Key words: variational level set; signed distance function; image segmentation; edge stopping function; re-initialization

引 言

图像分割是图像分析的第一步,是计算机视觉的基础,是图像理解的重要组成部分,同时也是数

字图像处理中的基础性难题。近年来,几何活动轮廓(Geometric active contour, GAC)模型广泛应用于图像分割,取得较好的实验效果。

传统的GAC模型是基于曲线演化和水平集理论的方法^[1-3],它将二维演化曲线隐含地表达为

三维连续函数 $z = \phi(x, y, t)$ 的零水平集 $\{(x, y) | \phi(x, y, t) = 0\}$, 其中水平集函数 $\phi(x, y, t)$ 一般定义为演化曲线的符号距离函数。基于水平集的曲线演化, 不是试图去跟踪演化后的曲线位置, 而是由一个偏微分方程驱动, 不断地更新水平集函数, 从而达到演化隐含其中的零水平集的目的。这种演化的优点是: (1) 几何活动轮廓在演化过程中可以自动的合并和断裂, 所以能灵活地处理曲线拓扑结构的变化; (2) 水平集函数在演化过程中始终保持为简单函数, 可以用比较简单有效的数值方法进行求解。

另外一种 GAC 模型是基于变分水平集理论的方法, 它通过极小化一个能量泛函得到水平集函数的演化方程^[4-7]。和传统的 GAC 模型相比, 基于变分水平集的 GAC 模型可以在能量泛函中比较方便地引入更多的图像信息, 例如区域信息和形状信息等^[8-9], 从而使得这种 GAC 模型的适应性更广泛, 分割质量更高。

无论是传统的 GAC 模型还是基于变分水平集的 GAC 模型, 在演化过程中, 都应该保持水平集函数近似为一个符号距离函数^[3, 10]。但是在对 GAC 模型的数值计算中, 就算初始水平集函数定义为符号距离函数, 其在演化过程中都会比较严重地偏离符号距离函数。所以在数值计算中, 需要不断的重新初始化, 使得水平集函数近似为符号距离函数。但是这存在以下缺点: (1) 由于需要不断重新初始化, 所以增加了计算的复杂度; (2) 何时进行重新初始化也是一个比较难以确定的问题。

Li 等^[10] 第一个较好地解决了重新初始化这个难题。其采用变分水平集的方法, 在能量泛函中引入一个内部能量约束水平集函数, 在演化过程中保持为一个符号距离函数。Li 模型除了不用重新初始化以外, 还具有下面的优点: (1) 可以用比较简单的梯度下降与有限差分进行求解, 并且可以选用比较大的时间步长, 减少了演化时间; (2) 初始水平集函数不用定义为一个符号距离函数。后续很多变分水平集模型都采用了 Li 等提出的内部约束能量来解决水平集函数在演化过程中需要重新初始化的问题, 如文献^[11~13]。Li 在后续研究中又提出了一个新的无需重新初始化的变分水平集模型——距离正则化模型^[8, 14], 该模型为重新初始化问题提供了一个新的解决方案, 但是此模型在计算复杂度上比其在文献^[10]中提出的模型更高。

本文对 Li 模型进行了分析, 提出了一个新的、较简单的变分水平集模型, 该模型在演化过程中也

不需要对水平集函数进行重新初始化。另外采用了一个新的边缘检测算子, 对边缘停止函数进行了重新定义, 使得零水平集可以很快地通过图像的噪声区域, 减少迭代次数, 提高分割的准确性。

1 无需重新初始化的 GAC 模型

文献^[10]提出了一个基于变分水平集的 GAC 模型, 该模型最大的优势就是在演化过程中, 不用反复对水平集函数进行重新初始化。它们定义了一个新的能量泛函, 此泛函包括两个部分: 一个是只和水平集函数 ϕ 有关的内部能量, 它约束水平集函数在演化过程中保持为一个符号距离函数, 本文称其为内部约束能量。另外一个是与图像信息相关的外部能量, 它的作用主要是驱动零水平集朝着目标物体的边缘运动, 最终停留在目标边缘上。

文献^[10]中最主要的贡献就是引入了内部约束能量 $P(\phi)$, 其定义为

$$P(\phi) = \int_{\Omega} 1/2(|\phi| - 1)^2 dx dy \quad (1)$$

式中: Ω 为图像区域。 $P(\phi)$ 可以看成在整个图像区域中水平集函数偏离符号距离函数程度的度量。在极小化 $P(\phi)$ 的过程中, $|\nabla\phi|$ 将逐渐趋近于 1, 所以水平集函数 ϕ 在演化过程中将近似为一个符号距离函数。

采用内部约束能量 $P(\phi)$, Li 等提出了下面的能量泛函^[10]

$$\begin{aligned} E(\phi) &= \mu P(\phi) + E_g(\phi) = \mu P(\phi) + \lambda L_g(\phi) + \\ &\nu A_g(\phi) = \frac{1}{2} \mu \int_{\Omega} (|\nabla\phi| - 1)^2 dx dy + \\ &\lambda \int_{\Omega} g(I_{\sigma}) \delta(\phi) |\nabla\phi| dx dy + \\ &\nu \int_{\Omega} g(I_{\sigma}) H(-\phi) dx dy \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $\mu, \lambda > 0$; ν 为一个常数, 控制水平集函数的演化方向; δ 为 Dirac 函数, H 为 Heaviside 函数; $g(I_{\sigma})$ 为边缘停止函数, 一般定义为

$$g(I_{\sigma}) = \frac{1}{1 + |\nabla G_{\sigma} * I|^p} \quad p = 1, 2$$

式中: G_{σ} 为标准差为 σ 的 Gauss 函数, ∇ 为梯度算子。

在能量泛函式(2)中, $E_g(\phi)$ 为外部能量驱动零水平集向目标物体的边缘运动, 式中

$$L_g(\phi) = \int_{\Omega} g(I_{\sigma}) \delta(\phi) |\nabla\phi| dx dy$$

为零水平集的加权弧长(或者称为测地弧长), 其作用是使得零水平集曲线光滑。

$$A_g(\phi) = \int_{\Omega} g(I_{\sigma}) H(-\phi) dx dy$$

为区域 $\{(x, y) | \phi(x, y, t) < 0\}$ 的加权面积。如果 $\nu > 0$, 零水平集曲线将向内收缩; 如果 $\nu < 0$, 零水平集曲线向外扩张。

采用梯度下降法, 求解泛函式(2)的极小值等价于求解下面发展方程的稳态解

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & \mu \left(\Delta \phi - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right) + \\ & \lambda \delta(\phi) \operatorname{div} \left(g(I_{\sigma}) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \nu \delta(\phi) g(I_{\sigma}) \end{aligned} \quad (3)$$

其初始条件为 $\phi(x, y, 0) = \phi_0(x, y)$ 。采用式(3)进行图像分割具有以下优势: (1) 在演化过程中, 水平集函数不需要进行重新初始化为符号距离函数; (2) 可以采用简单的有限差分对式(3)进行求解, 并且可以采用较大的时间步长, 提高了收敛速度; (3) 初始水平集函数 ϕ_0 不用定义为一个符号距离函数。文献[10]中采用下面的二值函数为初始水平集函数

$$\phi_0(x, y) = \begin{cases} -\rho & (x, y) \in \Omega^- \\ \rho & (x, y) \in \Omega^+ = \Omega - \Omega^- \end{cases} \quad (4)$$

式中: Ω^- 为图像区域 Ω 的一个有界联通子集, $\rho > 0$ 为一个正常数。

本文对 Li 模型(式(3))进行了分析, 提出了一个新的、较为简单的变分水平集模型。利用该模型进行图像分割, 水平集函数在演化过程中也不需要重新初始化, 并且相对于 Li 模型具有以下优势: (1) 对于干净或者低噪声水平图像, 分割速度更快; (2) 对于高噪声水平图像, 零水平集可以顺利通过

图像的噪声区域停留在目标物体的边缘, 得到正确的分割结果。而对于 Li 模型, 零水平集可能停留在噪声处而形成错误的分割。

2 本文模型

2.1 内部约束能量改进

式(3)右边第一项是内部约束能量 $P(\phi)$ 对应的梯度流, 其作用是保证水平集函数在演化过程中保持为符号距离函数。下面单独讨论这一项的作用。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \Delta \phi - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) = \operatorname{div} \left(\left(1 - \frac{1}{|\nabla \phi|} \right) \nabla \phi \right) \quad (5)$$

式(5)为一个扩散速率为 $1 - 1/|\nabla \phi|$ 的异性扩散模型。如果 $|\nabla \phi| > 1$, 则 $1 - 1/|\nabla \phi| > 0$, 此时式(5)为正向扩散方程, 使得 ϕ 在扩散过程中的梯度模值 $|\nabla \phi|$ 逐渐减小; 如果 $|\nabla \phi| < 1$, 则 $1 - 1/|\nabla \phi| < 0$, 此时式(5)是反向扩散方程, 使得 ϕ 在扩散过程中, 梯度模值 $|\nabla \phi|$ 逐渐增大。基于以上讨论, 式(5)的作用实际上是使得水平集函数 ϕ 的梯度模值在演化过程中满足 $|\nabla \phi| \approx 1$ 。换句话说, 使得水平集函数 ϕ 的图像既不能太陡峭也不能太平坦。

下面通过两个实验直观地感受式(3)中的内部约束项在水平集函数演化过程中的作用。实验对象是一幅灰色背景上的白色圆面图像。实验 1 是采用演化式(3)(包含内部约束项)进行的图像分割实验。水平集函数在式(3)驱动下的演化过程见图 1。图 1(a)为初始水平集函数的图像(初始函数采

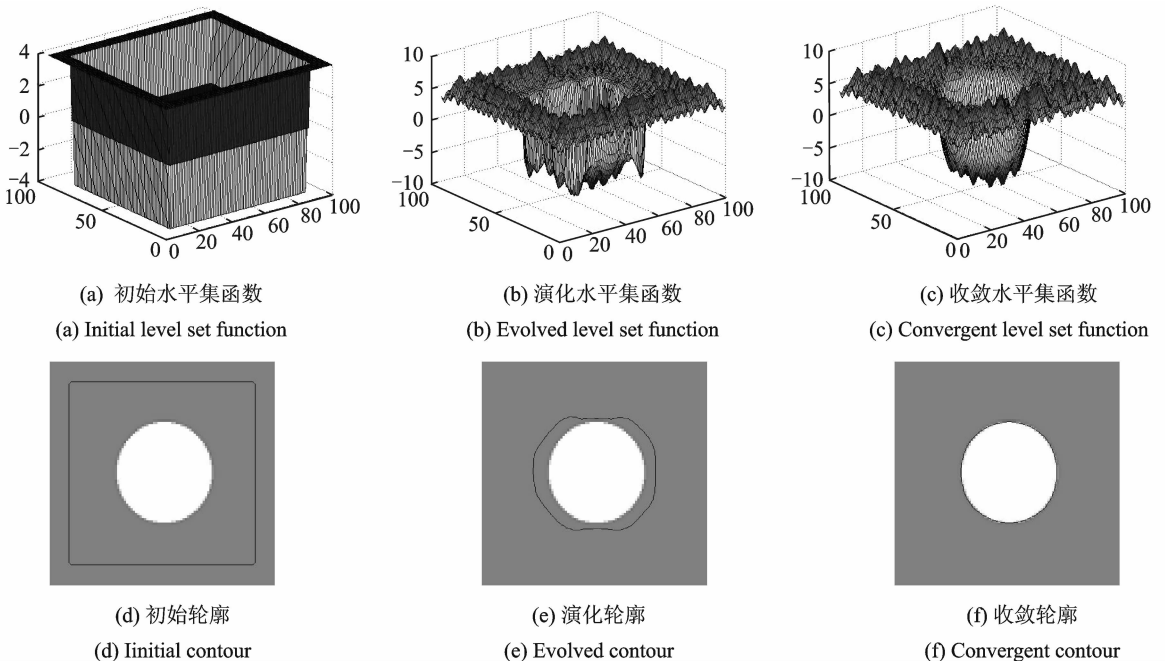
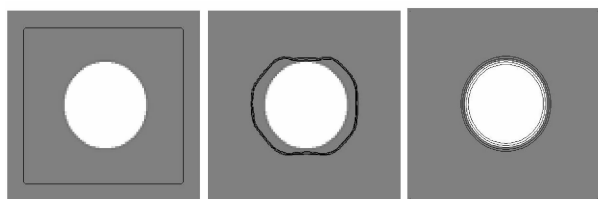


图 1 由式(3)驱动的水平集函数 ϕ 的演化过程

Fig. 1 Evolution of level set function ϕ driven by Eq. (3)

用式(4)定义,其中 $\rho=6$)。其零水平集见图 1(d) (黑色正方形框)。图 1(b)显示的是水平集函数的中间演化过程图像,其零水平集见图 1(e)。图 1(c)是最终收敛的水平集函数图像,其零水平集见图 1(f)。可以明显地看出,零水平集最终停留在目标物体的边缘,得到正确的分割结果。

虽然在演化式(3)中加入了内部能量约束水平集函数为符号距离函数,但是发现水平集函数在演化过程中,并不能完全趋近于一个符号距离函数。例如最终的收敛结果(见图 1(c))应该是一个圆圈的符号距离函数,它应该是一个锥面,明显图 1(c)不是一个锥面。文献[10]中也发现类似现象,并指出如果初始水平集函数 ϕ_0 不是符号距离函数,在其演化过程中,水平集函数在整个图像区域内不能完全趋近于一个符号距离函数。但是在零水平集的附近,水平集函数近似于一个符号距离函数。最后的可视化图像见图 2。图 2(a~c)分别显示了图 1(a~c)中水平集函数的 $-4, -2, 0, 2$ 和 4 水平集。可以清楚地看到,水平集函数 ϕ 在演化过程中,在零水平集附近逐渐趋近于一个符号距离函数。从图 2(c)中可以看出,相邻两条水平集线之间的距离基本上是相等的。通过上面的分析可知,内部约束能量实际上是使得水平集函数在零水平集附近变得光滑。



(a) 图1(a)的多水平集 (b) 图1(b)的多水平集 (c) 图1(c)多水平集
(a) Level sets of Fig.1(a) (b) Level sets of Fig.1(b) (c) Level sets of Fig.1(c)

图 2 水平集函数 ϕ 的 $-4, -2, 0, 2$ 和 4 水平集的可视化图像

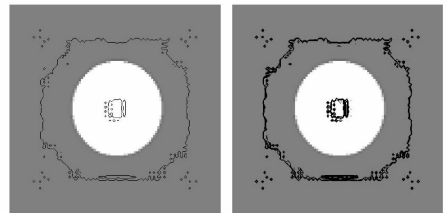
Fig. 2 Visualization of $-4, -2, 0, 2$ and 4 level set of level set function ϕ

在实验 2 中,去掉式(3)的内部能量项,此时式(3)改写为

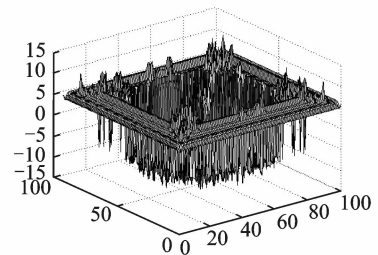
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \lambda \delta(\phi) \operatorname{div} \left(g(I_\sigma) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \nu \delta(\phi) g(I_\sigma) \quad (6)$$

水平集函数在式(6)驱动下收敛结果见图 3。图 3(a)给出了收敛时的水平集函数的零水平集;图 3(b)给出了水平集函数的 $-4, -2, 0, 2$ 和 4 水

平集;图 3(c)给出了收敛时的水平集函数图像。明显可以看出如果没有内部约束项,不能得到正确的分割结果。此时零水平集附近的其他水平集基本上重合在一起(见图 3(b)),水平集函数出现很多奇异点(见图 3(c))。这种情况说明水平集函数在零水平集附近不够光滑而导致其不能最终收敛到目标物体的边缘。



(a) 零水平集 (b) 多水平集
(a) Zero level set (b) Level sets



(c) 水平集函数
(c) Level set function

图 3 由式(6)驱动的水平集函数 ϕ 的收敛结果

Fig. 3 Convergence result of level set function ϕ driven by Eq. (6)

通过上述两个实验可以得到结论,内部能量的主要作用实际上是使得水平集函数在零水平集附近不能过于陡峭,而应该比较光滑。基于这样的目的,本文将 Li 等提出的内部约束能量简化为

$$P(\phi) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla \phi|^2 dx dy \quad (7)$$

$P(\phi)$ 刻画水平集函数 ϕ 在整个图像区域 $\Omega \in R^2$ 中的光滑程度。在极小化 $P(\phi)$ 的过程中,水平集函数 ϕ 将逐渐变得光滑。

泛函(7)对应的梯度流为 $\partial \phi / \partial t = \Delta \phi$,与 Li 等所提内部能量的梯度流(式(5))相比,少了 $\operatorname{div}(\nabla \phi / |\nabla \phi|)$ 这一项,所以在数值计算时,本文所提模型的计算复杂性较小。

2.2 外部能量改进

文献[10]中,停止函数定义为

$$g(I_\sigma) = \frac{1}{1 + |\nabla G_\sigma * I|^\rho} \quad \rho = 1, 2$$

式中: $g(I_\sigma)$ 为以图像的梯度模值 $|\nabla I|$ 为变量的减

函数。在图像的光滑区域, $|\nabla I|$ 小, 此时 $g(I_\sigma)$ 趋近于 1, 使得零水平集快速地穿过图像的平滑区域; 而在图像的边缘, $|\nabla I|$ 大, 此时 $g(I_\sigma)$ 趋近于 0, 使得零水平集停止在目标物体的边缘, 得到目标物体的分割。但是对于孤立噪声点, $|\nabla I|$ 也会比较大, 导致停止函数值较小。这样零水平集穿过孤立噪声区域的速度会变慢, 而增加收敛迭代的次数。有时甚至会停留在孤立噪声处而形成错误分割。基于上述讨论, 因为图像梯度模值不能有效区分图像边缘和孤立噪声, 文献[15]提出了一个新的边缘检测算子

$$D = ||u_{\eta\eta}| - |u_{\xi\xi}||$$

式中: $u_{\eta\eta}$ 表示 u 在法线方向的二阶方向导数; $u_{\xi\xi}$ 表示在 u 切线方向的二阶方向导数; $|\cdot|$ 表示绝对值运算。采用边缘检测算子 D 来区分图像的不同区域具有如下特征: (1) 对于图像边缘, $|u_{\eta\eta}|$ 大而 $|u_{\xi\xi}|$ 小, 所以 D 值大; (2) 对于孤立噪声, $|u_{\eta\eta}|$ 和 $|u_{\xi\xi}|$ 都大并且几乎相等, 所以 D 值小。

本文将边缘检测算子 D 应用到边缘停止函数中, 则

$$g(I_\sigma) = \frac{1}{1 + |D(G_\sigma * I)|^p} \quad p = 1, 2 \quad (8)$$

根据上式边缘停止函数的定义, 在图像的孤立噪声区域, $D \rightarrow 0$, 则 $g(I_\sigma) \rightarrow 1$ 。这说明水平集函数的零水平集可以快速地通过图像的孤立噪声区域, 到达目标的边缘, 得到正确的分割结果, 并且减少了迭代次数。

2.3 新的能量泛函

在外部能量中引入新的边缘停止函数式(8), 采用新的内部约束能量式(7), 则最终的总能量泛函定义为

$$\begin{aligned} E(\phi) = & \mu P(\phi) + E_g(\phi) = \mu P(\phi) + \lambda L_g(\phi) + \\ & \nu A_g(\phi) = \frac{1}{2} \mu \int_{\Omega} |\nabla \phi|^2 dx dy + \lambda \int_{\Omega} g(I_\sigma) \\ & \delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy + \nu \int_{\Omega} g(I_\sigma) H(-\phi) dx dy \end{aligned} \quad (9)$$

外部 $E_g(\phi)$ 驱动零水平集朝着目标物体的边缘运动, 最终停留在边缘处; 而内部约束能量 $P(\phi)$ 保持水平集函数 ϕ 在演化过程中的光滑性。在实验中, 本文采用正则化的 Heaviside 函数和 Dirac 函数, 分别定义为

$$H_\epsilon(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{x}{\epsilon}\right) \right), \delta_\epsilon(x) = H'_\epsilon(x)$$

当 $\epsilon \rightarrow 0$ 时, $H_\epsilon(\cdot)$ 与 $\delta_\epsilon(\cdot)$ 分别趋近于标准的

Heaviside 函数和 Dirac 函数。

采用梯度下降法求解能量泛函式(9)的极小值, 其解等价于下面发展方程的稳态解。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & \mu \Delta \phi + \lambda \delta_\epsilon(\phi) \operatorname{div} \left(g(I_\sigma) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \\ & \nu \delta_\epsilon(\phi) g(I_\sigma) \end{aligned} \quad (10)$$

初始条件为 $\phi(x, y, 0) = \phi_0(x, y)$ 。式(10)右边第 1 项对应于内部约束能量 $P(\phi)$ 的梯度流, 第 2 和第 3 项分别对应外部能量 $L_g(\phi)$ 和 $A_g(\phi)$ 的梯度流。

3 数值实现

本文采用有限差分法对发展式(10)进行求解。将图像区域 Ω 离散成长方形网格, 其中 x 和 y 方向的空间步长分别为 $\Delta x, \Delta y$ 。则离散网格点可以定义为

$$\begin{aligned} (x_i, y_j) = & (i\Delta x, j\Delta y) \quad i = 0, 1, 2, \dots, m, \\ & j = 0, 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

设 $t_n = n\Delta t, n = 0, 1, 2, \dots$, 为时间的离散, 其中 Δt 为时间步长。设 $\phi_{i,j}^k$ 为函数 $\phi(x, y, t)$ 在三维网格点 $(x_i, y_j, k\Delta t)$ 上的函数值。定义符号

$$\Delta^x \phi_{i,j}^k = \frac{\phi_{i+1,j}^k - \phi_{i-1,j}^k}{2\Delta x}, \Delta^y \phi_{i,j}^k = \frac{\phi_{i,j+1}^k - \phi_{i,j-1}^k}{2\Delta y}$$

分别表示 x 和 y 方向上一阶导数的中心差分。则发展式(10)可以离散成以下格式(为了去除 $|\nabla \phi| = 0$ 作为分母时的奇异性, 引入正则化参数 κ^2)。

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k}{\Delta t} = & \mu (\Delta^x (\Delta^x \phi_{i,j}^k) + \Delta^y (\Delta^y \phi_{i,j}^k)) + \\ & \lambda \delta_\epsilon(\phi_{i,j}^k) g_{i,j}^k K_{i,j}^k + \frac{\Delta^x g_{i,j}^k \cdot \Delta^x \phi_{i,j}^k + \Delta^y g_{i,j}^k \cdot \Delta^y \phi_{i,j}^k}{\sqrt{(\Delta^x \phi_{i,j}^k)^2 + (\Delta^y \phi_{i,j}^k)^2 + \kappa^2}} + \end{aligned}$$

$$\nu \delta_\epsilon(\phi_{i,j}^k)$$

式中: $K_{i,j}^k$ 表示水平集函数 ϕ 在网格点 $(x_i, y_j, k\Delta t)$ 上的曲率

$$\begin{aligned} K_{i,j}^k = & \Delta^x \left(\frac{\Delta^x \phi_{i,j}^k}{\sqrt{(\Delta^x \phi_{i,j}^k)^2 + (\Delta^y \phi_{i,j}^k)^2 + \kappa^2}} \right) + \\ & \Delta^y \left(\frac{\Delta^y \phi_{i,j}^k}{\sqrt{(\Delta^x \phi_{i,j}^k)^2 + (\Delta^y \phi_{i,j}^k)^2 + \kappa^2}} \right) \end{aligned}$$

本文采用零水平集长度的改变量

$$\Delta L_g = \int_{\Omega} g(I_\sigma) \left(\frac{\delta(\phi^n) |\nabla \phi^n| - \delta(\phi^{n-1}) |\nabla \phi^{n-1}|}{\delta(\phi^{n-1}) |\nabla \phi^{n-1}|} \right) dx dy$$

或者零水平集内部的面积改变量

$$\Delta A_g = \int_{\Omega} g(I_\sigma) (H(-\phi^n) - H(-\phi^{n-1})) dx dy$$

小于某个事先设定的阈值作为迭代的停止条件。

4 实验结果

通过实验验证本文所提模型的有效性:(1)不用在迭代过程中进行重新初始化,并且收敛速度比 Li 模型快;(2)对于噪声图像的分割,本文模型在迭代次数和分割质量上都较 Li 模型更具优势。

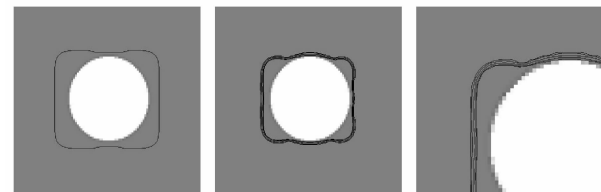
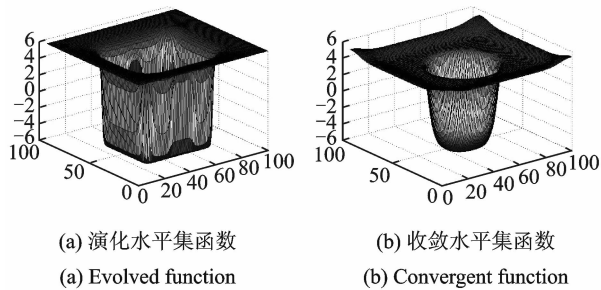
实验平台是操作系统为 Windows 7 的 PC(I5 CPU/2 GB 内存),程序用 Matlab 7.0 编写。实验中,为了和 Li 模型在相同条件下进行对比实验,本文将两个模型的参数选取一样,分别为 $\epsilon=1.5$; $\mu=0.04$; $\lambda=5$; $v=1.5$; $p=2$ 。数值计算时,空间步长 $\Delta x=\Delta y=1$;时间步长 $\Delta t=5$ 。

实验 1 实验目的是为了说明利用本文所提模型(式(10)),在演化过程中,水平集函数也不需要重新初始化,并且能够得到正确的分割结果。图 4 是利用本文所提模型对图 1 中的圆面图

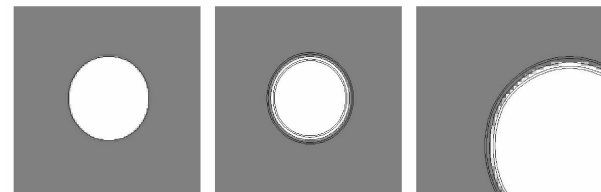
的演化图像,图 4(b)显示了其最后的收敛结果。其相应的零水平集分别见图 4(c,f)。明显最后零水平集收敛到圆面的边缘,得到正确的分割结果。

为了显示本文模型不需要进行重新初始化的原因,画出水平集函数 ϕ 的 $-4, -2, 0, 2$ 和 4 水平集,结果见图 4(d,g)。图 4(e,h)分别显示了其左上角的局部放大图像。可以看出 5 条水平集之间的间隔逐渐的变得相等,但相邻两条水平集之间的间隔不一定等于 2,这说明水平集函数 ϕ 不是完全近似于符号距离函数。但是从另外一方面来看,虽然本文模型不能驱动水平集函数近似为符号距离函数,但是可以得到和 Li 模型类似的结果,使得在水平集函数在零水平集附近变得光滑。

实验 2 实验目的是为了显示本文模型对含有复杂边缘的多目标图像具有较好的分割效果,并且收敛速度比 Li 模型快。图 5 是对大小为 84×84 的一幅人造图像和一幅自然图像(双细胞图像),分别采用 Li 模型(式(3))和本文模型的分割结果。实验结果显示 Li 模型和本文模型都可以得到较好的分割效果。但是本文模型进行分割所需的迭代次数较 Li 模型大约减少 12%,说明本文模型在收



(c) 图4(a)的零水平集 (d) 图4(a)的多水平集 (e) 图4(a)的局部放大
(c) Zero level set of Fig.4(a) (d) Level sets of Fig.4(a) (e) Zoom local of Fig.4(a)

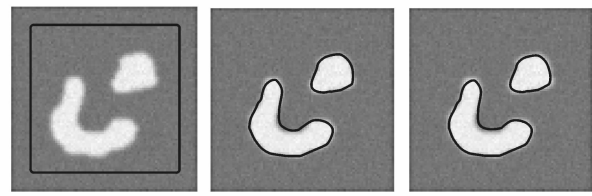


(f) 图4(b)的零水平集 (g) 图4(b)的多水平集 (h) 图4(b)的局部放大
(f) Zero level set of Fig.4(b) (g) Level sets of Fig.4(b) (h) Zoom local of Fig.4(b)

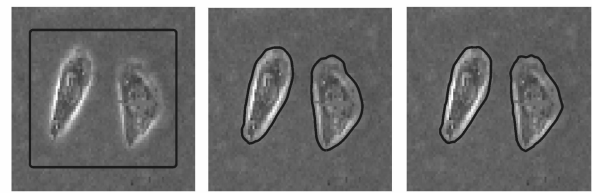
图 4 本文模型对圆面图像的分割结果

Fig. 4 Segmentation result of proposed model for image containing single circle

像进行分割的实验结果,初始水平集函数与图 1(a)一样。图 4(a)显示了水平集函数的中间过程



(a) 人造图像初始轮廓 (b) Li模型300次 (c) 本文模型(250次)
(a) Initial contour (b) Li model(300) (c) Proposed model(250) of synthetic image



(d) 双细胞图像初始轮廓 (e) Li模型250次 (f) 本文模型(220次)
(d) Initial contour (e) Li model(250) (f) Proposed model(220) of two cells image

图 5 Li 模型和本文模型对人造图像和双细胞图像分割结果

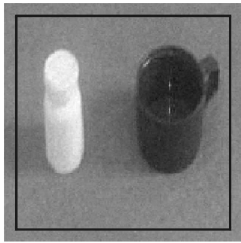
Fig. 5 Segmentation results of proposed model for synthetic image and double-cells image

敛速度上较 Li 模型快。这主要是因为本文模型采用了新的边缘检测函数,使得零水平集可以很快的通过图像的背景区域,到达目标物体的边缘。

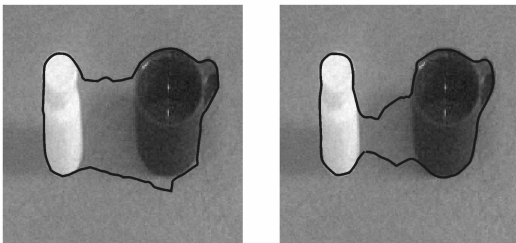
实验 3 实验目的是为了显示本文模型在对

噪声图像分割上较 Li 模型更具优势。图 6,7 分别显示了采用本文模型和 Li 模型对低噪声水平图像(加入标准差为 5 的高斯噪声)的分割结果。图 6(a)显示了测试图像(图像大小为 160×160)和初始水平集函数的零水平集(方框)。可以看出两个模型对于低噪声水平图像都能得到正确的分割。但是在迭代次数上,本文模型只需要迭代 700 次,而 Li 模型需要迭代 800 次,很明显,本文模型的收敛速度更快。

图 8,9 分别显示了采用本文模型和 Li 模型对高噪声水平图像(加入标准差为 10 的高斯噪声)的分割结果。可以看出本文模型由于采用了新的边缘检测函数,使得零水平集可以顺利地通过图像的噪声区域,到达目标物体的边缘,得到正确的分割

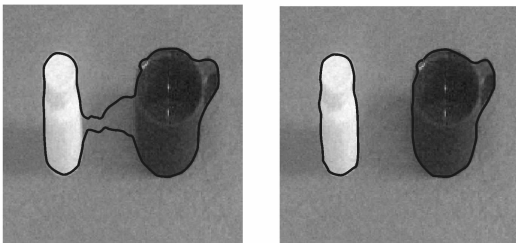


(a) 初始轮廓
(a) Initial contour



(b) 迭代100次
(b) 100 iterations

(c) 迭代300次
(c) 300 iterations

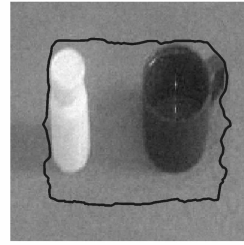


(d) 迭代500次
(d) 500 iterations

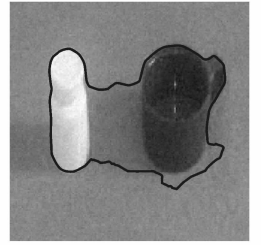
(e) 迭代700次
(e) 700 iterations

图 6 本文所提模型对噪声图像(加入标准差为 5 的高斯噪声)的分割结果

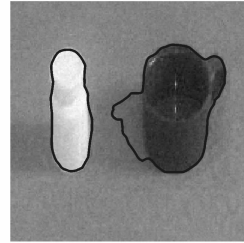
Fig. 6 Segmentation results of proposed model for noisy image (by adding Gaussian noise with standard deviation 5)



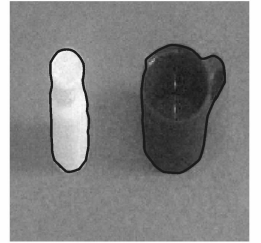
(a) 迭代100次
(a) 100 iterations



(b) 迭代300次
(b) 300 iterations



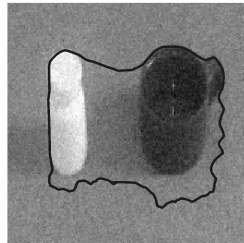
(c) 迭代700次
(c) 700 iterations



(d) 迭代800次
(d) 800 iterations

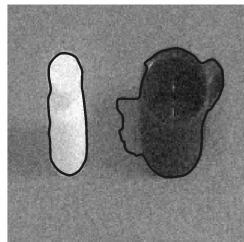
图 7 Li 模型对噪声图像(加入标准差为 5 的高斯噪声)的分割结果

Fig. 7 Segmentation results of Li model for noisy image (by adding Gaussian noise with standard deviation 5)



(a) 迭代200次
(a) 200 iterations

(b) 迭代400次
(b) 400 iterations



(c) 迭代800次
(c) 800 iterations

(d) 迭代1 000次
(d) 1 000 iterations

图 8 本文所提模型对噪声图像(加入标准差为 10 的高斯噪声)的分割结果

Fig. 8 Segmentation results of proposed model for noisy image (by adding Gaussian noise with standard deviation 10)

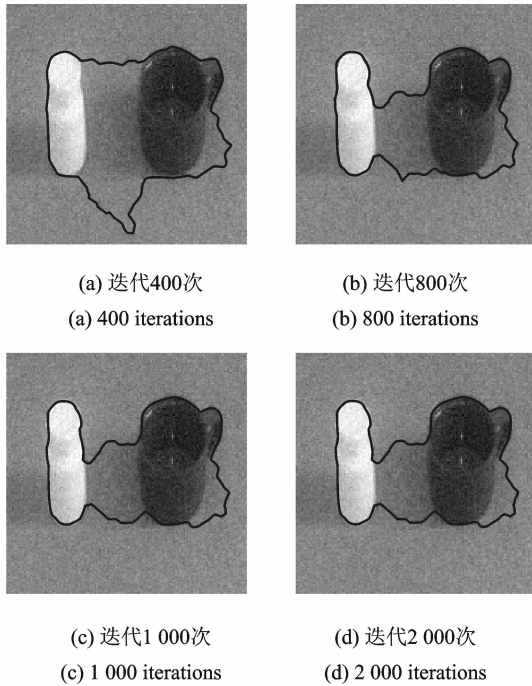


图 9 Li 模型对噪声图像(加入标准差为 10 的高斯噪声)的分割结果

Fig. 9 Segmentation results of Li model for noisy image (by adding Gaussian noise with standard deviation 10)

结果。但是对于 Li 模型,迭代 1 000 次之后,水平集函数的零水平集基本上没有运动了。这说明在噪声的影响下,水平集函数的零水平集不能通过图像的噪声区域而停留在此区域,得到错误的分割结果。

5 结束语

本文对 Li 提出的无需重新初始化模型进行了分析,对此模型中能量泛函的内部约束能量和外部能量进行了改进,提出了一个新的、较为简单的变分水平集图像分割模型。实验结果显示本文所提模型在演化过程中也不需要水平集函数进行重新初始化。对于噪声图像的分割,和 Li 模型相比,本文模型减少了分割的迭代次数,并且可以提高分割的准确性。现在有很多工作集中在变分水平集的自适应分割上(即不用控制参数 v ,演化曲线可以自适应地向内收缩或者向外扩张),并且提出了一些较好的分割模型。后续工作将集中在把这些模型和本文所提模型进行结合,得到实时性更好、分割质量更高的新的变分水平集分割模型。

参考文献:

- [1] Caselles V, Catta F, Coll T, et al. A geometric model for active contours in image processing [J]. *Numerische Mathematik*, 1993, 66(1):1-31.
- [2] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 22:61-79.
- [3] Sethian J. *Level set methods and fast marching methods* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [4] Chan T, Vese L. Active contours without edges [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(2):266-277.
- [5] 何传江,唐利明.几何活动轮廓模型中停止速度场的异性扩散[J]. *软件学报*, 2007, 18(2):600-607.
He Chuangjiang, Tang Liming. Anisotropic diffusion of halting speed fields in geometric active model [J]. *Journal of Software*, 2007, 18(2):600-607.
- [6] 唐利明,何传江,申小娜.几何活动轮廓模型的多尺度扩散分割算法[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2007, 19(5):661-666.
Tang Liming, He Chuanjiang, Shen Xiaona. A multi-scale diffusion segmentation algorithm based on geometric active contour model [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2007, 19(5):661-666.
- [7] Li C, Kao C, Gore J, et al. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2008, 17(10):1940-1949.
- [8] 东野长磊,郑永果,苏杰.基于 Chan-Vese 模型的 SAR 图像分割[J]. *数据采集与处理*, 2012, 27(2): 151-155.
Dongye Changlei, Zheng Yongguo, Su Jie. SAR image segmentation based on Chan-Vese model [J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2012, 27(2): 151-155.
- [9] 危自福,毕笃彦,马时平.一种改进的快速 C-V 水平集红外图像分割[J]. *数据采集与处理*, 2010, 25(3): 347-352
Wei Zifu, Bi Duyan, Ma Shiping. Improved fast C-V level set infrared image segmentation [J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2010, 25(3): 347-352
- [10] Li Chunming, Xu Chenyang, Gui Changfeng, et al. Level set evolution without re-initialization; A new

- variational formulation [C]//2005 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. [S. l.];IEEE Computer Society Press, 2005;430-436.
- [11] Ying Z, Guangyao L, Xiehua S, et al. Geometric active contours without re-initialization for image segmentation [J]. Pattern Recognition, 2009, 42(9): 1970-1976.
- [12] Li Meng, He Chuanjiang, Zhan Yi. Tensor diffusion level set method for infrared targets contours extraction [J]. Infrared Physics & Technology, 2012, 55(1):19-25.
- [13] Li C M, Kao C Y, Gore J C, et al. Implicit active contours driven by local binary fitting energy [C]//2007 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Minneapolis, MN: IEEE Computer Society Press, 2007;1-7.
- [14] Li Chunming, Xu Chenyang. Distance regularized level set evolution and its application to image segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(12): 3243-3254.
- [15] Chen Q, Montesinos P, Sun Q S, et al. Adaptive total variation denoising based on difference curvature [J]. Image and Vision Computing, 2010, 28(3): 298-306.

作者简介:唐利明(1978-),男,博士,副教授,研究方向:图像分解、去噪和分割,E-mail: tlmca78@163.com;黄大荣(1978-),男,教授,研究方向:优化理论、可靠性分析、智能交通图像处理;李可人(1978-),男,讲师,研究方向:偏微分方程理论及应用。