

文章编号:1004-9037(2014)05-0677-06

基于广义轮换矩阵的伪随机广义二进制轮换矩阵设计

郭继昌 孙 骏

(天津大学电子信息工程学院,天津,300072)

摘要:压缩感知中,测量矩阵在信号的获取和重构过程中起着重要的作用。传统的随机测量矩阵在采样率较高的情况下,能够获得比较好的重构效果,但在低采样率下的重构效果不够理想。确定性测量矩阵自身存在一些限制因素,与随机测量矩阵相比,重构效果有所降低。基于广义轮换矩阵(GR),提出了两种结构随机矩阵:广义二进制轮换矩阵(GBR)和伪随机广义二进制轮换矩阵(PGBR)。仿真结果表明,相对于传统的测量矩阵,新的测量矩阵在二维图像重建方面效果较好,所需重构时间相差不大,在较低的采样率下能够获得更加精确的重建。

关键词:压缩感知;测量矩阵;伪随机数列;广义二进制轮换矩阵;伪随机广义二进制轮换矩阵

中图分类号:TN911.72

文献标志码:A

Design of Pseudo-Random Generalized Binary Rotation Matrix Based on Generalized Rotation Matrix

Guo Jichang, Sun Jun

(School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin, 300072, China)

Abstract: In compressed sensing, measurement matrix plays an important role in signal acquisition and reconstruction. The traditional random measurement matrices can achieve good performance on the condition that the sampling rate is high enough, whereas the reconstructions are not satisfactory at low sampling rates. Compared with these random measurement matrices, the deterministic measurement matrices possess their own constraints, which lead to worse performance. Based on the generalized rotation (GR) matrix, two kinds of structured random matrices are proposed as the generalized binary rotation (GBR) matrix and the pseudo-random generalized binary rotation (PGBR) matrix. Simulation results for two-dimensional signals show that the two series of new matrices perform better than the traditional measurement matrices. The amount of time required by the traditional and the new approaches is about the same. Moreover, they can obtain more accurate reconstructions at low sampling rates.

Key words: compressed sensing; measurement matrix; pseudo-random sequence; generalized binary rotation matrix; pseudo-random generalized binary rotation matrix

引 言

压缩感知^[1]是一种新型的信号处理方法,能够将一个高维的稀疏信号或可压缩信号由测量后得到的维数较低的测量值进行重构。该理论突破了信号获取方面传统的奈奎斯特采样定律的限制,能够在信号采样的同时,进行数据的压缩。

测量矩阵在压缩感知信号采样和信号重构两

个关键过程中扮演着重要的角色,它的结构必须符合一定的约束条件。文献[2]建立了著名的约束等距性(Restricted isometry property, RIP)准则。作为充分条件而非必要条件,该准则虽然从理论上给出了测量矩阵应满足的要求,但在实际应用中,很难用来指导设计测量矩阵。为了指导设计测量矩阵,文献[3]给出相关性判别理论,文献[4]给出约束等距性的等价条件。这两种理论的核心是测量矩阵和稀疏矩阵不相干。文献[5]提出了统计约束

等距性准则,该准则比 RIP 准则有着更弱的限制,但能保证除小部分以指数形式分布的稀疏信号以外的所有信号的重建。

根据 RIP 准则和非相干性理论,文献[1,6]提出了常用的随机测量矩阵:高斯随机测量矩阵、Bernoulli 随机测量矩阵,文献[7]提出了非相关随机测量矩阵。随机测量矩阵中的每个元素遵循独立和相同的分布,因此能够保证测量矩阵以很高的概率满足 RIP 准则。确定性矩阵方面,文献[8]提出 Toeplitz 矩阵和循环矩阵,文献[9]提出多项式确定性测量矩阵,文献[10]给出了 BCH 循环正交码测量矩阵的构造方法,文献[11]中加性组合的方法被用来构造测量矩阵。此外,还有一些学者将 Chirp 序列^[12]等方法用于非 RIP 的确定性矩阵的构造。

国内的一些专家针对测量矩阵开展了大量的研究,先后提出了测量矩阵的一些构造方法:非常稀疏投影矩阵^[13]、亚高斯随机测量矩阵^[14]、广义轮换矩阵(Generalized rotation matrix,GR)^[15]、基于排列的多维测量矩阵(Permutation-based multi-dimensional measurement matrix,PBMD)^[16]、随机间距稀疏 Toeplitz 测量矩阵(Deterministic sparse toeplitz measurement matrices with random pitch,DSTRP)^[17]等,并针对传统的随机测量矩阵和确定性测量矩阵,提出了一些优化方法^[18]。

目前并没有有效的理论来检测随机测量矩阵的 RIP^[19]。传统的随机测量矩阵在采样率较高的情况下,能够获得比较好的重构效果,但在低采样率下的重构效果不够理想。确定性测量矩阵自身存在一些限制因素,与随机测量矩阵相比,在重构效果上存在差距,精确重构要求的测量数较多,同时对信号的稀疏度也有较高的要求。

针对传统的测量矩阵存在的这些问题,基于对 GR 的研究,本文提出了两种结构随机矩阵:广义二进制轮换矩阵(Generalized binary rotation matrix,GBR)和伪随机广义二进制轮换矩阵(Pseudo-random generalized binary rotation matrix,PGBR)。与确定性矩阵相比,结构随机矩阵多了些随机性,具有相对较好的 RIP 性质,更为重要的是,结构随机矩阵适用于很多实际应用^[20]。仿真结果显示,新的测量矩阵在二维图像重建方面有着很好的表现,相对于传统的测量矩阵,能在较低的采样率下获得更加精确的重建。

1 基础理论

1.1 压缩感知

如果 $x(n)$ ($n=1,2,\dots,N$) 表示一个长度为 N

的一维离散信号, s 表示该信号在正交基 Ψ 上展开的稀疏向量,则 \mathbf{R}^N 空间 $N \times 1$ 维的列向量 $x(n)$ 可表示为

$$\mathbf{x} = \Psi \mathbf{s} \quad (1)$$

式中: Ψ 为 $N \times N$ 维的标准正交基。如果稀疏向量 s 中仅有 k 个元素不为 0,即稀疏度为 k ,则信号 x 可用 N 个基向量中的 k 个基向量的线性组合来表示。

压缩感知建立在信号稀疏表示的基础上,可实现对稀疏信号的直接采样。如果 y 表示 M 维测量值向量, Φ 表示 $M \times N$ 维测量矩阵, x 为稀疏信号,则测量过程的数学表达式为

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (2)$$

若信号 x 本身不稀疏,但它是可压缩信号,则测量过程的数学表达式为

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} = \Phi \Psi \mathbf{s} \quad (3)$$

重建过程是由 M 维信号 y 通过非线性投影获得原 N 维信号 x 。该过程是一个 NP-hard 问题,无法直接求解。但当 $\Phi \Psi$ 满足约束等距性时,任意 N 维离散信号 x 可由其在 \mathbf{R}^N 空间的 M 维随机测量值以很高的概率精确重建。

1.2 广义轮换矩阵

广义轮换矩阵是在 Toeplitz 矩阵和循环矩阵的基础上构造出的一种测量矩阵。该矩阵与循环矩阵的不同之处在于:在除第一行外其他 $M-1$ 行向量的构造过程中,从右到左循环的唯一元素需乘以系数 $c(c>1)$ 。广义轮换矩阵的结构为

$$\mathbf{GR} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ ca_{n-1} & a_0 & \cdots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ ca_{n-2} & ca_{n-1} & \cdots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ ca_{n-m+1} & ca_{n-m+2} & \cdots & \cdots & a_{n-m} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $a_0, a_1, \dots, a_{n-1} \in \{-1, 1\}, m < n$ 。

对于普通的一维信号和二维信号,广义轮换矩阵具有一个特殊的性质^[15]:基于能量分布的非均匀采样,对于用于压缩采样的可压缩信号,其稀疏变换域的系数通常是稀疏和不均匀的。这个性质对精确重构有着很大的影响。

广义轮换矩阵虽然具有良好的性质,但仍存在着一些不足:(1)作为循环基础,第一行向量中的每个元素都属于集合 $\{-1, 1\}$,由于负数的存在,在实际应用中需要较多的计算和存储空间;(2)广义轮换矩阵采用固定的系数,在一定程度上限制了矩阵的随机性。

2 基于 GR 测量矩阵的矩阵设计

文献[3]提出,测量矩阵需要具有 3 个性质:(1)测量矩阵列向量之间需要满足一定的线性独立

性;(2)测量矩阵的列向量能够体现某种类似白噪声的随机性和独立性;(3)满足稀疏度的解是满足 L_0 范数最小的量。

结合文献[3]提出的 3 个性质以及广义轮换矩阵存在的种种不足,从以下两个方面对广义轮换矩阵进行改进:矩阵元素的稀疏性以及矩阵列向量的随机性。

2.1 广义二进制轮换矩阵

将二进制向量用于广义轮换矩阵的构造,可以增强矩阵元素的稀疏性。二进制向量中每个元素都属于集合 $\{0,1\}$,以该向量作为循环基础,应用广义轮换思想,在其他 $M-1$ 行向量的循环构造过程中,将从右到左循环的唯一元素乘以系数 c ($c > 1$),构造出广义二进制轮换矩阵

$$\mathbf{GBR} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ ca_{n-1} & a_0 & \cdots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ ca_{n-2} & ca_{n-1} & \cdots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ ca_{n-m+1} & ca_{n-m+2} & \cdots & \cdots & a_{n-m} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $a_0, a_1, \dots, a_{n-1} \in \{0,1\}, m < n$ 。

假定矩阵的列相干性为 μ ,那么矩阵满足 RIP 常数为 $\delta_s = (s-1)\mu$ 的 s 阶 RIP 性质^[9]。列相干性 μ 越小, RIP 常数 δ_s 越接近于 0,其任取 s 列所形成的子矩阵也就越接近正交,矩阵的性质也就越好^[20]。

因此,在矩阵的构造过程中,循环基础中 $\{0,1\}$ 元素的分布以及系数的取值需要进行合理地选择,使得测量矩阵具有较低的列相干性,进而得到性质较好的 GBR 测量矩阵。

2.2 伪随机广义二进制轮换矩阵

传统的随机测量矩阵与确定性测量矩阵相比有着更好的重构效果,这与矩阵元素的随机性密切相关。因此,将随机的思想应用于 GBR 测量矩阵中元素的构造,可进一步增强矩阵列向量的随机性。

针对广义二进制轮换矩阵,可将其循环构造过程中所生成的每一行向量的第一个元素采用随机数列中的数值代替。而考虑实际应用,某种确定的伪随机数列更符合应用的要求。将伪随机数列应用于 GBR 测量矩阵的构造过程中,即可得到伪随机广义二进制轮换矩阵。该矩阵构造方法如下。

步骤 1 构造循环基础 \mathbf{a} ,即测量矩阵的第一行向量(长度为 N),其中每个元素从 $\{0,1\}$ 中随机选取,0 和 1 被选取的概率均为 $1/2$ 。

步骤 2 构造伪随机数列。首先需要构造长

度为 M 的某种特殊数列 \mathbf{b} ,该数列的每个元素之间需满足一定的关系。将循环基础逆序排列后,取其前 M 项与特殊数列按位相乘,即 $\mathbf{a}(N-i+1) \cdot \mathbf{b}(i)$ ($i=1,2,\dots,M$),得到的新数列 \mathbf{c} 即为所需的伪随机数列。

步骤 3 构造剩余的 $M-1$ 行向量。当构造第 $i+1$ 行向量时,将第 i 行向量中的元素循环右移,并将所生成向量的第一个元素置为伪随机数列中的 $\mathbf{c}(i+1)$ 。以此类推,构造出剩余的 $M-1$ 行向量,最终形成伪随机广义二进制轮换矩阵。

由 PGBR 测量矩阵的构造方式容易推断出,特殊数列对于伪随机广义二进制轮换矩阵的性质有着很大的影响。考虑到矩阵的列不相干性和元素的随机性,可将幅度衰减脉冲(Amplitude attenuation pulse, AAP)、斐波那契卢卡斯数列(Fibonacci lucas sequence, FLS)以及素数列(Prime number sequence, PNS)作为特殊数列用于测量矩阵的构造,所得到的测量矩阵在压缩感知中有着比较好的重构效果。

2.2.1 基于 AAP 的 PGBR 测量矩阵

用于构造 PGBR 测量矩阵的幅度衰减脉冲,是指相邻两个脉冲之间的幅度差逐渐减小的脉冲数列。可选取整数脉冲数列作为特殊数列,令数列中每个脉冲的幅度均不相同,则需选取不小于测量矩阵行数的 M 个正整数来构造脉冲数列。

从应用的角度考虑,采用前 M 个正整数来构造幅度衰减脉冲数列,相对来说可减少一定的计算。将 M 个正整数按照 $[1 \ M \ 2 \ M-1 \ 3 \ M-2 \ \cdots \ M/2 \ M/2+1]$ (M 为偶数)的顺序或者 $[1 \ M \ 2 \ M-1 \ 3 \ M-2 \ \cdots \ (M-1)/2 \ (M+3)/2 \ (M+1)/2]$ (M 为奇数)的顺序排列,均可用来构造性能相对较好的测量矩阵。

将该数列应用到 PGBR 测量矩阵的构造过程中,即可得到基于 AAP 的 PGBR 测量矩阵(PGBR_AAP)。

2.2.2 基于 FLS 的 PGBR 测量矩阵

斐波那契卢卡斯数列中,每 3 个连续的数有且只有一个能被 2 整除。因此,数列中相邻的两个数具有相同公约数的概率很低。但随着元素个数的增多,数列中会产生很大的数值,不利于计算。将斐波那契卢卡斯数列的前几位作为基 K 来构造特殊数列,可解决这一问题。

实际应用中,图像的长和宽大多为 8 的倍数,因此可采用前两项为 2 和 3 的斐波那契卢卡斯数列的前 8 位 $[2 \ 3 \ 5 \ 8 \ 13 \ 21 \ 34 \ 55]$ 作为基 K ,循环构造数列 $[K \ K \ K \ K \ \cdots \ K]$,选取其中前 M 项作为特殊数列。对于所需行数大于

64 的 PGBR 测量矩阵,相比 AAP 数列,FLS 数列中元素的数值相对较小,因此能减少一定的计算量,更有利于实际应用。

将该数列应用到 PGBR 测量矩阵的构造过程中,即可得到基于 FLS 的 PGBR 测量矩阵(PGBR_FLS)。

2.2.3 基于 PNS 的 PGBR 测量矩阵

素数除了能表示成它自己和 1 的乘积以外,不能表示为其他任何两个整数的乘积。不同的素数之间除了 1 以外,没有其他公约数的存在。因此,素数可用于构造特殊数列。

同斐波那契卢卡斯数列一样,素数列随着元素个数的增多,会产生很大的数值,不利于计算。同样,采用素数列中的前 8 位[2 3 5 7 11 13 17 19]作为基 K ,循环构造特殊数列。

将该数列应用到 PGBR 测量矩阵的构造过程中,即可得到基于 PNS 的 PGBR 测量矩阵(PGBR_PNS)。

3 实验结果

为了将 GBR,3 种 PGBR 测量矩阵与其他传统的测量矩阵进行对比,本文使用经典的 256×256 的 Lena 图像进行仿真实验。实验选用正交小波变换矩阵作为稀疏矩阵,重构算法采用 SL0 算法^[21],计算机型号是戴尔 OptiPlex 790 Mini Tower (CPU 型号 Intel Core i5-2400@3.10 GHz,内存容量 4 GB,主频 1 333 MHz),操作系统为 Windows 7 sp1 旗舰版(32 位),处理平台为 Matlab R2013a。

实验 1 相同采样率下,各测量矩阵的重构图像及重构性能对比。

选取采样率为 0.5,各测量矩阵的重构图像如图 1 所示。由图 1 可以看出,在相同的稀疏矩阵和重构算法下,以上几种测量矩阵均有比较好的表现,主观感觉区别不大。



图 1 不同测量矩阵的 Lena 重构图像对比图

Fig. 1 Comparison for reconstruction of Lena using different measurement matrices

表 1 列出了采用各测量矩阵进行重构时的峰值信噪比(Peak signal-to-noise ratio, PSNR)、信噪比(Signal-to-noise ratio, SNR)、相对误差以及重构时间等结果。表 1 中的数值均是对相应测量矩阵进行 100 次实验后取平均所得。

表 1 不同测量矩阵在采样率 0.5 情况下的对比

Table 1 Comparison using different measurement matrices at the sampling rate of 0.5

测量矩阵	PSNR/ dB	SNR/ dB	相对 误差	重构 时间/s
高斯随机	32.187 1	27.013 6	0.038 8	0.525 8
Bernouli 随机	32.172 0	26.998 6	0.038 8	0.520 0
Toeplitz	32.563 4	27.389 9	0.036 9	0.520 1
BPBD_L4	31.688 0	26.514 5	0.041 2	0.546 3
PBMD	32.109 2	26.935 7	0.039 2	0.523 2
DSTRP	32.235 5	27.062 1	0.038 6	0.516 3
GR	34.800 8	29.627 3	0.027 5	0.537 8
GBR	34.817 9	29.644 5	0.027 4	0.532 5
PGBR_AAP	37.037 7	31.864 3	0.018 8	0.573 1
PGBR_FLS	36.524 2	31.350 7	0.020 8	0.545 2
PGBR_PNS	36.412 4	31.238 9	0.021 6	0.553 5

由表 1 可以看出,在相同的采样率和重构算法下,几种测量矩阵的重构时间差别不大。然而,相对于高斯随机、Bernouli 随机、Toeplitz 等测量矩阵,GBR 测量矩阵和 3 种 PGBR 测量矩阵在重构精度上有着很大的改善。相比于重构效果较好的 GR 测量矩阵,GBR 测量矩阵有着不弱于 GR 测量矩阵的表现,3 种 PGBR 测量矩阵在 PSNR 上则有着至少 1.5 dB 的提升。采用伪随机数列的 3 种 PGBR 测量矩阵比采用固定系数的 GBR 测量矩阵,在重构精度上有着更好的性能。

实验 2 不同采样率下,各测量矩阵重构性能对比

在不同的采样率下,实验结果如图 2 所示。由图 2 可以看出,当采样率为 0.1 时,高斯随机、Bernouli 随机、Toeplitz 等测量矩阵的 PSNR 均低于 10 dB,其中 PSNR 相对较高的广义轮换矩阵能够达到 8 dB,而 GBR 测量矩阵的 PSNR 可以达到 10 dB 以上,3 种 PGBR 测量矩阵则可以达到 23 dB 以上。随着采样率的增加,各测量矩阵的 PSNR 均呈上升趋势。

当采样率较高时,图中几种测量矩阵均有着比较好的表现;而当采样率低于 0.5 时,则有着明显的差异,其中 GR 测量矩阵以及本文提出的四种测量矩阵在重构方面相对其他几种方法有着明显的优势。因此,这五种测量矩阵在较低采样率下的重构表现,值得进一步关注和研究。

与 GR 测量矩阵相比,GBR 测量矩阵采用 {0, 1} 作为循环基础,增强了测量矩阵的稀疏性,在实

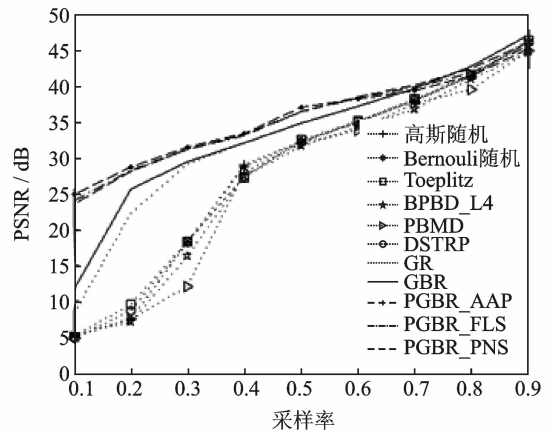


图 2 不同测量矩阵不同采样率下 PSNR 的对比
Fig. 2 PSNR comparison using different measurement matrices at different sampling rates

际应用中需要较少的计算量和存储空间,但由于仅仅是改变了循环基础,测量矩阵整体结构并未改变,重构效果并没有明显提升。当采样率低于 0.3 时,GBR 测量矩阵的重构效果有所改善;而当采样率高于 0.3 时,GBR 测量矩阵与 GR 测量矩阵相比,两者 PSNR 相差不大。

PGBR 测量矩阵由于采用伪随机数列,在一定程度上增强了矩阵的随机性,更符合测量矩阵所需随机性的要求,重构效果提升较明显。当采样率低于 0.7 时,相对于 GR 测量矩阵和 GBR 测量矩阵,3 种 PGBR 测量矩阵都有着更好的重构表现,尤其是当采样率低于 0.2 时,有着更大的优势。随着采样率的增加,优势则逐渐减小。

4 结束语

本文提出了两种新型结构随机矩阵的构造方法。基于广义轮换矩阵,对其循环基础和循环构造过程中所生成的每一行向量的第一个元素分别使用二进制向量和伪随机数列中的数值进行改进,得到广义二进制轮换矩阵和伪随机广义二进制轮换矩阵。经实验验证,相对于传统的测量矩阵,两种结构随机矩阵在保证图像重构时间变化较小的基础上,不同程度地提高了重构图像的 PSNR 值。虽然本文提出的 3 种 PGBR 测量矩阵有着良好的性质,但它们所选取的伪随机数列并不能保证是最优的。如何选取具有更好性质的伪随机数列,使得 PGBR 测量矩阵达到最优的性能,这一问题仍然需要在未来的工作中作进一步研究。

参考文献:

[1] Donoho D L. Compressed sensing[J]. Information

- Theory, IEEE Transactions on, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [2] Candes E J, Tao T. Decoding by linear programming [J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 2005, 51(12): 4203-4215.
- [3] Donoho D L, Huo X. Uncertainty principles and ideal atomic decomposition [J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 2001, 47(7): 2845-2862.
- [4] Baraniuk R G. Compressive sensing [J]. Signal Processing Magazine, IEEE, 2007, 24(4): 118-121.
- [5] Calderbank R, Howard S, Jafarpour S. Construction of a large class of deterministic sensing matrices that satisfy a statistical isometry property [J]. Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal, 2010, 4(2): 358-374.
- [6] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 2006, 52(2): 489-509.
- [7] Tsaig Y, Donoho D L. Extensions of compressed sensing [J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 549-571.
- [8] Bajwa W U, Haupt J D, Raz G M, et al. Toeplitz-structured compressed sensing matrices [C] // Statistical Signal Processing, SSP' 07. IEEE/SP 14th Workshop on. Washington DC, USA: IEEE, 2007: 294-298.
- [9] DeVore R A. Deterministic constructions of compressed sensing matrices [J]. Journal of Complexity, 2007, 23(4): 918-925.
- [10] Amini A, Marvasti F. Deterministic construction of binary, bipolar, and ternary compressed sensing matrices [J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 2011, 57(4): 2360-2370.
- [11] Bourgain J, Dilworth S, Ford K, et al. Explicit constructions of RIP matrices and related problems [J]. Duke Mathematical Journal, 2011, 159(1): 145-185.
- [12] Applebaum L, Howard S D, Searle S, et al. Chirp sensing codes: Deterministic compressed sensing measurements for fast recovery [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(2): 283-290.
- [13] 方红, 章权冰, 韦穗. 基于非常稀疏随机投影的图像重建方法 [J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(22): 25-27.
- Fang Hong, Zhang Quanbing, Wei Sui. Method of image reconstruction based on very sparse random projection [J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 42(22): 25-27.
- [14] 方红, 章权冰, 韦穗. 基于亚高斯随机投影的图像重建方法 [J]. 计算机研究与发展, 2008, 45(8): 1402-1407.
- Fang Hong, Zhang Quanbing, Wei Sui. A method of image reconstruction based on sub-Gaussian random projection [J]. Journal of Computer Research and Development, 2008, 45(8): 1402-1407.
- [15] 李浩, 赵瑞珍, 胡绍海. 一种新的压缩感知测量矩阵——广义轮换矩阵 [J]. 新型工业化, 2011(7): 1-7.
- Li Hao, Zhao Ruizhen, Hu Shaohai. The generalized rotation matrix: A new measurement matrix for compressive sensing [J]. New Industrialization Strategy, 2011(7): 1-7.
- [16] Wu K, Guo X. Compressive sensing with sparse measurement matrices [C] // Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2011 IEEE 73rd. Budapest, Hungary: IEEE, 2011: 1-5.
- [17] 张成, 杨海蓉, 韦穗. 基于随机间距稀疏 Toeplitz 测量矩阵的压缩传感 [J]. 自动化学报, 2012, 38(8): 1362-1369.
- Zhang Cheng, Yang Hairong, Wei Sui. Compressive sensing based on deterministic sparse Toeplitz measurement matrices with random pitch [J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(8): 1362-1369.
- [18] 郑红, 李振. 压缩感知理论投影矩阵优化方法综述 [J]. 数据采集与处理, 2014, 29(1): 43-53.
- Zheng Hong, Li Zhen. Survey on optimization methods for projection matrix in compress sensing theory [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2014, 29(1): 43-53.
- [19] Li S, Gao F, Ge G, et al. Deterministic construction of compressed sensing matrices via algebraic curves [J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 2012, 58(8): 5035-5041.
- [20] 许志强. 压缩感知 [J]. 中国科学: 数学, 2012, 42(9): 865-77.
- Xu Zhiqiang. Compressed sensing: a survey [J]. Science China: Math, 2012, 42(9): 865-77.
- [21] Mohimani G H, Babaie-Zadeh M, Jutten C. A fast approach for overcomplete sparse decomposition based on smoothed L0 norm [J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2009, 57(1): 289-301.
- [22] He Z, Ogawa T, Haseyama M. The simplest measurement matrix for compressed sensing of natural images [C] // Image Processing (ICIP), 2010 17th IEEE International Conference on. Hong Kong, China: IEEE, 2010: 4301-4304.
- 作者简介: 郭继昌(1966-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向: 数字图像处理、滤波器理论及设计等, E-mail: jcguo@tju.edu.cn; 孙骏(1990-), 男, 硕士研究生, 研究方向: 压缩感知测量矩阵及数字图像处理等。