文章编号:1004-9037(2014)04-0549-06

自适应门限 GM-CPHD 多目标跟踪算法

章 涛1,2 吴仁彪2

(1.天津大学电子信息工程学院,天津,300072;2.中国民航大学天津市智能信号与图像处理重点实验室,天津,300300)

摘要:带有势估计的高斯混合概率假设密度滤波(GM-CPHD)作为一种杂波环境下目标数可变的检测前跟踪方法,将复杂的多目标状态空间的运算转换为单目标状态空间内的运算,有效避免了多目标跟踪中复杂的数据关 联问题,但该方法的计算复杂度与观测数的3次方成正比,在密集杂波情况下计算量十分巨大。针对该方法计 算复杂度高的问题,提出利用一种最大似然自适应门限的快速算法,该算法首先利用自适应门限对观测进行处 理,然后仅利用处于门限内的有效观测进行 GM-CPHD 算法的更新步计算,大大降低了算法的计算复杂度。实 验结果证明,本文方法在有效降低计算复杂度的同时,在多目标跟踪效果方面与 GM-CPHD 相当,优于 GM-PHD 滤波算法。

关键词:多目标跟踪;检测前跟踪;带有势估计的概率假设密度滤波;自适应门限 中图分类号:TP391 文献标识码:A

Adaptive Gating GM-CPHD Filter for Multitarget Tracking

Zhang Tao^{1,2}, Wu Renbiao²

 School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin, 300072, China;
 Tianjin Key Laboratory for Advanced Signal Processing, Civil Aviation University of China, Tianjin, 300300, China)

Abstract: The Gaussian mixture cardinalized probability hypothesis density filter (GM-CPHD) is a recursive Bayesian filter for track-before-detect multitarget tracking algorithm in clutter, which propagates the first moment of the multi-target posterior density, incorporating track initiation and termination without consideration of measurement-to-track association. Due to the fact that GM-CPHD filer has a great computational complexity: $O(nm^3)$, where *n* is the number of targets and *m* is the cardinality of measurement set, an adaptive gating algorithm is proposed. The algorithm reduces the measurement set by using a maximum likelihood adaptive gate, and only the measurements falling into the gate are used to update the PHD estimation. Simulation results show that the proposed algorithm reduces the computational complexity obviously, and obtains a similar performance.

Key words: multitarget tracking; track-before-detect(TBD); gaussian mixture CPHD; adaptive gating

引 言

多目标跟踪作为一个重要的理论和实践问题, 最近几十年来,国内外众多专家学者对它进行了深 入的研究,取得了丰硕的成果^[1-5]。多目标跟踪就 是利用传感器所获得的量测对多个目标的状态进 行持续地估计和预测。目前主要有两类方法:一类 是传统的基于数据关联的多目标跟踪方法^[1-2],该 类方法首先采用数据关联技术确定传感器测量和

收稿日期:2013-09-29;修订日期:2014-03-26

基金项目:国家科技支撑计划课题(2011BAH24B12)资助项目;国家自然科学基金委员会与中国民用航空局联合(U1233112,U1233109)资助项目;国家自然基金青年科学基金(11102134)资助项目;中央高校基本科研业务费中国民航大学专项基金(3122014D006)资助项目。

目标源之间的对应关系,然后再对每个目标的状态 分别进行估计;另一类是非关联的多目标跟踪算 法,主要是基于随机有限集理论(Random finite set,RFS)的方法^[3,4]。

Mahler 于 1997 年首次系统地在 RFS 理论框 架下将多传感器多目标跟踪问题描述为贝叶斯估 计问题,并给出了相应的多目标贝叶斯滤波器的递 推公式。为了降低该多目标贝叶斯滤波器的计算 复杂度,2003 年 Mahler 通过传递目标状态集合的 后验概率密度一阶统计矩来代替传递后验概率密 度的近似方法得到了概率假设密度(Probability hypothesis density,PHD)滤波器^[4],但 PHD 算法 存在一个缺陷,即其假设目标数服从 Poisson 分 布,这会夸大目标漏检对其势估计的影响;针对上 述问题,2007年 Mahler 提出了势概率假设密度 (Cardinalized PHD, CPHD)滤波器^[6]。由于 PHD 滤波器和 CPHD 滤波器的递推公式中含有多个积 分,故它在非线性非高斯条件下没有解析形式,因 此, Mahler 和 Vo 等学者又讨论了 PHD 滤波器的 实现问题,他们分别给出了适用于非线性非高斯条 件的序贯蒙特卡罗 PHD(Sequential Monte Carlo PHD, SMC-PHD)滤波器^[7]和适用于线性高斯条 件的高斯混合 PHD (Gaussian mixture PHD, GM-PHD)滤波器^[8]。

相比 PHD 滤波器,CPHD 滤波器在传递目标 强度函数的同时传递目标数的分布函数即势分布 函数,从而获得了更好的估计效果。但是 CPHD 的计算量十分巨大,即使是具有封闭形式解的高斯 混合实现方法 GM-CPHD 其计算复杂度仍为 $O(nm^3)$ ^[9],其中 n 为跟踪的目标数, m 为观测数, 远高于 GM-PHD 滤波器的 O(nm)。特别是在密 集杂波的情况下,GM-CPHD 滤波器计算十分复 杂。

针对 GM-CPHD 算法计算复杂度高的问题, 本文提出了一种自适应门限方法以降低 GM-CPHD 算法的计算复杂度。实验结果表明,新方 法的计算处理时间接近 GM-PHD 算法,状态估计 精度方面接近 GM-CPHD 算法,优于 GM-PHD 算 法。

1 GM-CPHD 滤波器

GM-CPHD 算法是在保持 CPHD 滤波器的原 始假设的前提下,在线性高斯框架下实现的具有封 闭解形式的势概率假设密度滤波器。其实现需满 足下面相关前提条件^[10]。

条件 1:状态模型即测量模型均满足线性高斯 特性,即

$$f_{k|k-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\zeta}) = N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{F}_{k|k-1}\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{Q}_{k-1})$$

$$g_{k}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{x}) = N(\boldsymbol{z};\boldsymbol{H}_{k}\boldsymbol{x},\boldsymbol{R}_{k})$$
(1)

式中: $N(\bullet; m, P)$ 表示一个均值为m,方差为P的高斯分布; $F_{k|k-1}$ 为状态转移矩阵; Q_{k-1} 为过程噪声的协方差; H_k 为观测矩阵; R_k 为观测误差的协方差。

条件 2:目标的存活概率 *p*_{*s*,*k*}(*x*)及目标检测 概率 *p*_{*D*,*k*}(*x*)状态独立,即

$$p_{S,k}(\mathbf{x}) = p_{S,k}$$

$$p_{D,k}(\mathbf{x}) = p_{D,k}$$
(2)

条件 3: 新生目标的强度函数为高斯混合形式,即

$$\boldsymbol{\gamma}_{k}(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{J_{\boldsymbol{\gamma},k}} \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{\gamma},k}^{(i)} N(\boldsymbol{x}; \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{\gamma},k}^{(i)}, \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{\gamma},k}^{(i)})$$
(3)

式中: $\omega_{\gamma,k}^{(i)}$, $m_{\gamma,k}^{(i)}$, $P_{\gamma,k}^{(i)}$ 分别为高斯混合形式新生目标强度的权值、均值及协方差; $J_{\gamma,k}$ 表示构成新生目标强度函数的高斯项个数。

GM-CPHD 滤波器递归算法可以分为"预测" 和"更新"两个步骤进行。

假设目标在 k - 1 时刻的目标后验强度函数 $v_{k-1}(\mathbf{x})$ 及后验势分布函数 $p_{k-1}(n)$ 已知,且 $v_{k-1}(\mathbf{x})$ 为高斯混合形式, J_k 表示k - 1时刻构成 目标后验强度函数的高斯项个数。

$$v_{k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i)})$$
(4)

k-1时刻的目标数 n_{k-1} 可通过式(5)计算

$$n_{k-1} = \sum_{n=1}^{\infty} n \, p_{k-1}(n) \tag{5}$$

1.1 预测步骤

GM-CPHD 滤波器的预测步可以分为对强度 函数的预测和对势分布的预测,其中对强度函数的 预测和 GM-PHD 滤波器完全相同。这里不考虑 衍生目标的情况。

$$v_{k|k-1}(\boldsymbol{x}) = v_{S,k|k-1}(\boldsymbol{x}) + \gamma_k(\boldsymbol{x})$$
(6)

式中: $v_{S,k|k-1}(x)$ 为存活目标的强度函数; $\gamma_k(x)$ 为新生目标的强度函数,在式(3)中给出,则 $v_{k|k-1}(x)$ 也为高斯混合形式。

$$\boldsymbol{v}_{S,k|k-1}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{p}_{S,k} \sum_{j=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(j)} N(\boldsymbol{x}; \boldsymbol{m}_{S,k|k-1}^{(j)}, \boldsymbol{P}_{S,k|k-1}^{(j)})$$
$$\boldsymbol{m}_{S,k|k-1}^{(j)} = \boldsymbol{F}_{k-1} \boldsymbol{m}_{|k-1}^{(j)}$$
(7)
$$\boldsymbol{P}_{S,k|k-1}^{(j)} = \boldsymbol{Q}_{k-1} + \boldsymbol{F}_{k-1} P_{S,k-1}^{(j)} \boldsymbol{F}_{k-1}^{\mathrm{T}}$$

后验势分布函数可以通过式(8)预测

1.2 更新步骤

强度函数及势分布函数的更新可以分别用式 (9,10)表示

$$v_{k|k}(\mathbf{x}) = \left[(1 - P_{d}) \frac{L(\mathbf{Z}_{k} \mid \neg D)}{L(Z_{k})} + P_{d} \frac{L(\mathbf{Z}_{k} \mid D)}{L(\mathbf{Z}_{k})} \right] v_{k|k-1}(\mathbf{x})$$
(9)

$$p_{k|k}(n) = \frac{L(\mathbf{Z}_k \mid n)}{L(\mathbf{Z}_k)} p_{k|k-1}(n)$$
(10)

式中: $D 和 \rightarrow D 分别表示目标被检测到的情况和 目标漏检的情况; <math>P_a$ 为检测概率; $L(\bullet)$ 为似然函数,定义如下。

$$L(\mathbf{Z}_{k} \mid \neg D) = \frac{1}{n_{k|k-1}} \sum_{j=0}^{m_{k}} \alpha_{k}^{(j+1)} \beta_{k}^{(j)} \sigma_{j}(\{L_{k}^{(1)}, \cdots, L_{k}^{(m_{k})}\})$$
(11)

$$L(\mathbf{Z}_{k} \mid D) = \sum_{j=1}^{m_{k}} l(\mathbf{z}_{k}^{(s)} \mid \mathbf{x}) L(\mathbf{Z}_{k} \mid a_{k}^{(j)} = s)$$
(12)
$$L(\mathbf{Z}_{k} \mid a_{k}^{(j)} = s) =$$

$$\frac{1}{n_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{m_k} \beta_k^{(j)} \alpha_k^{(j)} \sigma_{j-1} \left(\left\{ L_k^{(1)}, \cdots, L_k^{(m_k)} \right\} \setminus \left\{ L_k^{(s)} \right\} \right)$$
(13)

$$L(\mathbf{Z}_{k}) = \sum_{j=0}^{m_{k}} \alpha_{k}^{(j)} \beta_{k}^{(j)} \sigma_{j} (\{L_{k}^{(1)}, \cdots, L_{k}^{(m_{k})}\})$$
(14)

$$\sum_{k=1}^{\min\{m,n\}} \beta_{k}^{(j)} \frac{n! (1-P_{d})^{n-j}}{(n-i)!} \sigma_{j}(\{L_{k}^{(1)}, \cdots, L_{k}^{(m_{k})}\})$$
(1)

$$\alpha_{k}^{(j)} \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \frac{n!}{(n-i)!} p_{k|k-1}(n) (1-P_{d})^{n-j}$$
(16)

5)

$$\beta_{k}^{(j)} \equiv p_{c}(m_{k}-j) \frac{(m_{k}-j)!}{m_{k}!} |V|^{j}$$
(17)

$$\sigma_{j}(\{L_{k}^{(1)}, \cdots, L_{k}^{(m_{k})}\}) = \begin{cases} \sum_{1 \leq i_{1} < \cdots < i_{j} \leq m_{k}} L_{k}^{(i_{1})} L_{k}^{(i_{2})} \cdots L_{k}^{(i_{j})} & j > 0 \\ 1 & j = 0 \end{cases}$$
(18)

式中: $n_{k|k-1}$ 为预测的目标数; m_k 表示观测数; $\alpha_k^{(j)} = s$ 表示把第s 个观测分配给第j 个高斯分量 的情况;V 为观测空间; $p_c(m_k - j)$ 表示杂波数为 $m_k - j$ 的概率;假设杂波分布为均匀分布,则 V^{-1} 表示杂波分布函数; $\sigma_j(\bullet)$ 为非空实数集合阶数为 *j* 的均衡函数。

2 新的 GM-CPHD 多目标跟踪算法

由上节中 GM-CPHD 滤波器算法可知,而其 计算复杂度为 O(nm³)^[9],与观测数 m 的 3 次方成 正比,所以通过减少有效观测数可以有效的降低其 计算量。本文提出一种在传统 GM-CPHD 算法的 预测步后增加对观测数据进行自适应门限处理的 方法,仅使用通过门限处理的观测参与算法的更新 步计算,在有效减少 GM-CPHD 滤波器计算量的 同时,保证了算法估计性能。

2.1 最大似然自适应门限方法

对于 k 时刻进行预测步计算后,第 i 个观测值 $z_{k}^{(i)}$ 与第 j 个状态预测值 $\hat{x}_{k}^{(j)}$ +1 的残差向量可以表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(ji)} = \boldsymbol{z}_{k}^{(i)} - \boldsymbol{H}(\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}^{(j)})$$
(19)

则残差向量对应的残差协方差矩阵可以表示 为

$$\boldsymbol{S}_{k}^{(j)} = \boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{P}_{k}^{(j)} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_{k}$$
(20)

式中: H_k 为测量矩阵; $P_k^{(j)}$ 为第j个预测值的协 方差矩阵; R_k 为观测噪声矩阵。

对于线性高斯系统,椭球门限^[11]判别可以表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{((ji))\mathrm{T}}(\boldsymbol{S}_{k}^{(j)})^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}^{(ji)} \leqslant Tg_{k}^{(j)}$$
(21)

式中: Tg^(j) 为 k 时刻第 j 个预测值对应的门限值, 如果门限取值较大,则将会使较多的杂波进入门 限,导致误警提高且会增大计算量;如果门限取值 较小,虽然减小了计算量但有可能导致某些目标对 应的观测未能进入门限,造成目标漏检。

本文使用最大似然方法获得最佳的自适应椭 球门限,如果 P_s 为目标观测落入椭球门限的概率, n_s 为观测空间维数, ω_{k+1}^{Ω} 表示第 j 个预测值的高 斯项权值, β 为杂波密度函数, k 时刻第 j 个预测 值对应的门限 Tg_k^{Ω} 可表示为

$$Tg_{k}^{(j)} = 2\ln\left[\frac{\omega_{k|k-1}^{(j)}P_{g}}{(1-P_{g})\beta(2\pi)^{n_{z}/2}\sqrt{|S_{k}^{(j)}|}}\right] (22)$$

由式(22)可知,该门限与 ω_{kl}^{Ω} , $\beta \mathcal{B} P_{s}$ 有关,其中 ω_{kl}^{Ω} , S_{k}^{Ω} 与时刻k及目标状态有关,可 知其为自适应门限。当状态预测值的高斯项权值 ω_{kl}^{Ω} ,立时自适应门限取值较大,目标存在的概率较 高,这时自适应门限取值较大,使得状态预测值对 应的有效观测值能落入相应的门限中,以避免目标 漏检;当预测的残差协方差 S_{k}^{Ω} 较大时,意味着目 标机动性较强,预测值不准确,这时自适应门限取 值较小,以减少无效观测进入更新步,有利于相应 高斯项的裁剪,降低虚警。

2.2 杂波强度修正

传统的 GM-CPHD 算法假设杂波数 λ 服从 Possion 分布,杂波位置在整个观测空间 V 上均勾 分布,则杂波强度可表示为 $\kappa = \lambda V^{-1}$,由于只有在 自适应椭球门限区域内的观测数据参与了更新步 计算,所以本算法中的杂波强度相对于传统的 GM-CPHD 算法需要重新修正,修正后的观测空 间在不考虑椭球门限重合部分的情况下应为所有 预测值对应的椭球门限区域的和,即

$$Vg_{k} = \sum_{j=1}^{J_{k}} Vg_{k}^{(j)}$$
(23)

式中: $Vg_{k}^{(j)} = c_{n_{z}} [|\mathbf{S}_{k}^{(j)}| \cdot (Tg_{k}^{(j)})^{n_{z}}]^{1/2}$, $c_{n_{z}}$ 系数与 观测空间维数 n_{z} 有关($c_{1} = 2, c_{2} = \pi, c_{3} = \frac{3}{4}\pi$)。

修正后式(15)中观测空间 V 改为 V_{g_k} ,相应 的杂波强度修正为 $\kappa = \frac{Vg_k}{V} \lambda V^{-1}$ 。

2.3 新算法流程

本文提出的最大似然自适应门限 GM-CPHD 递归算法流程如下:

(1) 已知 k - 1 时刻的目标强度函数 $v_{k-1}(x)$ 及势分布函数 $p_{k-1}(n)$ 。

(2)利用式(6)及式(8)预测目标强度函数及
 势分布函数,得到 v_{k|k-1}(x)及 p_{k|k-1}(n)。

(3)利用式(22)计算每一个预测目标强度函 数高斯项对应的最大似然门限值 $Tg_{k}^{(j)}$,及门限观 测空间 $Vg_{k}^{(j)}$,其中 $j=1:J_{k}$, J_{k} 为预测值的高斯 项个数。

(4) 对 k 时刻的观测值进行门限处理,仅保留 处于门限内的观测数据 Z_{k}^{n} 。

(5)使用门限内的观测数据 Zⁱⁿ 代替传统 GM-CPHD 的全部 Z_k 通过式(9,10)对目标的强度函数 及势分布函数进行更新,获得 v_{k|k}(x) 及 p_{k|k}(n)。

(6) 对目标的强度函数 *v*_{k|k}(**x**) 的高斯项进行 裁剪合并获得目标状态估计,此步算法详见文献 [8]。

3 仿真实验

为了验证本文算法,实验设置一个 [- 100, 100]×[-100,100]的监视区域,4个目标,采样周 期T=1s,仿真40步,目标状态向量为 [x,x',y, y'],其中(x,y)表示目标的位置,(x',y')表示目 标的速度,观测空间维数 n_z = 2,目标运动满足线 性高斯模型

$$\mathbf{X}_{k} = \mathbf{F}\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{G}_{k}\mathbf{W}_{k}$$
(24)
$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{G} = \begin{bmatrix} T^{2}/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^{2}/2 \\ 0 & T \end{bmatrix}$$
(25)

状态噪声 $W_k \sim N(.;0,\sigma_w^2 I_2)$,方差 $\sigma_w = [0.5,0.5]^{\mathsf{T}}$ 。

新生目标的概率假设密度函数为

 $\gamma_k(\mathbf{x}) = 0.1N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\gamma}^{(1)}, P_{\gamma}) +$

0. 1N($\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\gamma}^{(2)}, \mathbf{P}_{\gamma}$) + 0. 1N($\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\gamma}^{(3)}, \mathbf{P}_{\gamma}$) (26) 式中: $\mathbf{m}_{\gamma}^{(1)} = [-50, 0, 50, 0]^{\mathrm{T}}, \mathbf{m}_{\gamma}^{(2)} = [-10, 0, 0, 0, 0]^{\mathrm{T}}, \mathbf{m}_{\gamma}^{(3)} = [0, 0, -5, 0]^{\mathrm{T}}, \mathbf{P}_{\gamma} = [5, 1, 5, 1]^{\mathrm{T}}.$

目标观测方程为

$$\boldsymbol{Z}_{k} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{X}_{k} + \boldsymbol{R}_{k} \tag{27}$$

式中: $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$,状态噪声 $R_k \sim N(.; 0, \sigma_x^2 I_2)$,方差 $\sigma_x = 0.5$ 。

检测概率 $P_{d} = 0.9$,目标存活概率 $P_{s} = 0.99$, 杂波强度 $\lambda = 8$,服从 Poisson 分布,杂波位置均匀 分布在 $[-100,100] \times [-100,100]$ 的观测空间。 目标运动轨迹如图 1 所示,观测及进行了自适应门 限处 理 后 的观测 如图 2 所示,自适应门限参数 $P_{g} = 0.9$, $\beta = 2 \times 10^{-4}$ 。

高斯项修剪阈值 $T=10^{-5}$,合并门限 U=4,高 斯项最大个数 $J_{max} = 100$ 。实验运行环境为 Intel core2 quad CPU 2.66 GHz,2 GB 内存,仿真软件 Matlab 7.0.1。

对上述数据及相同参数分别进行 GM-PHD 滤波、GM-CPHD 滤波及本文自适应门限 GM-CPHD 滤波,进行 50 次 Motocaro 实验,目标数估



Fig. 1 Tracks of the targets



Fig. 2 Measurements of the targets

计结果及 OSPA 距离^[12](误差调节因子 *c* = 20)如 图 3,4 所示。可以看出本文自适应门限 GM-CPHD 滤波方法的目标数估计结果及 OSPA 距离 都要优于 GM-PHD 方法,而与传统 GM-CPHD 方 法相当。在相同运行环境下三种方法的平均处理 时间如表 1 所示,可以看出本文提出的自适应门限 GM-CPHD 滤波方法在处理时间上与 GM-PHD 滤波方法相当,而远快于传统 GM-CPHD 滤波 方法。



图 3 目标势估计结果





表 1 平均处理时间比较	
--------------	--

Table 1 Comparison of p	processing time
-------------------------	-----------------

方法	GM-PHD	GM-CPHD	本文
平均处理时间/s	1.079	92.317	1.329 2

4 结束语

针对 GM-CPHD 算法计算复杂度与观测数的 3 次方成正比,计算复杂度高的问题,本文提出了 一种利用最大似然法获得自适应门限的快速算法, 该算法首先利用自适应门限对观测进行处理,然后 仅利用处于门限内的有效观测进行 GM-CPHD 算 法的更新步计算,大大降低了算法的计算复杂度。 实验结果证明,该方法在有效降低 GM-CPHD 滤 波计算复杂度的同时,在多目标跟踪效果方面与 GM-CPHD 相当,优于 GM-PHD 滤波算法。

参考文献:

- Bar-Shalom Y, Li X R. Multitarget-multisensor tracking: principles and techniques[M]. Storrs, CT: YBS Publishing, 1995.
- [2] Bar-Shalom Y, Fortmann T E. Tracking and data association [M]. San Diego, CA: Academic Press, 1988:1-6.
- [3] Mahler R. Random sets: unification and computation for information fusion—A retrospective assessment [C]// Proceeds of the 7th International Conference on Information Fusion. Stockholm, Sweden, [s. n.]: 2004:1-20.
- [4] Mahler R. Multi-target Bayes filtering via first-order multi-target moments [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39 (4): 1152-1178.
- [5] 章飞,周杏鹏,陈小惠.基于粒子滤波的交互式多模型 多机动目标跟踪[J].数据采集与处理,2011,26(2): 181-187.

Zhang Fei, Zhou Xingpeng, Chen Xiaohui. Interacting multiple model tracking algorithm of multiple maneuvering targets based on particle filter[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2011, 26(2): 181-187.

- [6] Mahler R. PHD filters of higher order in target number[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(4):1523-1543.
- [7] Vo B N, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo

methods for multi-target filtering with random finite sets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4):1224-1245.

- [8] Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091-4104.
- [9] Zhang H J, Jing Z L, Hu S Q. Gaussian mixture CPHD filter with gating technique[J]. Elsevier Journal on Signal Processing, 2009 (89), 1521-1530.
- [10] Vo B T, Vo B N. Cantoni A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2007(55), 3553-3567.

- [11] Blackman S, Popoli R. Design and analysis of modern tracking systems [M]. Boston: Artech House, 1999, 316-319.
- [12] Ristic B, Vo B N, Clark D, et al. A metric for performance evaluation of multi-target tracking algorithms [J]. IEEE Transactions Signal Processing, 2011, 59(7): 3452-3457.

作者简介:章涛(1980-),男,讲师,博士生,研究方向:多目标跟踪与数据融合,E-mail: t-zhang@cauc.edu.cn;吴仁彪(1966-),男,教授,研究方向:自适应信号处理和阵列信号处理在雷达、通信和导航中的应用,E-mail:rbwu@cauc.edu.cn。