

文章编号:1004-9037(2014)04-0486-10

无源双基地雷达广义相参检测性能分析

何 友¹ 张财生²

(1. 海军航空工程学院信息融合研究所,烟台,264001;2. 海军航空工程学院电子信息工程系,烟台,264001)

摘要:研究了外辐射源发射信号的带宽未能准确已知时,无源双基地机会探测系统的广义相参检测性能。首先构建了无源双基地雷达系统中双通道接收信号的模型,并给出了无源双基地雷达恒虚警检测统计量的构造思路,然后推导得到了基于互模糊函数检测统计量的特征函数、概率密度函数与检测概率及虚警概率的解析表达式,并详细分析了不同系统输入参数条件下的相参检测性能。检测性能的分析表明,当目标回波信噪比大于-20 dB且直达波信噪比大于5 dB时,就有可能检测到目标,而且采样信号带宽失配较小时的检测性能与带宽匹配时的检测性能差别较小,相比于带宽匹配时的检测性能,采样信号带宽失配系数小于2时检测概率的恶化幅度均小于0.1。

关键词:无源双基地雷达;互模糊函数;广义相参检测;无源相干定位

中图分类号:TN95;TN971

文献标志码:A

Generalized Coherent Detection Performance Analysis for Passive Bistatic Radar

He You¹, Zhang Caisheng²

(1. Research Institute of Information Fusion, Naval Aeronautical and Astronautical University,
Yantai, 264001, China;

2. Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University,
Yantai, 264001, China)

Abstract: Cross ambiguity processing is commonly used for target detection in passive bistatic radar system. However, its theoretical detection performance on passive bistatic radar is rarely encountered in previous published papers. This paper addresses the theoretical problem of detecting the presence of a target echo in passive bistatic radar when the bandwidths of opportunity illuminators are unknown. Analytical expressions are obtained for the characteristic function and probability density function (PDF) of normalized cross ambiguity function (NCAF) when the data samples in the target surveillance and reference channels are contaminated by narrow-band uncorrelated white Gaussian noises. The closed form of detection probability and false alarm probability for NCAF are derived. They are used to determine which cell in the ambiguity surface exceeds a preset threshold. Results are presented in the form of curves showing the values of input SNRs required to achieve a specified detection probability for different system parameters. The detection performance shows that target signal can be detected when SNR in target surveillance channel is large than -20 dB and SNR in direct-path channel is large than 5 dB. Furthermore, compared to the detection performance in matched sampling case, the detection probability will be decreased about 0.1 if the mismatch coefficient of sampling is less than 2.

Key words: passive bistatic radar; cross ambiguity function (CAF); generalized coherent detection; passive coherent location (PCL)

引 言

目前除了 Lockheed Martin 公司所公布的实用系统 Silent Sentry 之外,在外辐射源雷达领域公开发表的文献^[1-8]大多是从从事基于各种新型外辐射源的无源探测系统的可行性研究,并利用外场实测数据进行后处理,论证其是否适合于目标的探测和跟踪。Fabrizio G^[9]等原创性地将 PCL 技术拓展到了高频天波超视距雷达的探测领域,并完成了相应的外场试验和数据分析,充分论证了该系统对目标探测的可行性。更重要的是, Fabrizio G 等根据实际观测得到的几百批次数据,完成了各批次数据的目标检测分析,最后综合比较分析了各次检测结果,给出了该系统的工作特性曲线。国际知名雷达专家 Farina A 在推荐该文时曾给出非常高的评价^[10],认为在无源探测系统研究领域已公开发表的文献中是罕见的,必将促进无源探测领域的发展,但是其缺点就是没有理论分析,不具备一般性,不便于为其他类型的外辐射源雷达系统的借鉴和检测性能分析。

本文将在建立无源双基地雷达目标回波模型的基础上,研究外辐射源雷达发射信号的带宽未能准确估计而导致信号采样带宽失配时无源相干脉冲雷达广义相参检测器的构造思路,推导适合外辐射源雷达目标检测通用的广义相参检测统计量,得到其检测性能的解析表达式,并分析不同系统输入参数条件下的检测性能。

1 问题描述与基本假设

系统以非合作雷达辐射源发射脉冲时刻为时间的基准。设非合作雷达发射信号的第 n 个随机初相脉冲可表示为 $s(t_n) = \text{rect}(t_n/\tau) \tilde{s}(t_n) \cos[2\pi f_0 t_n + \varphi_0(n)]$, 其中, $\tilde{s}(t_n)$ 为脉冲包络, τ 为脉冲宽度, n 表示发射脉冲的序数, $\text{rect}(t_n/\tau) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t_n \leq \tau \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, $t_n = t - nT_r$ 表示第 n 个发射脉冲距本次发射起点的延时, T_r 为脉冲重复周期, $\varphi_0(n)$ 表示第 n 个发射脉冲的初相, 在 $[0, 2\pi]$ 间服从均匀分布。发射信号经过时延 t_d 之后, 到达接收机的直达脉冲串为

$$s_d(t_n - t_d) = \text{rect}\left(\frac{t_n - t_d}{\tau}\right) A_d \cos[2\pi f_0(t_n - t_d) + \varphi_0(n)] \quad (1)$$

式中 A_d 为发射信号经直达路径衰减后的幅度。

发射信号经目标散射后到达接收机延迟 t_r 的脉冲串信号为

$$s_r(t_n - t_r) = \text{rect}\left(\frac{t_n - t_r}{\tau}\right) A_r \cos[2\pi(f_0 + f_d) \cdot (t_n - t_r) + \varphi_0(n)] \quad (2)$$

式中: A_r 为发射信号经散射路径衰减后的幅度。由双基地几何关系可知 $t_r \geq t_d$ 。

设非合作双基地接收系统能够准确实现频率同步, 则中频正交处理之后的直达脉冲信号为

$$s_d(t_n) = A_d \text{rect}\left(\frac{t_n - t_d}{\tau}\right) \exp\{j\varphi_{L0}(n)\} \quad (3)$$

中频正交处理之后的目标散射信号为

$$s_r(t_n) = A_{\text{tgt}} \text{rect}\left(\frac{t_n - t_r}{\tau}\right) \exp\{j[\varphi_{L0}(n) - 2\pi f_d(t_n - t_r)]\} \quad (4)$$

式中: $\varphi_{L0}(n) = \varphi_L - \varphi_0(n)$, 表示直达波通道和目标回波通道中脉冲 n 的初相与本振信号初相之差。

考虑到本文主要是从理论上分析广义相参处理的性能, 为方便表述和分析, 在此首先假设进行广义相参处理之前, 直达波通道采样已完成针对发射信号的分选处理, 而目标回波通道的采样已完成了直达波干扰信号的抑制处理。因此, 假设在 H_0 条件下的零中频的基带回波信号为

$$H_0: \tilde{s}_d(l) = n_d(l), \quad \tilde{s}_r(l) = n_r(l) \quad (5)$$

此时 H_0 假设表示直达波通道和目标回波通道均没有截获机会辐射源发射的信号, 其中, $l=1, 2, \dots, N_T$, $\tilde{s}_d(l), \tilde{s}_r(l)$ 分别表示直达波通道和目标回波通道在 lT_s 时刻的采样, T_s 为采样间隔, $T = N_T T_s$ 表示总的观测时间。 $n_d(l), n_r(l)$ 为零均值复平稳高斯随机过程, 且 $n_d(l), n_r(l)$ 是独立同分布的。

假设已准确选取目标相参驻留时间内发射的 N 个直达脉冲信号采样作为互模糊函数处理的参考输入信号, 因此, 在 H_1 假设下双通道回波可以表示为

$$H_1: s_r(l) = A_r s(l - \tau_r) \exp\{j[\varphi_{L0}(l) + 2\pi f_d(l - \tau_r)]\} + n_r(l), \\ s_d(l) = A_d s(l - \tau_d) \exp[j\varphi_{L0}(l)] + n_d(l) \quad (6)$$

式中: τ_r, τ_d 分别表示目标回波通道和直达波通道所截获的信号相对发射时刻的时延; A_r, A_d 分别表示目标回波通道和直达波通道所截获的信号相对发射信号幅度的衰减; f_d 为目标回波信号的多普勒频移, 且信号和噪声是各态历经且相互独立的零均值平稳复随机列向量。

一般情况下, 由于外辐射源的信号频率和带宽

都是由其他传感器(如 ESM)测得,只是知道大致范围。因此,为了保证信号的有效截获,要求接收系统的处理带宽大于信号带宽。由带通采样定理可知,要求最小采样间隔 $T_s \leq 1/(2B_p)$,其中 B_p 为接收系统的中频信号处理带宽。由于在带宽失配的条件下,相对信号带宽而言是过采样,则不同时刻间的采样样本间是相关的,从而很难直接利用时域采样信号求得接收系统检测性能的解析解。因此,本文将考虑从频域分析其检测性能。

假设信号分析的有效时长为 T ,信号带宽和系统处理带宽内的频率分量数 N_s 和 N_p ,则

$$N_s = \frac{B_s}{1/T} = B_s T, \quad N_p = \frac{B_p}{1/T} = B_p T \quad (7)$$

式中: B_s 表示外辐射源发射信号的实际带宽。当信号带宽不匹配时,将有 $M = N_p - N_s$ 个频率分量只含有噪声信息。定义采样信号带宽失配系数 η 为

$$\eta = \frac{B_p}{B_s} = \frac{N_p}{N_s} = \frac{N_s + M}{N_s} \quad (8)$$

由系统信号处理的实际带宽为 B_p 可知,互模糊函数处理输出的时间分辨率为 $1/B_p$,则在总观测处理时间 T 内的时间分辨单元数为 $T/(1/B_p) = N_p$,因此整个互模糊平面内的时延多普勒分辨单元数为 $L = N_p^2$ 。

假设在 H_0 条件下,直达波和目标回波的功率谱密度均可表示为

$$\mathbf{R}_{H_0}(k) = \mathbf{R}_{\tilde{N}}(k), \quad |k| \leq \frac{N_p - 1}{2} \quad (9)$$

在 H_1 条件下

$$\mathbf{R}_{H_1}(k) = \begin{cases} \mathbf{R}_{\tilde{N}}(k) \\ \mathbf{R}_{\tilde{S}}(k) + \mathbf{R}_{\tilde{N}}(k) \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{R}_{\tilde{S}}$, $\mathbf{R}_{\tilde{N}}$ 分别为信号和噪声的功率谱密度。

事实上,考虑在观测时间 T 内,设直达波和目标回波信号采样组成的观测矢量为 $\tilde{\mathbf{s}} = [\tilde{s}_d, \tilde{s}_r]^T$,其对应的互协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_s(l, k) = E\{\mathbf{s}(l)\mathbf{s}^H(k)\} = \begin{bmatrix} R_{\tilde{s}_d}(l, k) & R_{\tilde{s}_d\tilde{s}_r}(l, k) \\ R_{\tilde{s}_d\tilde{s}_r}^*(l, k) & R_{\tilde{s}_r}(l, k) \end{bmatrix} \quad (11)$$

利用互相关函数与功率谱密度之间的关系,则 \mathbf{R}_s 的各个元素可以表示为

$$R_{\tilde{s}_d}(l, k) = \sum_{q=-N_p}^{N_p} S_d(q) e^{j\frac{2\pi ql}{N_T}}$$

$$R_{\tilde{s}_r}(l, k) = \sum_{q=-N_p}^{N_p} S_r(q) e^{j\frac{2\pi ql}{N_T}}$$

$$R_{\tilde{s}_d\tilde{s}_r}(l, k) = \sum_{q=-N_p}^{N_p} S_{dr}(q) e^{j\frac{2\pi ql}{N_T}} \quad (12)$$

式中: $S_d(q)$, $S_r(q)$ 分别表示直达波信号和目标回波信号的功率谱密度,而 $S_{dr}(q)$ 表示直达波信号和目标回波信号的互功率谱密度。

观测矢量 $\tilde{\mathbf{s}}$ 的傅里叶变换 $\mathbf{S}(k)$ 可以表示为

$$\mathbf{S}(k) = \frac{1}{N_T} \sum_{l=0}^{N_T-1} \tilde{\mathbf{s}}(l) \exp\left(-j\frac{2\pi lk}{N_T}\right) \quad (13)$$

则 $\mathbf{S}(k)$ 的互相关矩阵为

$$\mathbf{R}_S(l, k) = E\{\mathbf{S}(l)\mathbf{S}^H(k)\} = \begin{bmatrix} R_{S_d}(l, k) & R_{S_d S_r}(l, k) \\ R_{S_d S_r}^*(l, k) & R_{S_r}(l, k) \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中

$$R_{S_d}(l, k) = E\{S_d(l)S_d^*(k)\} = \frac{1}{N_T^2} \sum_{n,m=0}^{N_T-1} R_{\tilde{s}_d}(m-n) \cdot \exp\left(-j\frac{2\pi nl}{N_T}\right) \exp\left(j\frac{2\pi mk}{N_T}\right) = \frac{1}{N_T^2} \sum_{q=-N_p}^{N_p} S_d(q) \sum_{n,m=0}^{N_T-1} \exp\left(-j\frac{2\pi n(l-q)}{N_T}\right) \cdot \exp\left(j\frac{2\pi m(k-q)}{N_T}\right) = \sum_{q=-N_p}^{N_p} S_d(q) \frac{1}{N_T^2} \cdot \frac{\sin\pi(q-k)}{\sin\pi\left(\frac{q-k}{N_T}\right)} \frac{\sin\pi(q-l)}{\sin\pi\left(\frac{q-l}{N_T}\right)} = \begin{cases} 0 & l \neq k \\ S_d(l) & l = k \end{cases}$$

类似地

$$R_{S_r}(l, k) = E\{S_r(l)S_r^*(k)\} = \begin{cases} 0 & l \neq k \\ S_r(l) & l = k \end{cases} \quad (15)$$

$$R_{S_{rd}}(l, k) = E\{S_d(l)S_r^*(k)\} = \begin{cases} 0 & l \neq k \\ S_{rd}(l) & l = k \end{cases} \quad (16)$$

因此,对于理想的带限信号,有

$$\mathbf{R}_s(l, k) = \begin{cases} 0 & l \neq k \\ \mathbf{R}_s(l) & l = k \end{cases} \quad (17)$$

即

$$\mathbf{R}_s = \sum_{l=0}^{N_p} \mathbf{S}(l)\mathbf{S}^H(l) \quad (18)$$

因此,在高斯白噪声背景下,对于采样频率失配得到的单载频或线性调频信号的样本序列,其傅里叶变换后输出各频率分量之间是独立的,可以考虑通过频域来分析这类信号的检测性能。为此需要推导广义相参检测统计量的频域形式。

2 广义相参检测统计量

无源双基地雷达中常用的目标检测方法就是利用广义互相关函数作为相参检测器的观测,在此广义指的是有两个待搜索参数,即时延和多普勒频移。广义互相关处理时,时延和多普勒频移是相互独立的参数。广义互相关的过程就是力求利用直达波信号对目标回波信号的相对时延和多普勒频移进行补偿或者是匹配。

在时域检测过程中,所利用的归一化广义互相关函数检测统计量^[11-13]为

$$\gamma_T(\beta, \tau) = \frac{\frac{1}{T} \int_T \tilde{s}_r(\beta t) \tilde{s}_d^*(t - \tau) dt}{\left(\frac{1}{T} \int_T |\tilde{s}_r(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{T} \int_T |\tilde{s}_d(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (19)$$

其中, β 为多普勒频移引入的时间压缩系数。借鉴互模糊函数的定义和归一化广义互相关函数检测统计量的时域形式,定义归一化互模糊函数检测统计量为

$$\varphi_T(\beta, \tau) = |\gamma_T(\beta, \tau)|^2 = \frac{\left| \int_T \tilde{s}_r(\beta t) \tilde{s}_d^*(t - \tau) dt \right|^2}{\int_T |\tilde{s}_r(t)|^2 dt \int_T |\tilde{s}_d(t)|^2 dt} \quad (20)$$

又由乘积定理和帕塞瓦尔定理^[14]可知,式(20)可变换为

$$\varphi_T(\beta, \tau) = \frac{\left| \int \tilde{s}_r(f) \tilde{s}_d^*(f) df \right|^2}{\int |\tilde{s}_r(f)|^2 df \int |\tilde{s}_d(f)|^2 df} \quad (21)$$

在一般情况下,无源双基地雷达都是利用双通道的信号采样样本计算其互模糊函数,因此给出归一化互模糊函数检测统计量的离散形式为

$$\varphi_T(\beta, \tau) = \frac{\left| \sum_{k=0}^{N_p-1} \tilde{s}_r(k) \tilde{s}_d^*(k) \right|^2}{\sum_{k=0}^{N_p-1} |\tilde{s}_r(k)|^2 \sum_{k=0}^{N_r-1} |\tilde{s}_d(k)|^2} \quad (22)$$

考虑直达波和目标回波的各频率分量 $\mathbf{S}(k)$ 的互相关矩阵

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_d^2 & \sigma_{dr} \\ \sigma_{dr}^* & \sigma_r^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

首先令双通道信号间的各频率分量互相关矩阵为

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} S_d & \sqrt{S_d S_r} \rho_s e^{j\theta_s} \\ \sqrt{S_d S_r} \rho_s e^{-j\theta_s} & S_r \end{bmatrix} \quad (24)$$

又由于已假设直达波通道和目标侦察通道的噪声是不相关的,则在 H_0 条件下

$$\mathbf{R}_{H_0} = \begin{bmatrix} N_d & 0 \\ 0 & N_r \end{bmatrix} \quad (25)$$

从而在 H_1 条件下,有

$$\mathbf{R}_{H_1} = \begin{bmatrix} S_d + N_d & \sqrt{S_d S_r} \rho_s e^{j\theta_s} \\ \sqrt{S_d S_r} \rho_s e^{-j\theta_s} & S_r + N_r \end{bmatrix} \quad (26)$$

式中: N_d, N_r 分别为直达波和目标侦察通道的噪声谱密度, S_d, S_r 分别为直达波和目标侦察通道信号的功率谱密度; ρ_s 为时延多普勒参数补偿后通道间信号的相关系数, θ_s 为通道间信号相关处理后的相位,即参数补偿后的误差。当通道间信号的时延和多普勒频率均完全正确补偿的条件下 $\rho_s = 1$ 。

由式(20,26)可得

$$\gamma_T(\beta, \tau) = \frac{\sqrt{S_d S_r} \rho_s e^{-j\theta_s}}{\sqrt{(S_d + N_d)(S_r + N_r)}} \quad (27)$$

又由式(26,27)可得

$$\varphi_T = \frac{\text{SNR}_d \text{SNR}_r}{(\text{SNR}_d + 1)(\text{SNR}_r + 1)} \rho_s^2 \quad (28)$$

式中: $\text{SNR}_d, \text{SNR}_r$ 分别为直达波通道和目标侦察通道的信噪比。

由式(23)和文献[15]可得

$$f(\mathbf{R}_s) = f(\sigma_d^2, \sigma_r^2, \sigma_{dr}^2) = \frac{\sigma_d^2 \sigma_r^2}{2} f(\sigma_d^2, \sigma_r^2, \varphi_T, \theta_s) \quad (29)$$

则由文献[15]可知,归一化互模糊函数平面每个检测单元对应的检测统计量 $\varphi_T(\beta, \tau)$ 的 PDF 可以通过互相关矩阵 \mathbf{R}_s 的 PDF 得到,即

$$f(\varphi_T) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi \sigma_d^2 \sigma_r^2 f(\sigma_d^2, \sigma_r^2, \varphi_T, \theta_s) d\theta_s d\sigma_d^2 d\sigma_r^2 \quad (30)$$

3 \mathbf{R}_s 的特征函数和概率密度函数

3.1 \mathbf{R}_s 的特征函数

依据式(24)和特征函数的定义^[14-17],可得双通道观测回波的频率系数 $\mathbf{S}(k)$ 的互相关矩阵 \mathbf{R}_s 的特征函数为

$$\varphi(\mathbf{T}) = E\{\exp[j\text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{T})]\} = \prod_{l=1}^{N_p} E\{\exp[j(\mathbf{S}(l) \mathbf{S}^H(l) \mathbf{T})]\} \quad (31)$$

式中: \mathbf{T} 为两维正定厄米特矩阵, $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹。

由文献[18]可知,存在非奇异矩阵 \mathbf{U} ,使得

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^H \mathbf{R}_s^{-1}(l, l) \mathbf{U} &= \mathbf{I} \\ \mathbf{U}^H \mathbf{T} \mathbf{U} &= \mathbf{W} \end{aligned} \quad (32)$$

成立,其中 \mathbf{W} 为实对角阵,且 $W_{11} > 0, W_{22} > 0$ 。

令

$$\mathbf{S}(l) = \mathbf{U}\mathbf{Y} \quad (33)$$

则

$$E\{\exp[\mathbf{j}\mathbf{S}^H(l)\mathbf{T}\mathbf{S}(l)]\} = |\mathbf{U}^H|^{-1} |\mathbf{R}_S^{-1}(l,l) - \mathbf{j}\mathbf{T}|^{-1} |\mathbf{U}|^{-1} \quad (34)$$

又由式可知

$$|\mathbf{U}^H| |\mathbf{R}_S(l,l)| |\mathbf{U}| = 1 \quad (35)$$

因此

$$\phi(T) = \prod_{l=1}^{N_p} |\mathbf{R}_S(l,l)|^{-1} |\mathbf{R}_S(l,l)^{-1} - \mathbf{j}\mathbf{T}|^{-1} \quad (36)$$

由第 1 节的分析可知,采样信号带宽失配的条件下,回波样本序列的傅里叶变换将有 N_s 个频率系数包含信号分量,有 M 个频率分量的系数仅含有噪声。因此,在 高 斯 白 噪 声 背 景 下,对 于 单 载 频 或 者 线 性 调 频 信 号 的 采 样 序 列,依 据 式 (9, 10, 36) 可 得

$$\phi(T) = |\mathbf{R}_{H_0}|^{-M} |\mathbf{R}_{H_1}|^{-N_s} |\mathbf{R}_{H_0} - \mathbf{j}\mathbf{T}|^{-M} |\mathbf{R}_{H_1} - \mathbf{j}\mathbf{T}|^{-N_s} \quad (37)$$

3.2 \mathbf{R}_S 的概率密度函数

通过计算 \mathbf{R}_S 的特征函数的傅里叶逆变换,即可得到其相应的概率密度函数,即

$$f(\mathbf{R}_S) = \frac{\int_{D_Y} |\mathbf{R}_S - \mathbf{Y}|^{N_s-2} |\mathbf{Y}|^{M-2} \exp(-\text{tr}(\mathbf{R}_{H_1}^{-1}(\mathbf{R}_S - \mathbf{Y}))) \exp(-\text{tr}(\mathbf{R}_{H_0}^{-1}\mathbf{Y})) d\mathbf{Y}}{\pi^2 \Gamma(N_s) \Gamma(N_s - 1) \Gamma(M) \Gamma(M - 1) |\mathbf{R}_{H_1}|^{N_s} |\mathbf{R}_{H_0}|^M} = \frac{\exp(-\text{tr}(\mathbf{R}_{H_1}^{-1}\mathbf{R}_S))}{\pi^2 \Gamma(N_s) \Gamma(N_s - 1) \Gamma(M) \Gamma(M - 1) |\mathbf{R}_{H_1}|^{N_s} |\mathbf{R}_{H_0}|^M} \times \int_{D_Y} |\mathbf{R}_S - \mathbf{Y}|^{N_s-2} |\mathbf{Y}|^{M-2} \exp(-\text{tr}(\mathbf{R}_{H_0}^{-1} - \mathbf{R}_{H_1}^{-1})\mathbf{Y}) d\mathbf{Y} \quad (43)$$

式中: D_Y 为积分区域, $|\mathbf{R}_S - \mathbf{Y}| \geq 0, |\mathbf{Y}| \geq 0$ 。利用合流超几何函数^[18,19]表示式的积分部分,可得

$$f(\mathbf{R}_S) = \frac{|\mathbf{R}_S|^{N_p-2} \exp(-\text{tr}(\mathbf{R}_{H_1}^{-1}\mathbf{R}_S))}{\pi^2 \Gamma(N_p) \Gamma(N_p - 1) |\mathbf{R}_{H_1}|^{N_s} |\mathbf{R}_{H_0}|^M} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (M)_k (N_s)_k |\Delta\mathbf{R}|^k}{(N_p - \frac{1}{2})_k (N_p)_{2k} k!} \times {}_1F_1(M + k; N_p - 2k; \text{tr}(\Delta\mathbf{R})) \quad (44)$$

式中: ${}_1F_1$ 为合流超几何函数, $(x)_n = \Gamma(x + n) / \Gamma(x)$ 为 Pochhammer 符号,且

$$\Delta\mathbf{R} = \mathbf{R}_{H_1}^{-1} - \mathbf{R}_{H_0}^{-1} \quad (45)$$

4 检测性能分析

4.1 虚警概率和检测概率解析式

由文献[20]的推导可知,当两个通道均只有噪声时, $\text{SNR}_d = \text{SNR}_r = 0, \rho_s^2 = 0$, 则

$$f(\mathbf{R}_S) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{D_\phi} \phi(\mathbf{T}) \exp(-\mathbf{j}\text{tr}(\mathbf{R}_S\mathbf{T})) d\mathbf{T} \quad (38)$$

其中, D_ϕ 为两维正定厄米特矩阵的积分区域,将式(31)代入式(38),可得

$$f(\mathbf{A}) = \frac{|\mathbf{R}_{H_0}|^{-M} |\mathbf{R}_{H_1}|^{-N_s}}{(2\pi)^4} \int_{D_\phi} \frac{\exp(-\mathbf{j}\text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{T}))}{|\mathbf{R}_{H_0}^{-1} - \mathbf{j}\mathbf{T}|^M |\mathbf{R}_{H_1}^{-1} - \mathbf{j}\mathbf{T}|^{N_s}} d\mathbf{T} \quad (39)$$

设 $f(\mathbf{R}_1)$ 对应的特征函数为 $|\mathbf{R}_{H_0}|^{-M} |\mathbf{R}_{H_0}^{-1} - \mathbf{j}\mathbf{T}|^{-M}$, $f(\mathbf{R}_2)$ 对应的特征函数为 $|\mathbf{R}_{H_1}|^{-N_s} |\mathbf{R}_{H_1}^{-1} - \mathbf{j}\mathbf{T}|^{-N_s}$, 由特征函数与概率密度函数的相互关系,有

$$f(\mathbf{R}_S) = f(\mathbf{R}_1) \otimes f(\mathbf{R}_2) \quad (40)$$

式中:符号 \otimes 表示卷积。由文献[18]可知

$$f(\mathbf{R}_1) = \begin{cases} \frac{|\mathbf{R}_1|^{M-2} \exp(-\text{tr}(\mathbf{R}_{H_0}^{-1}\mathbf{R}_1))}{\pi \Gamma(M) \Gamma(M - 1) |\mathbf{R}_{H_0}|^M} & |\mathbf{R}_1| \geq 0 \\ 0 & |\mathbf{R}_1| < 0 \end{cases} \quad (41)$$

$$f(\mathbf{R}_2) = \begin{cases} \frac{|\mathbf{R}_2|^{N_s-2} \exp(-\text{tr}(\mathbf{R}_{H_1}^{-1}\mathbf{R}_2))}{\pi \Gamma(N_s) \Gamma(N_s - 1) |\mathbf{R}_{H_1}|^{N_s}} & |\mathbf{R}_2| \geq 0 \\ 0 & |\mathbf{R}_2| < 0 \end{cases} \quad (42)$$

将式(41,42)代入式(40),可得

$$f(\varphi_T | 0, M, N_s) = (N_p - 1) (1 - \varphi_T)^{N_p-2} \quad (46)$$

易得

$$F(\varphi_t) = \int_0^{\varphi_t} f(\varphi_T | 0, M, N_s) d\varphi_T = \frac{1 - (1 - \varphi_t)^{N_p-1}}{N_p - 1} \quad (47)$$

则互模糊函数平面内每个检测单元对应的虚警概率 $P_{fa}(\text{bin})$ 为

$$P_{fa}(\text{bin}) = (1 - \varphi_t)^{N_p-1} \quad (48)$$

式中: φ_t 为检测门限, $\varphi_t \in [0, 1]$ 。

由于在 H_0 假设下,直达波通道和目标回波通道均只有高斯白噪声,且相互独立,此时对应的互模糊平面各检测单元之间亦相互独立,则互模糊平面内对应的虚警概率 P_{FA} 可以表示为

$$P_{FA} = \Pr\{\max_{\text{V bin}} \varphi_T > \varphi_t\} = 1 - \prod_{\text{V bin}} P_{FA}(\text{bin}) = 1 - [1 - (1 - \varphi_t)^{(N_p-1)}]^L \quad (49)$$

式中: L 为互模糊平面内的总检测单元数, $\forall \text{bin}$ 表示互模糊平面内的任意一个单元。当 $\varphi_t \rightarrow 1$ 时,

$$P_{\text{FA}} \approx L(1 - \varphi_t)^{(N_p - 1)} = LP_{\text{fa}}(\text{bin}) \quad (50)$$

当 $\text{SNR}_d \neq 0, \text{SNR}_r \neq 0$ 时

$$F(\varphi_t | M, N_s) = \int_0^{\varphi_t} f(\varphi_T | M, N_s) d\varphi_T = \sum_{k=0}^{\infty} D(k; M, N_s) (\text{SNR}_d \text{SNR}_r (1 - \rho_s^2))^k F(\varphi_t | k) \quad (51)$$

$$\text{其中}, D(k; M, N_s) = \frac{(-1)^k (M)_k (N_s)_k}{(N_p - \frac{1}{2})_k}$$

$$F(\varphi_t | k) = \left(1 - \frac{\text{SNR}_d \text{SNR}_r \rho_s^2}{R_d R_r}\right)^{N_p} \frac{R_r^M}{R_d^k} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\text{SNR}_d \text{SNR}_r \rho_s^2}{R_d R_r} B_k(l) \text{Beta}_{\varphi_t}(l+1, N_p+k-1) F_1 \left[\begin{matrix} M+k, -N_p, N_p+k+l, N_p+2k+2l; \\ 1 - R_d^{-1} \left(1 - \frac{\text{SNR}_d \text{SNR}_r \rho_s^2}{R_d R_r}\right)^{-1}, 1 - \frac{R_r}{R_d} \end{matrix} \right]$$

$$B_k(l) =$$

$$\frac{\Gamma(N_p+2k)\Gamma(N_p+k-1)\Gamma(N_p+k+l)\Gamma(N_s+k+2l)}{\Gamma(N_p)\Gamma(N_p-1)\Gamma(N_s+k)\Gamma(N_p+2k+2l)(N_p)_{2k}l!}$$

而 $\text{Beta}_x(a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^x t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt$ 为不完全Beta函数。

为了求检测概率,首先定义一次目标检测为检测统计量在正确的时延—多普勒单元超过门限。这个单元对应于目标回波信号实际时延和多普勒频率的最大似然估计,即说明目标通道信号的时延和多普勒频率已经补偿,则 $\rho_s = 1$ 。由式(51)可得

$$F(\varphi_t | M, N_s) = F(\varphi_t | 0) \quad (52)$$

其中

$$F(\varphi_t | 0) = \left(1 - \frac{\text{SNR}_d \text{SNR}_r}{R_d R_r}\right)^{N_p} \cdot R_r^M \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{\text{SNR}_d \text{SNR}_r}{R_d R_r}\right)^l B_0(l) \text{Beta}_{\varphi_t}(l+1, N_p-1) \times F_1 \left[\begin{matrix} M, -N_p, N_p+l, N_p+2l; \\ 1 - \frac{1}{R_d} \left(1 - \frac{\text{SNR}_d \text{SNR}_r}{R_d R_r}\right)^{-1}, 1 - \frac{R_r}{R_d} \end{matrix} \right] B_0(l) = \frac{\Gamma(N_p+l)\Gamma(N_s+2l)}{\Gamma(N_s)\Gamma(N_p+2l)l!}$$

一般情况下,在非合作双基地系统中直达波通道的 SNR_d 远大于目标回波的 SNR_r ,即 $\text{SNR}_d \geq \text{SNR}_r$,且 $\text{SNR}_d \geq 1$,则

$$1 - \frac{1}{R_d} \left(1 - \frac{\text{SNR}_d \text{SNR}_r}{R_d R_r}\right)^{-1} \simeq 1 - \frac{R_r}{R_d} \quad (53)$$

因此,由文献[21]可知,式(52)可以化简为

$$F(\varphi_t | 0) = \left(1 - \frac{\text{SNR}_d \text{SNR}_r}{R_d R_r}\right)^{N_p} \cdot R_r^M \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{\text{SNR}_d \text{SNR}_r}{R_d R_r}\right)^l B_0(l) \times \text{Beta}_{\varphi_t}(l+1, N_p-1) {}_2F_1 \left[\begin{matrix} M, l; N_p+2l; 1 - \frac{R_r}{R_d} \end{matrix} \right] \quad (54)$$

其中 ${}_2F_1[M, l; N_p+2l; 1 - R_r/R_d]$ 为高斯超几何函数。

因此,检测概率可以表示为

$$P_d = 1 - F(\varphi_t | 0) \quad (55)$$

4.2 性能分析

检测性能是指为获得所需的检测概率 P_d 和虚警概率 P_{FA} 对系统参数的要求。依据式(50, 55),可以画出虚警概率一定时,以直达波信噪比为参变量,检测概率随目标回波信噪比变化的曲线,同时也可以目标回波信噪比为参变量给出检测概率随直达波信噪比变化的曲线。

对比分析图1和图3可以发现,当直达波信噪比一定且 $\text{SNR}_r \leq -10$ dB时,目标回波信噪比的急剧增加对检测概率影响并不是非常明显,只有较小幅度的增加。而当 $\text{SNR}_r > -10$ dB时,目标回波信噪比的急剧增加使得检测概率所增加的幅度较大。通过对比分析图1和图2可以发现,当目标回波的信噪比一定且 $\text{SNR}_d \geq 15$ dB时,直达波信噪比的急剧增加对检测概率的影响非常小。而当 $\text{SNR}_d \leq 10$ dB且目标回波信噪比的急剧增加时,检测概率所增加的幅度较大。

而对比分析图4,6可以发现,当直达波信噪比

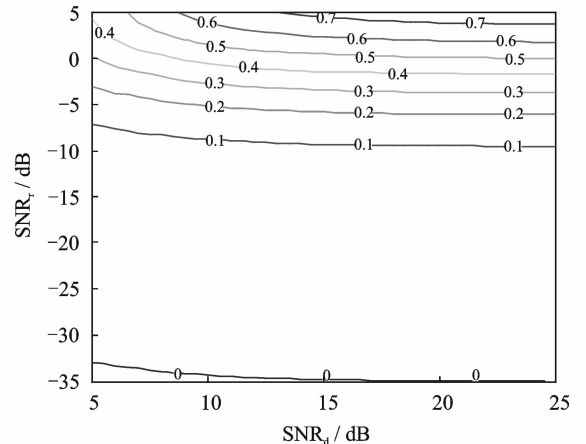


图1 检测概率随直达波和目标回波信噪比变化的等值线($N_s = 1, \eta = 1.6, P_{\text{FA}} = 10^{-6}$)

Fig. 1 Contour lines for various combinations of SNR_r and SNR_d when $N_s = 1, \eta = 1.6, P_{\text{FA}} = 10^{-6}$

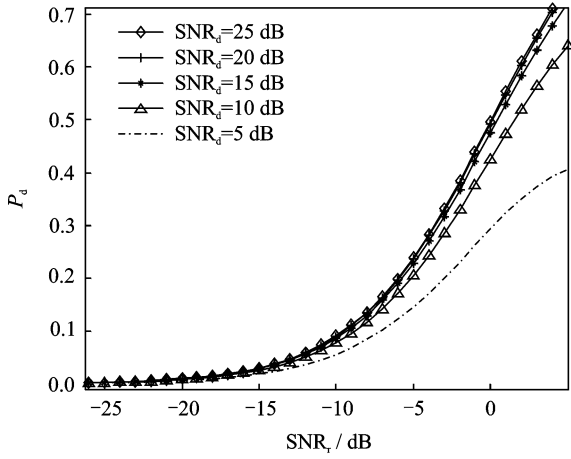


图 2 以直达波信噪比为参变量,检测概率与目标回波信噪比的变化关系曲线($N_s=1, \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$)
Fig.2 Curves of P_d vs. SNR_t for different SNR_d when $N_s=1, \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$

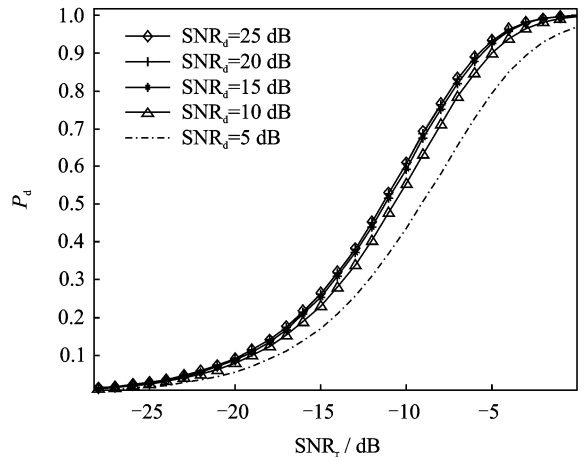


图 5 以直达波信噪比为参变量,检测概率与目标回波信噪比的关系曲线($N_s=10, \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$)
Fig.5 Curves of P_d vs. SNR_t for different SNR_d when $N_s=10, \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$

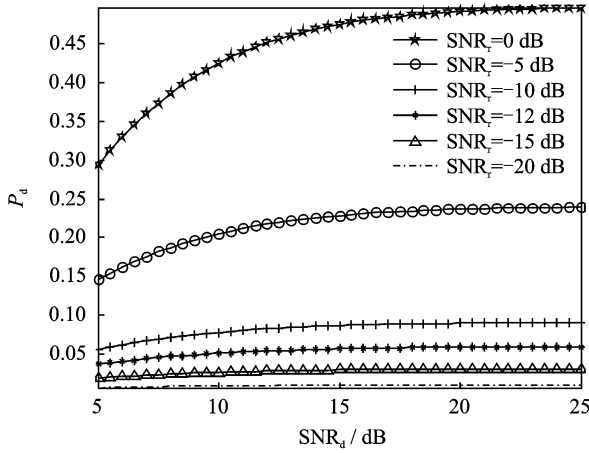


图 3 以目标回波信噪比为参变量,检测概率与直达波信噪比的变化关系曲线($N_s=1, \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$)
Fig.3 Curves of P_d vs. SNR_d for different SNR_t when $N_s=1, \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$

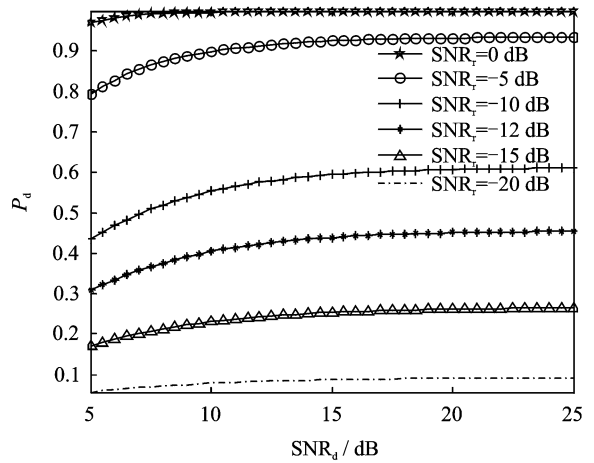


图 6 以目标回波信噪比为参变量,检测概率与直达波信噪比的关系曲线($N_s=10, \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$)
Fig.6 Curves of P_d vs. SNR_d for different SNR_t when $N_s=10, \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$

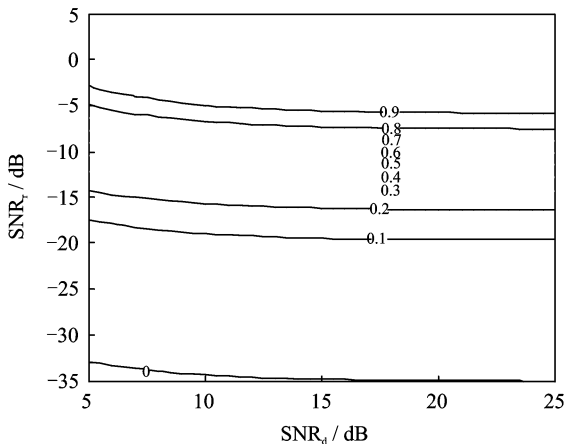


图 4 检测概率随直达波和目标回波信噪比变化的等值线($N_s=10, \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$)
Fig.4 Contour lines for various combinations of SNR_t and SNR_d when $N_s=10, \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$

一定且 $SNR_t \geq -20$ dB 时,目标回波信噪比的急剧增大时,检测概率也较快增加。通过对比分析图 4,5 可以发现,当目标回波的信噪比一定且 $SNR_d \geq 15$ dB 时,直达波信噪比的急剧增加并不能大幅度提高检测概率,仅是接近其极限检测概率。而当 $SNR_d \leq 10$ dB 时,目标回波信噪比急剧增加时,检测概率所增加的幅度较大。

由图 7,9 可以看出,直达波信噪比一定且 $SNR_t \geq -30$ dB 时,信号频率分量 N_s 的增加可以增大检测概率。而由图 8,10 又可以看出,目标回波信噪比一定时,信号频率分量 N_s 的增加也可以增大检测概率。这是因为在时宽一定的条件下,带宽较大的信号在互模糊函数处理时所获得相参积

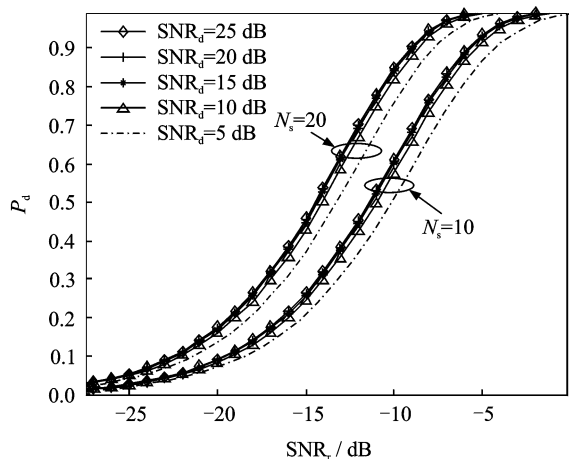


图 7 以直达波信噪比为参变量,检测概率与目标回波信噪比的关系曲线 ($\eta=1, P_{FA}=10^{-6}, N_s$ 分别为 10 和 20)

Fig.7 Curves of P_d vs. SNR_r for different SNR_d when $N_s=10,20; \eta=1, P_{FA}=10^{-6}$

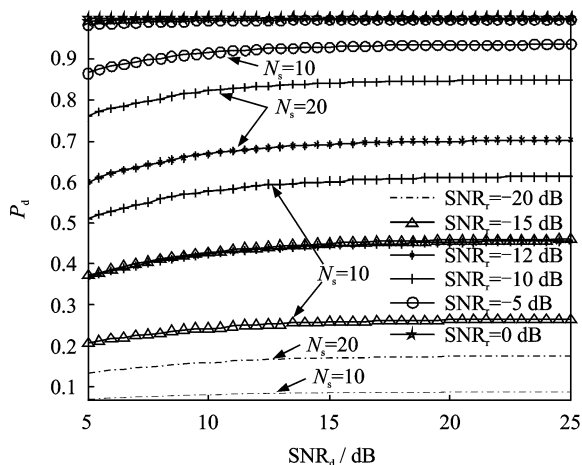


图 8 以目标回波信噪比为参变量,检测概率与直达波信噪比的关系曲线 ($\eta=1, P_{FA}=10^{-6}, N_s$ 分别为 10 和 20)

Fig.8 Curves of P_d vs. SNR_d for different SNR_r when $N_s=10,20; \eta=1, P_{FA}=10^{-6}$

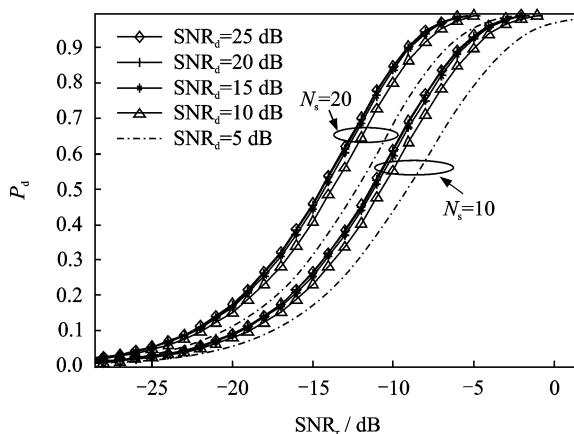


图 9 以直达波信噪比为参变量,检测概率与目标回波信噪比的关系曲线 ($\eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}, N_s$ 分别为 10 和 20)

Fig.9 Curves of P_d vs. SNR_r for different SNR_d when $N_s=10,20; \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$

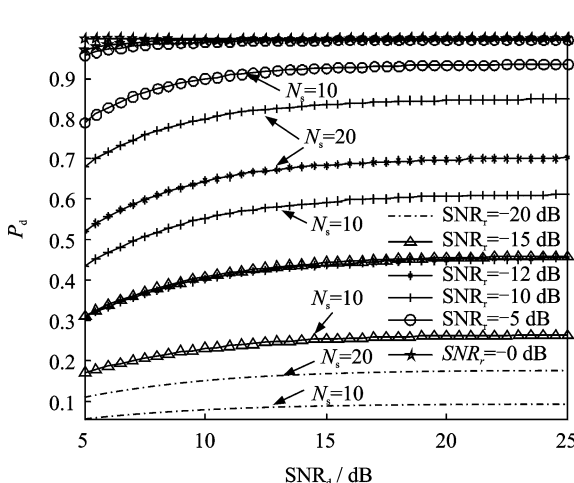


图 10 以目标回波信噪比为参变量,检测概率与直达波信噪比的关系曲线 ($\eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}, N_s$ 分别为 10 和 20)

Fig.10 Curves of P_d vs. SNR_d for different SNR_r when $N_s=10,20; \eta=1.6, P_{FA}=10^{-6}$

累增益较大。对比图 7~10,还可以发现,采样信号带宽失配后的检测性能与直达波和目标回波信噪比的变化规律同理想采样条件下的变化规律一致。由图 11 可以看出,当 $SNR_r \leq -20$ dB 时,随着信号带宽失配系数 η 的增大,检测概率随采样信号带宽失配系数 η 的变化很小。而当 $SNR_r > -20$ dB 时,检测概率随着 η 的增大而逐渐降低。只要信号带宽失配系数 $\eta \leq 2$,检测概率的恶化小于 0.1。而由图 12 可以看出,当 $SNR_d < 20$ dB 时,检测概率随着信号带宽失配系数 η 的增大而逐渐降低。当 $\eta=2.1, SNR_d=5$ dB 时,检测概率恶化最

大,约为 0.1。而随着直达波信噪比的增加,检测概率的恶化程度逐渐变小。当 $SNR_d > 20$ dB 时,随着 η 的增大,检测概率基本保持不变。由图 12 还可以看出,当 $SNR_d < 20$ dB 且目标回波信噪比一定时,为获得系统设计时所需的检测概率, η 的增加将要求增大直达波的信噪比 SNR_d 。

5 结束语

本文研究了外辐射源雷达发射信号的带宽未能准确估计的条件下,导致信号采样带宽失配时非

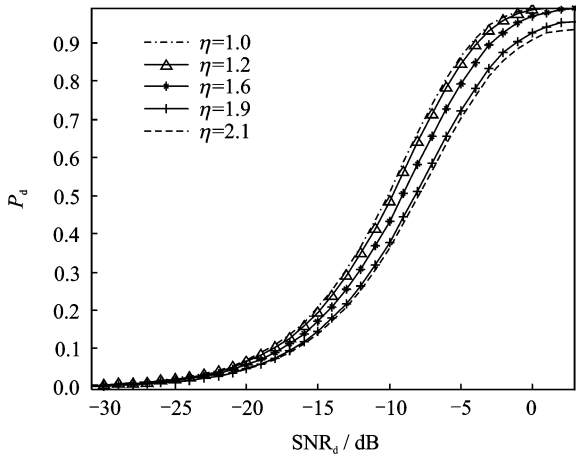


图 11 以采样信号带宽失配系数为参变量,检测概率与目标回波信噪比的关系曲线($N_s=10$, $\text{SNR}_t=-12$ dB, $P_{\text{FA}}=10^{-6}$)

Fig. 11 Curves of P_d vs. SNR_t for different η when $N_s=10$, $\text{SNR}_t=-12$ dB, $P_{\text{FA}}=10^{-6}$

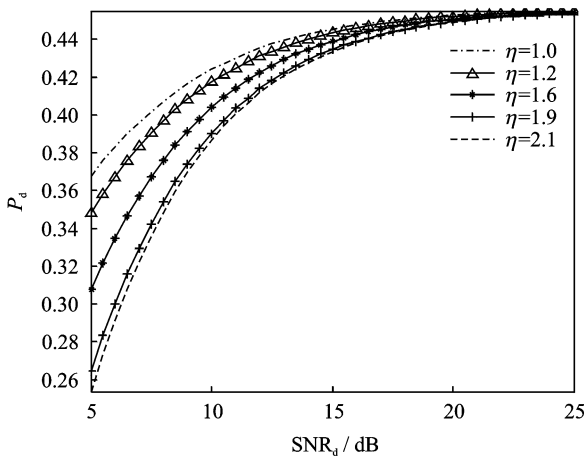


图 12 以采样信号带宽失配系数为参变量,检测概率与直达波信噪比的变化关系曲线($N_s=10$, $\text{SNR}_t=-12$ dB, $P_{\text{FA}}=10^{-6}$)

Fig. 12 Curves of P_d vs. SNR_d for different η when $N_s=10$, $\text{SNR}_t=-12$ dB, $P_{\text{FA}}=10^{-6}$

合作双基地雷达广义相参检测器的构造思路。在高斯白噪声背景假设下,推导了虚警概率和检测概率的解析表达式,并研究了以典型的雷达发射信号(单频点信号和线性调频信号)为外辐射源的双基地探测系统的检测性能。根据广义相参检测统计量构造思路的研究结果表明,在高斯白噪声背景杂波下,对于常用的单载频或线性调频脉冲信号的采样序列,其傅里叶变换后的频率系数样本间是独立的。而检测性能的分析表明,当目标回波信噪比大于 -20 dB且直达波信噪比大于 5 dB时,就可

以检测到目标,而且采样信号带宽失配较小时的检测性能与带宽匹配时的检测性能差别较小,相比于带宽匹配时的检测性能,采样信号带宽失配系数小于 2 时检测概率的恶化幅度均小于 0.1 。

事实上,由文献[22]可知,本文的理论分析结果可以用来预测基于DTV-T信号等具有近似均匀的(白)频谱外辐射源雷达的检测性能,而对于非高斯色噪声背景杂波下的目标检测,在估计出其杂波协方差矩阵后,借鉴色噪声背景下匹配滤波的白化处理过程^[23],也可以参考本文的目标检测方法。这有待进一步分析和推导。

参考文献:

- [1] Brown J, Woodbridge K, Stove A, et al. Air target detection using airborne passive bistatic radar[J]. Electronics Letters, 2010,46(20):1-2.
- [2] Wang Q, Hou C P, Long Y. An experimental study of WiMAX-based passive radar[J]. IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques, 2010, 58(12): 3502-3510.
- [3] Colone F. WiFi-based passive bistatic radar for local area surveillance[C]//2nd FHR Focus Day on PCR. Wachtberg: [s. n.], 2009.
- [4] Colone F, Woodbridge K, Guo H, et al. Ambiguity function analysis of wireless LAN transmissions for passive radar[J]. IEEE Trans on AES, 2011,47(1): 240-264.
- [5] Sun H B, Tan D K P. Applications of passive surveillance radar system using cell phone base station illuminators[J]. IEEE AES Magazine, 2010, 3:10-18.
- [6] Kuschel H, O'Hagan D. Passive radar from history to future[C]//2010 International Radar Symposium. Germany: [s. n.], 2010:1-4.
- [7] Griffiths H D, Willis N J. Heidelberg Klein. The first modern bistatic radar system[J]. IEEE Trans on AES, 2010,46(4):1571-1588.
- [8] Bicik P. Passive radar: Here comes the new generation VERA-NG[C]//2010 International Radar Symposium. Germany: [s. n.], 2010:1-4.
- [9] Fabrizio G, Colone F, Lombardo P, et al. Adaptive beamforming for high-frequency over-the-horizon passive radar[J]. IET Radar Sonar Navig, 2009, 3(4):384-405.
- [10] Farina A, Gini F, Lombardo P. Editorial selected papers from IEEE radar Con2008, Rome [J]. IET Radar Sonar Navig, 2009,3(4):287-289.

- [11] Joseph L Jr. The impact of signal over-containment on cross correlation detection performance[C]//Proc of IEEE ICASSP'82. Paris, France: [s. n.], 1982; 1108-1111.
- [12] Joseph L Jr. Ambiguity surface statistics and over containment[R]. Analytical Technology Application Corp, ADA108762, 1981.
- [13] Gerlach A A. High speed coherence processing using the sectionalized fourier transform[J]. IEEE Trans on ASSP, 1982,30(2):189-205.
- [14] 南京工学院数学教研组编. 积分变换[M]. 北京:高等教育出版社. 1991;31-32.
Nanjing Institute of Technology Math Teaching Group. Integral and transformation [M]. Beijing: High Education Publishing House, 1991:31-32.
- [15] 刘金山. Wishart 分布引论[M]. 北京:科学出版社, 2005:18-19,172.
Liu Jinshan. Introduction to Wishart distribution [M]. Beijing: Science Publishing House, 2005:18-19,172.
- [16] 陆大金,张颢. 随机过程及其应用[M]. 2版. 北京:清华大学出版社,2012:656-657.
Lu Dajin, Zhang Hao. Stochastic process with application[M]. 2nd Edition. Beijing: Tsinghua University Publishing House, 2012:656-657.
- [17] Steven M K. 统计信号处理基础——估计与检测理论[M]. 罗鹏飞,张文明,刘忠,等译. 北京:电子工业出版社,2006:447-448,671-674.
Steven M K. Fundamental of stochastical signal processing: detection and estimation theory[M]. Beijing: Electronic Industry Publishing House, 2006: 447-448,671-674.
- [18] Goodman N R. Statistical analysis based on a certain multivariate complex gaussian distribution (an introduction)[J]. Annals of Math Stat, 1963, 34: 152-177.
- [19] Gross K I, Richards D S P. Special functions of matrix argument I: algebraic induction, zonal polynomials, and hypergeometric functions[J]. Trans of the American Mathematical Society, 1987, 301(2): 781-811.
- [20] 张财生. 基于非合作雷达辐射源的双基地探测系统研究[D]. 烟台:海军航空工程学院,2011.
Zhang Caisheng. Research on noncooperative radar illuminator based bistatic detection system[D]. Yantai: Naval Aeronautical and Astronautical University, 2011.
- [21] 王竹溪,郭敦仁. 特殊函数概论[M]. 北京:北京大学出版社:2000:131-192.
Wang Zuxi, Guo Dunren. Introduction of special functions[M]. Beijing: Beijing University Publishing House, 2000:131-192.
- [22] Saini R, Cherniakov M. DTV signal ambiguity function analysis for radar application[J]. IEE Proc Radar Sonar Navig, 2005,152(3):133-142.
- [23] Skolnik M I. 雷达系统导论[M]. 左群声,徐国良,等译. 北京:电子工业出版社,2010:212-213.
Skolnik M I. Introduction to radar system[M]. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2010: 212-213.

作者简介:何友(1956-),男,教授,博士生导师,中国工程院院士,研究方向:信号处理、信息融合理论及其在军事信息系统中的应用,E-mail:naonao_1985@126.com;张财生(1983-),男,博士,研究方向:雷达信号处理、信息融合技术,E-mail:caifbi2008@163.com。

