

文章编号:1004-9037(2014)03-0378-06

# 一种基于 FFT 低复杂度的信道盲辨识算法

孙有铭 刘洛琨 杨正举 郭 虹

(解放军信息工程大学信息工程学院, 郑州, 450002)

**摘要:**提出了一种适用于短突发信号的低复杂度基于 FFT 的信道盲辨识算法。算法基于最小 C-R (Minimum cross-relation, MCR) 算法只需最小冗余度信息可求解出信道向量的特性, 通过将其建立的线性方程经过 FFT 变换后再求解信道向量, 并结合算法中矩阵  $F_y$  的秩信息提出了一种快速阶数估计算法。仿真表明, 该算法克服了传统辨识算法对于短突发观测数据下性能不佳的缺点, 降低了原有基于 FFT 的信道盲辨识算法的复杂度, 同时提升其对阶数的鲁棒性。

**关键词:**信道盲辨识; 最小 C-R 算法; 短突发信号; 阶数估计

**中图分类号:** TN911.7

**文献标志码:** A

## Low Computational Complexity FFT-Based Blind Channel Identification Algorithm

Sun Youming, Liu Luokun, Yang Zhengju, Guo Hong

(Institute of Information System Engineering, The PLA Information Engineering University, Zhengzhou, 450002, China)

**Abstract:** A low computational complexity blind channel identification algorithm based on FFT is proposed for short burst signal. The algorithm exploits the property of minimum crossrelation (MCR) algorithm to obtain the channel vector with only minimum redundancy information, then establishes linear equations by MCR algorithm through FFT to get the channel vector, therefore, a fast order estimation algorithm is proposed by exploiting the rank information of matrix  $F_y$ . The simulation proves that the proposed algorithm can improve the low performance of traditional identification algorithms on the condition of small observed data, reduce the computational complexity of the original FFT-based algorithm, and improve robustness to order estimation.

**Key words:** blind channel identification; minimum crossrelation (MCR); short burst signal; order estimation

## 引 言

随着移动通信的迅猛发展, 对于高容量、高可靠性传输的追求使得不需要训练序列的信道盲辨识技术非常具有吸引力。盲辨识技术由于其节省了信道资源, 提高了信道传输效率受到了信号处理领域学者的广泛重视。目前盲辨识算法主要分为基于高阶统计量的传统方法和基于循环平稳二阶统计量的方法两大类。随着 Tong 等人开创性地提出利用二阶循环统计量进行时不变信道盲辨

识<sup>[1]</sup>之后出现了一系列的盲辨识算法<sup>[2-7]</sup>。

文献[2]提出了一种利用接收端过采样之后形成的单输入多输出 (Single input multiple output, SIMO) 信道各个子信道的交叉相关 (Cross-relation, CR) 性质建立线性方程, 从而获得信道向量闭式解的 CR 算法。文献[3]提出了一种利用接收数据的自相关矩阵可划分为相互正交的“信号空间”和“噪声空间”, 利用噪声子空间和信道矩阵的正交性来求解信道系数的子空间方法 (Subspace, SS)。文献[4]在文献[3]的基础上提出了一种最小噪声子空间方法 (Minimum noise subspace,

MNS),巧妙地利用含有最小冗余度的子信道对来求解信道系数,降低了SS算法的运算复杂度。文献[5]将文献[4]的思想推广到了CR算法中,提出了一种最小CR算法(Minimum cross relation, MCR)。

传统二阶循环统计量盲辨识算法在短突发信号条件下性能恶化甚至失效,算法对于观测数据的长度有一定要求<sup>[8]</sup>。为了解决小样本观测数据条件下的信道盲辨识问题,文献[6]提出了一种将CR算法通过FFT变换到离散频域来求解信道系数的BI-FFT算法,在短突发的小样本观测数据( $M+1 \leq N_s < 3M+1$ ,  $M$ 表示信道阶数)和较高信噪比条件下获得了良好的性能。但是文献[6]采用的是标准CR算法,当过采样率越大时运算的复杂度也迅速提升。本文在BI-FFT算法基础上提出了一种只利用最小冗余信息建立频域CR方程的F-MCR算法,该算法既减小了BI-FFT算法的运算复杂度又达到了与原有算法相当的性能。

针对现有的阶数估计算法(包括Liavas算法<sup>[9]</sup>、新颖的有效阶数估计算法(Novel effective channel order estimation,NECOE)<sup>[10]</sup>以及基于子空间信道矩阵迭代的阶数算法<sup>[1]</sup>等大多建立在自相关矩阵的奇异值分析的基础上,对于观测数据量有一定要求,在短突发(小样本)接收数据情况下,以上算法失效。本文结合F-MCR算法中的矩阵 $\mathbf{F}_y$ 的秩信息给出了一种可行的快速阶数估计算法。

本文中, $\text{nullspace}(\mathbf{A})$ 表示矩阵 $\mathbf{A}$ 的零空间维度, $\deg(p(x))$ 表示多项式 $p(x)$ 中的 $x$ 最高次数, $[\cdot]^T, [\cdot]^H, \otimes, (\cdot)^+, \|\cdot\|_2$ 分别表示转置、共轭转置、卷积、Moore-Penrose伪逆运算和取2范数操作。

## 1 信道模型和CR算法

考虑单天线以 $L$ 倍波特率过采样或用 $L$ 根天线以波特率接收<sup>[1]</sup>,可得到SIMO信道。在算法建模中将其等效为有限阶支撑的 $M$ 阶FIR信道。

$$\mathbf{x}(n) = \sum_{k=0}^M \mathbf{h}(k)s(n-k) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{x}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (2)$$

式中: $s(n)$ 是统计独立发射信号序列, $\mathbf{x}(n) = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_L(n)]^T$ 为无噪的观测向量, $\mathbf{h}(n) = [\mathbf{h}_1(n), \mathbf{h}_2(n), \dots, \mathbf{h}_L(n)]^T$ ,其中 $\mathbf{h}_i(n)$  ( $i=1, \dots, L$ )为第 $i$ 条信道的冲激响应,可简记为 $\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1^T \ \mathbf{h}_2^T \ \dots \ \mathbf{h}_L^T]^T \in \mathbf{C}^{L(M+1) \times 1}$ 。 $\mathbf{v}(n) = [v_1$

$(n), v_2(n), \dots, v_M(n)]^T$ 为方差为 $\sigma_v^2$ 且独立于发送信号的高斯白噪声, $\mathbf{y}(n)$ 为迭加了噪声后的观测向量。

无噪情况下,在信道阶数 $M$ 已知时信道 $i$ 的输出 $x_i(n)$ 和信道 $j$ 的输出 $x_j(n)$ 存在以下CR关系

$$\mathbf{x}_i(n) \otimes \mathbf{h}_j(n) - \mathbf{x}_j(n) \otimes \mathbf{h}_i(n) = 0 \quad 0 \leq i < j \leq L \quad (3)$$

式(3)写成如下矩阵形式

$$(\mathbf{X}_{(i)} - \mathbf{X}_{(j)}) \begin{pmatrix} \mathbf{h}_j \\ \mathbf{h}_i \end{pmatrix} = 0 \quad (4)$$

式中, $\mathbf{h}_i = [h_i(0) \ h_i(1) \ \dots \ h_i(M)]^T$  (5)

$$\mathbf{X}_{(i)} = \begin{bmatrix} x_i(M+1) & x_i(M) & \dots & x_i(1) \\ x_i(M+2) & x_i(M+1) & \dots & x_i(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i(N) & x_i(N-1) & \dots & x_i(n-M) \end{bmatrix} \quad (6)$$

则关于所有子信道对 $(i, j)$ ,其中 $i, j=1, 2, \dots, L, i \neq j$ ,可以得到如下方程组

$$\mathbf{X}_L \mathbf{h} = 0 \quad (7)$$

式中

$$\mathbf{X}_2 = [\mathbf{X}_{(2)} \quad -\mathbf{X}_{(1)}] \quad (8)$$

$$\mathbf{X}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{L-1} & & & & 0 \\ \mathbf{X}_{(L)} & 0 & \dots & 0 & -\mathbf{X}_{(1)} \\ 0 & \mathbf{X}_{(L)} & \dots & 0 & -\mathbf{X}_{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{X}_{(L)} & -\mathbf{X}_{(L-1)} \end{bmatrix}, L \geq 3 \quad (10)$$

实际中噪声的影响不可避免。假设噪声是加性高斯白噪声,那么式(9)修正为

$$\mathbf{Y}_L \mathbf{h} = \boldsymbol{\delta}$$

式中: $\mathbf{Y}_L$ 是由迭加了噪声影响的实际接收数据构成,而 $\boldsymbol{\delta}$ 则是相对应的误差向量。可以用最小二乘法求解方程并施加范数约束后获得信道向量的闭式解

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|_2=1} \mathbf{h}^H \mathbf{Y}_L^H \mathbf{Y}_L \mathbf{h}$$

## 2 F-MCR算法

### 2.1 算法描述

文献[5]提出的最小冗余度的MCR算法和MNS<sup>[4]</sup>算法类似,主要是通过一种树形的结构来构建,这种树形结构既反映出了信道间的差异性又具有最小的信息冗余度。

**定理1** 在SIMO系统中,首先从 $L$ 个输出



$$\mathbf{S}(Z)\mathbf{H}_j(Z)\hat{\mathbf{H}}_i(Z)=\mathbf{S}(Z)\mathbf{H}_i(Z)\hat{\mathbf{H}}_j(Z) \quad (21)$$

假设输入符号要满足以下条件,其 DFT 形式下的  $\mathbf{S}(k) \neq 0, k=0, 1, \dots, N-1$  [6], 式(21)可简化为

$$\mathbf{H}_j(Z)\hat{\mathbf{H}}_i(Z)=\mathbf{H}_i(Z)\hat{\mathbf{H}}_j(Z) \quad (22)$$

由于子信道之间满足互质条件,即  $\text{zeros}(\mathbf{H}_j(Z)) \cap \text{zeros}(\mathbf{H}_i(Z)) = \emptyset$ , 且满足  $\mathbf{H}_i(Z), \mathbf{H}_j(Z) \neq 0$ , 又有  $\text{zeros}(\mathbf{H}_j(Z)\hat{\mathbf{H}}_i(Z)) = \text{zeros}(\mathbf{H}_i(Z)\hat{\mathbf{H}}_j(Z))$ , 那么可得  $\text{zeros}(\mathbf{H}_j(Z)) \subseteq \text{zeros}(\mathbf{H}_i(Z))$ ,  $\text{zeros}(\mathbf{H}_i(Z)) \subseteq \text{zeros}(\hat{\mathbf{H}}_i(Z))$ 。由于  $\text{deg}(\mathbf{H}_i(Z)) = M$ , 则  $M \leq \text{deg}(\hat{\mathbf{H}}_i(Z)) \leq \hat{M}$ , 则  $\hat{\mathbf{H}}_i(Z) = \mathbf{c}(z)\mathbf{H}_i(Z)$ , 其中  $0 \leq \text{deg}(\mathbf{c}(z)) \leq \Delta M$ 。由式(21)可得  $\hat{\mathbf{H}}_j(Z) = \mathbf{c}(z)\mathbf{H}_j(Z)$ 。可知  $\mathbf{c}(z)$  为过估计引入的公共零点。得到的形式和文献[12]中的形式一致, 可知解空间的维度为  $\Delta M + 1$ , 即  $\text{nullspace}(\mathbf{F}_{y(\hat{M})}) = \hat{M} - M + 1$ 。由于 DFT 矩阵的特殊形式, 可知  $[0_{1 \times a} \mathbf{h}_{T1} \ 0_{1 \times (\Delta M - a)} \ \dots \ 0_{1 \times a} \mathbf{h}_i^T \ 0_{1 \times (\Delta M - a)} \ \dots \ 0_{1 \times a} \mathbf{h}_{L}^T \ 0_{1 \times (\Delta M - a)}]^T, a = 0, 1, \dots, \Delta M$  为解空间的基, 得证。

定理 2 表明  $\mathbf{F}_{y(\hat{M})}$  矩阵在信道阶数过估计时获得不是一维线性解而是一个解空间, 其维度为  $\hat{M} - M + 1$ 。由于噪声的影响, 在过估计情况下属于  $\mathbf{F}_{y(\hat{M})}$  的零奇异值不再为零, 本文将采用矩阵  $\mathbf{F}_{y(\hat{M})}$  相邻的两个奇异值比值的大小来判断零奇异值和非零奇异值之间的分界线。设维度为  $(N(L-1)) \times L(\hat{M}+1)$  的  $\mathbf{F}_{y(\hat{M})}$  的奇异值为

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_{L(\hat{M}+1) - \hat{M} + M - 1} > \lambda_{L(\hat{M}+1) - \hat{M} + M} = \dots = \lambda_{L(\hat{M}+1)} = \epsilon \quad (\epsilon \text{ 为一个小的正数}) \quad (23)$$

令  $r_i$  表示相邻奇异值  $\lambda_{i-1}$  和  $\lambda_i$  之比

$$r_i = \lambda_{i-1} / \lambda_i \quad (24)$$

现给出一个信道阶数快速搜索算法, 阶数搜索过程如下。

(1) 选择一个较大的阶数估计值  $\hat{M}$ , 确定  $\mathbf{F}_{y(\hat{M})}$  的零空间的维度是否为 1, 即最大  $r$  的位置后面的较小的比值个数。若维度为 1 则搜索结束。若零空间维度不为 1 跳入步骤(2)。

(2)  $\mathbf{F}_{y(\hat{M})}$  零空间维度不为 1, 即最大的  $r$  的后

面的小的比值的个数为  $d$  ( $d$  为正整数), 则将  $\hat{M} - d$  作为新的阶数估计值, 并跳入步骤(1)。

(3)  $\mathbf{F}_{y(\hat{M})}$  列满秩, 即没有明显的大的  $r$  出现, 将  $\hat{M} + l$  ( $l$  为正整数) 作为新的阶数值跳入步骤(1)进行判断。

### 2.3 算法流程

综上所述, 本文算法步骤如下:

(1) 选取一个较大的阶数估计值  $\hat{M}$ , 通过  $\mathbf{F}_{y(\hat{M})}$  进行奇异值分解, 利用给出的阶数估计算法从  $\mathbf{F}_{y(\hat{M})}$  的零空间维度估计出精确信道阶数  $M$ 。

(2) 选取合适的 FFT 点数  $N$  满足  $N \geq N_s + M$ , 对每个子信道的输出向量  $\mathbf{x}_m$  进行 FFT 变换并计算  $\mathbf{F}_m$  矩阵。

(3) 根据树形结构找到最小冗余度的  $L-1$  个信道对  $[i, j], 1 \leq i, j \leq L$ , 并由相应信道对的数据组成  $F_{i,j}$ , 再将  $F_{i,j}$  组成  $F_y$  矩阵。

(4) 通过式(19)求解得到信道向量的闭式解。

### 2.4 算法复杂度

由于 BI-FFT 算法中没有阶数估计环节, 这里仅考虑在阶数  $M$  已知情况下的复杂度分析, 通过 F-MCR 和 BI-FFT 算法在对  $\mathbf{F}_y$  矩阵的构建不难发现, BI-FFT 算法下的  $\mathbf{F}_{y(\text{BI-FFT})}$  的维度是  $(NL(L-1)/2) \times L(M+1)$ , 而 F-MCR 算法下的  $\mathbf{F}_{y(\text{F-MCR})}$  的维度是  $(N(L-1)) \times L(M+1)$ 。参考文献[13]的运算复杂度分析方法, 为简化分析主要考虑算法中运算复杂度最高的奇异值分解部分, 对于 BI-FFT 算法大约需要  $O\{NM^2L^4\}$ , 而 F-MCR 只需约  $O\{NM^2L^3\}$ 。当  $L$  越大, 这种计算量的差异性就会越明显。

## 3 仿真实验

为了验证算法的性能, 选取 SS 算法和文献[6]提出的 BI-FFT 算法做性能对比。仿真时采用文献[1]中给出过采率  $L=4$  时形成的 SIMO 信道, 信道阶数  $M=4$ , 信道系数如表 1 所示。

表 1 含 4 个子信道的 SIMO 信道系数

Table 1 Channel coefficients of a SIMO channel with 4 sub-channels

$n$	0	1	2	3	4
$h_1(n)$	$-0.049+0.359i$	$0.482-0.569i$	$-0.556+0.587i$	1	$-0.171+0.061i$
$h_2(n)$	$0.443-0.036i$	1	$0.921-0.194i$	$0.189-0.208i$	$-0.087-0.054i$
$h_3(n)$	$-0.221-0.322i$	$-0.199+0.918i$	1	$-0.284-0.524i$	$0.136-0.19i$
$h_4(n)$	$0.417+0.030i$	1	$0.873+0.145i$	$0.285+0.309i$	$-0.049+0.161i$

发射信号为均匀分布的 QPSK 信号,迭加的噪声为高斯白噪声。辨识结果用归一化均方误差 (Normalized root-mean-square error, NRMSE) 进行评价。NRMSE 的定义如下

$$\text{NRMSE} \triangleq 20\lg\left(\frac{1}{\|\mathbf{h}\|} \sqrt{\frac{1}{N_r} \sum_{i=1}^{N_r} \|\mathbf{h}_i - \mathbf{h}\|^2}\right) \quad (25)$$

其中:  $N_r$  为蒙特卡罗实验次数,在本次仿真试验中设定  $N_r=100$ ,  $\mathbf{h}_i$  是第  $i$  次实验的辨识结果。

### 3.1 信道估计性能随信噪比变化实验

为了验证本文信道算法在小样本观测数据条件下的有效性,选取发射端发送符号数量  $N_s=10$ ,即每个子信道可用的数据为  $N_s+M$ ,设定 FFT 变换的点数  $N=16$ 。出于公平性,此处实验均假定信道阶数已知。从图 2 可以明显看到 SS 算法已经完全失效,而本文提出的 F-MCR 和 BI-FFT 算法性能相当,可见 F-MCR 算法在降低 BI-FFT 算法的运算复杂度的同时并没有引起性能恶化。图 2 的结果中可以得知小样本观测数据条件下传统的基于二阶统计量的盲辨识算法性能恶化甚至失效。文献[8]证明传统算法至少需要满足  $N_s \geq 3M+1$ ,而基于 BI-FFT 算法和 F-MCR 算法只需满足  $N_s \geq M+1$ 。

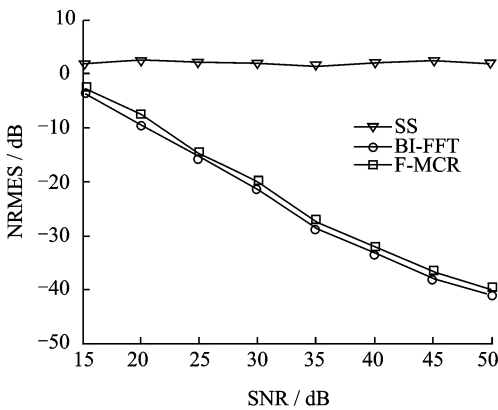


图 2 SNR-NRMSE 曲线图

Fig. 2 Performance of NRMSE with changing

### 3.2 阶数估计算法性能随信噪比变化实验

图 3 为在表 1 中所给信道条件下 Liavas 算法、NECOE 算法与本文所提阶数算法的阶数估计正确率随信噪比变化图。其中本文所提算法中参数同实验 3.1, Liavas 算法和 NECOE 算法中接收符号数均为 200。从图 3 中可知, Liavas 算法在  $\text{SNR} \geq 24$  dB 估计正确率达到 100%, 而 NECOE

算法在  $\text{SNR} \geq 28$  dB 估计正确率达到 100%。虽然本文所提阶数估计算法也需在  $\text{SNR} \geq 28$  dB 估计正确率达到 100%, 但在同样的短突发小样本条件下, Liavas 算法和 NECOE 算法完全失效。

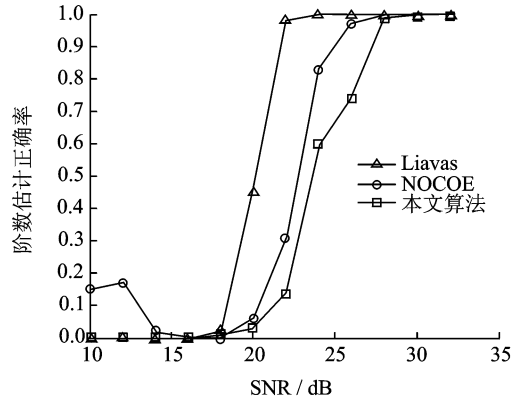


图 3 SNR-阶数估计正确率曲线图

Fig. 3 Probability of correct channel order detection with changing SNR

## 4 结束语

本文提出了一种改进的基于 FFT 的盲辨识算法 (F-MCR), 该算法充分利用 MCR 算法只需利用最小冗余度的信息建立线性方程即可估计信道的特性, 将其经过 FFT 后再求得信道向量闭式解, 并给出了一个快速阶数搜索的方法。理论分析和仿真表明: 该算法在较高信噪比和样本数目较小时性能明显优于经典的二阶统计量盲辨识算法, 较 BI-FFT 算法的复杂度明显降低而性能几乎相当, 同时提升了对于信道阶数估计误差的鲁棒性。

### 参考文献:

- [1] Tong L, Xu G, Kailath T. Blind identification and equalization based on second-order statistics: a time domain approach[J]. IEEE Trans on Inform Theory, 1994, 40: 340-349.
- [2] Xu G, Liu H, Tong L, et al. A least squares approach to blind channel identification[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(12): 2982-2993.
- [3] Moulines E, Duhamel P, Cardoso J F, et al. Subspace methods for the blind identification of multi-channel FIR filters [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(2): 516-525.
- [4] Hua Y, Abed-Meraim K, Wax M. Blind system identification using minimum noise subspace [C]// 8th IEEE Workshop on SSAP. Corfu, Greece; [s. n.], 1996: 308-311.
- [5] Aissa-El-Bey A, Grebici M, Abed-Meraim K. et al.

- Blind system identification using cross-relation methods ;further results and developments [J]. 7th International Symposium on Signal Processing and Its Applications, 2003, 1: 649-652.
- [6] Wang S, Manton J, Tay D B H, et al. An FFT-based method for blind identification of FIR SIMO channels[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(7): 437-440.
- [7] 李森, 邱天爽. 基于鲁棒性协方差矩阵估计的盲信道识别方法[J]. 数据采集与处理, 2010, 25(5): 549-553.
- Li Sen, Qiu Tianshuang. Blind channel identification based on robust covariance matrix estimation [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2010, 25(5): 549-553.
- [8] Hua Y, Wax M. Strict identifiability of multiple FIR channels driven by an unknown arbitrary sequence[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1996, 44(3): 756-759.
- [9] Liavas A P, Regalia P. On the behavior of information theoretic criteria for model order selection [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(8): 1689-1695.
- [10] 代松银, 袁嗣杰, 董书攀. 基于子空间分解的信道阶数估计算法[J]. 电子学报, 2010, 38(6), 1245-1248.
- Dai Songyin, Yuan Sijie, Dong Shupan. Effective channel order estimation based on subspace decomposition [J]. Chinese Journal of Electronics, 2010, 38(6): 1245-1248.
- [11] 孙有铭, 刘洛琨, 崔波, 等. 基于子空间信道矩阵迭代的阶数估计算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(2): 432-437.
- Sun Youming, Liu Luokun, Cui Bo, et al. Channel order estimation algorithm based on subspace channel matrix recursion[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(2): 432-437.
- [12] Gunther J, Swindlehurst A. On the use of kernel structure for blind equalization[J]. IEEE Trans Signal Process, 2000, 48(3), 799-809.
- [13] Hua Y. Fast maximum likelihood for blind identification of multiple FIR channels[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1996, 44(3): 661-672.

**作者简介:**孙有铭(1988-),男,博士研究生,研究方向:认知无线电,信道盲辨识和盲均衡, E-mail: sunyouming10@sina.com;刘洛琨(1963-),男,教授,研究方向:卫星通信、通信信号处理,无线移动网络、超宽带通信;杨正举(1983-),男,硕士研究生,研究方向:通信信号处理;郭虹(1975-),女,讲师,研究方向:复杂网络、通信信号处理、无线移动网络。