

文章编号:1004-9037(2014)02-0327-06

# 传输函数和平面波入射角对合成声场的影响

彭昌友 黄青华

(上海大学通信与信息工程学院,上海,200072)

**摘要:**传输函数中的瞬逝部分和平面波入射角会影响合成平面波声场的性能。本文通过在波数域使用矩形窗修改传输函数,消除合成声场中的瞬逝声场。在平面波频率和离散次源间隔一定时,利用合成声场抗混叠的条件,分析加窗后的传输函数和平面波入射角对合成平面波声场的影响。仿真结果表明,当给定的平面波入射角使抗混叠频率大于平面波频率时,修改的传输函数可以提高合成平面波声场的性能。

**关键词:**瞬逝声场;次源;波数域

**中图分类号:**TN911.7

**文献标志码:**A

## Influence of Transfer Function and Plane Wave Incidence Angle on Synthesized Sound Field

Peng Changyou, Huang Qinghua

(School of Communication and Information Engineering, Shanghai University, Shanghai, 200072, China)

**Abstract:** The performance of synthesized plane wave sound field is affected by the evanescent contribution of the transfer function and incidence angle of plane wave. In this paper, transfer function is modified by using the rectangular window in wave number domain to eliminate the evanescent sound field. With fixed plane wave incidence angle and spatial sampling interval of secondary sources, the influence of windowed transfer function and plane wave incidence angle on synthesized plane wave sound field are analyzed under the anti-aliasing condition. Simulation results demonstrate that the modified transfer function can improve the performance of the synthesized plane wave sound field when the plane wave frequency is smaller than anti-aliasing frequency for a given plane wave incidence angle.

**Key words:** evanescent sound field; secondary sources; wave number domain

## 引 言

随着音频技术的发展,人们不仅能够准确识别声源位置<sup>[1]</sup>,而且还可使用扬声器阵列在听音区域内营造声学场景。谱分法(Spectral division method, SDM)<sup>[2-3]</sup>是最近提出的一种新的合成声场方法。该方法首先对声场进行空间傅里叶变换,在波数域内推导合成声场的次源驱动函数,再根据次源和次源驱动函数合成声场。理想的次源分布是连续次源,而现实生活中的次源是扬声器,故需对连续

次源分布进行空间抽样离散化,在空间放置离散的扬声器阵列。因而抽样过程产生混叠现象,相关文献提出了抗混叠条件<sup>[4-5]</sup>和抗混叠次源<sup>[6]</sup>。因此,在波数域内研究离散次源和离散驱动函数成为声场合成研究的重要内容。

本文分析了SDM合成平面波声场和推导次源驱动函数的过程,在波数域内对传输函数加矩形窗函数,消去传输函数的瞬逝部分,实现传输函数的修改。在平面波频率一定的情况下,离散次源合成平面波声场还与抗混叠频率大小有关,同时平面波入射角决定抗混叠频率的大小,因此提出了在波

数域内联合传输函数和平面波入射角的方式分析其对合成声场的影响。仿真结果表明,修改的传输函数和较大的平面波入射角有利于合成理想声场。

## 1 线形次源合成的平面波声场

### 1.1 连续线形次源合成的平面波声场

声场合成系统目的是通过次源在听音区域内重现声学场景,这就要求分析合成声场的次源分布和找到合适的次源驱动函数<sup>[7]</sup>。现实中线形分布的扬声器能合成具有立体感的平面声场,如图 1 所示。

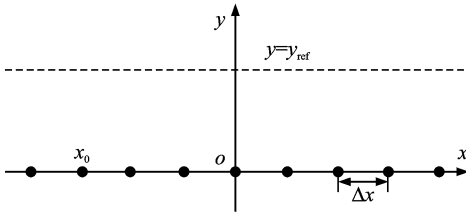


图 1 线形次源分布

Fig. 1 Linear secondary source distribution

合成声场的次源分布在  $x$  坐标轴上,合成的声场可以表示为

$$P(\mathbf{X}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{D}(\mathbf{X}_0, \omega) \mathbf{G}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0, \omega) dx_0 \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{X}_0 = [x_0, 0, 0]^T$  为次源位置;  $\mathbf{X} = [x, y, 0]^T$  为  $xoy$  平面 ( $y > 0$ ) 的任意点位置;  $\omega = 2\pi f$  为角频率;  $\mathbf{D}(\mathbf{X}_0, \omega)$  和  $\mathbf{G}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0, \omega)$  分别为驱动函数和空间传输函数(三维格林函数)<sup>[8]</sup>。假设式(1)中次源具有全向性,即空间传输函数具有如下形式  $\mathbf{G}_{|y|}(x, y, z, \omega) = \mathbf{G}_{|y|}(x, -y, z, \omega) = \mathbf{G}_{|y|}(x, |y|, z, \omega)$ , 那么合成的平面波声场相对于次源具有对称性,其表达式为

$$P(\mathbf{X}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{D}(\mathbf{X}_0, \omega) \mathbf{G}_{|y|}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0, \omega) dx_0 \quad (2)$$

此时空间传输函数为

$$\mathbf{G}_{|y|}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0, \omega) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-j\frac{\omega}{c}|\mathbf{X}_{|y|} - \mathbf{X}_0|}}{|\mathbf{X}_{|y|} - \mathbf{X}_0|} \quad (3)$$

式中  $|\mathbf{X}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。根据卷积定理,式(2)对  $x$  进行空间傅里叶变换,变换结果是

$$\tilde{P}(k_x, y, z, \omega) = \tilde{D}(k_x, \omega) \tilde{G}_{|y|}(k_x, y, z, \omega) \quad (4)$$

由式(4)可得次源驱动函数

$$\tilde{D}(k_x, \omega) = \frac{\tilde{P}(k_x, y, z, \omega)}{\tilde{G}_{|y|}(k_x, y, z, \omega)} \quad (5)$$

通过式(5)推导出驱动函数  $\tilde{D}(k_x, \omega)$  的方法称为 SDM,  $\tilde{P}(k_x, y, z, \omega)$  是频率为  $f_{pw}$ , 传播方向为  $(\theta_{pw}, \alpha_{pw})$  的平面波声场,在波数域内的平面波和传输函数表达式  $\tilde{G}_{|y|}(k_x, y, z, \omega)$  见文献[2],考虑合成声场在  $z = 0$  的水平面上,此时传输函数  $\tilde{G}_{|y|}(k_x, y, 0, \omega)$  表达式为

$$\tilde{G}_{|y|}(k_x, y, 0, \omega) = \begin{cases} -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2} |y|) & |k_x| < \left|\frac{\omega}{c}\right| \\ \frac{1}{2\pi} K_0(\sqrt{k_x^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2} |y|) & |k_x| > \left|\frac{\omega}{c}\right| \end{cases} \quad (6)$$

将  $\tilde{P}(k_x, y, z, \omega)$  和式(6)代入式(5)得到驱动函数<sup>[2]</sup>

$$\tilde{D}(k_x, \omega) = \frac{4\pi^2 \delta(k_x - k_{pw,x}) \delta(\omega - \omega_{pw}) e^{-jk_{pw,y}|y|}}{-\frac{j}{4} H_0^{(2)}(\sqrt{\left(\frac{\omega_{pw}}{c}\right)^2 - k_{pw,x}^2} |y|)} \quad (7)$$

式中  $k_{pw} = \omega_{pw}/c$ ,  $c$  是声音在空气中传播速度。在听音区内,文献[7]设  $|y| = y_{ref}$  处到次源之间的区域能正确地合成声场,称  $|y| = y_{ref}$  为合成声场的参考距离(见图 1),  $k_{pw,x}$ ,  $k_{pw,y}$  和已知频率  $\omega_{pw}$  关系为

$$k_{pw,x}^2 = \left(\frac{\omega_{pw}}{c}\right)^2 \cos^2(\theta_{pw}) \sin^2(\alpha_{pw}) = k_{pw}^2 \cos^2(\theta_{pw}) \sin^2(\alpha_{pw}) \quad (8)$$

$$k_{pw,y}^2 = \left(\frac{\omega_{pw}}{c}\right)^2 \sin^2(\theta_{pw}) \sin^2(\alpha_{pw}) = k_{pw}^2 (\sin^2(\theta_{pw}) \sin^2(\alpha_{pw})) \quad (9)$$

根据以上条件,可以得到次源的驱动函数

$$\tilde{D}(k_x, \omega) = \frac{4\pi^2 \delta(k_x - k_{pw,x}) \delta(\omega - \omega_{pw}) e^{-jk_{pw,y}y_{ref}}}{-\frac{j}{4} H_0^{(2)}(k_{pw,y}y_{ref})} \quad (10)$$

将式(10)和式(6)代入式(4),运用空间傅里叶反变换得到合成的声场为

$$P_{pw,y}(X, \omega) = \frac{e^{-jk_{pw,y}y_{ref}} e^{-jk_{pw,x}x}}{H_0^{(2)}(k_{pw,y}y_{ref})} H_0^{(2)}(k_{pw,y} \sqrt{|y|^2}) \quad (11)$$

由于连续次源未经过离散化,此时产生的声场为模拟声场,但实际生活中使用离散的扬声器阵列充当次源,故需要对连续次源的离散化进行分析。

### 1.2 离散线形次源合成的平面波声场

现实生活中使用离散的扬声器阵列合成声场,在理论分析时对次源抽样离散。设次源间隔为

$\Delta x$ , 在空间离散位置放置扬声器, 并且推导出相应的驱动函数。对驱动函数的抽样离散过程如图 2 所示。

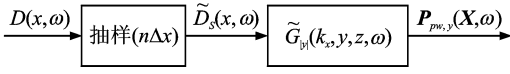


图 2 驱动函数的抽样和加窗的传输函数

Fig. 2 Sampling and windowing of driving function

抽样后的驱动函数表达式为

$$\begin{aligned} \tilde{D}_S(k_x, \omega) &= \tilde{D}(k_x, \omega) \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(k_x - \frac{2\pi n}{\Delta x}) = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{D}(k_x - \frac{2\pi n}{\Delta x}, \omega) \end{aligned} \quad (12)$$

由传输函数式(6)和离散化后的驱动函数式(12)得到声场的表达式如式(13)所示。

传输函数在波数域内包含瞬逝部分和传播部分, 由于传输函数的瞬逝部分离散化造成合成声场的不理想<sup>[7]</sup>。因此, 尽可能消除传输函数的瞬逝部分, 达到合成理想声场的目的。

$$\begin{aligned} P_{pw,y}(X, \omega) &= \frac{8\pi e^{-jk_{pw,y}y_{ref}} \delta(\omega - \omega_{pw})}{-jH_0^{(2)}(k_{pw,y}y_{ref})} \cdot \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j(k_{pw,x} + \frac{2\pi n}{\Delta x})x} \tilde{G}_{|y|}(k_{pw,x} + \frac{2\pi n}{\Delta x}, y, 0, \omega) \end{aligned} \quad (13)$$

## 2 瞬逝声场的消除

### 2.1 传输函数的修改

在波数域内合成声场是研究声场合成的一种常见方法, 由于经过空间傅里叶变换后的传输函数(式(6))的瞬逝部分( $|k_x| > \left|\frac{\omega}{c}\right|$ 的部分), 离散化后合成的声场中存在瞬逝声场, 造成合成的声场不理想。因此对传输函数加宽度为 $|k_x| = \left|\frac{\omega}{c}\right|$ 的矩形窗滤除瞬逝部分, 只获得传输函数的传播部分, 即 $|k_x| < \left|\frac{\omega}{c}\right|$ 的部分。对图 2 的传输函数

$\tilde{G}_{|y|}(k_x, y, 0, \omega)$ 修改如下

$\tilde{G}_{|y|, bmod}(k_x, y, 0, \omega) =$

$$\begin{cases} -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2} \sqrt{|y|^2}) & |k_x| < \left|\frac{\omega}{c}\right| \\ 0 & |k_x| > \left|\frac{\omega}{c}\right| \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $\left|\frac{\omega}{c}\right| = \left|\frac{2\pi f}{c}\right|$  的平面波频率  $f$  不确定, 在波

数域内的窗函数宽度不同。将式(14)和式(12)代入式(4), 并经过空间傅里叶反变换, 得到的合成声场不包含因传输函数的瞬逝部分所产生的瞬逝声场。但是, 抗混叠频率大小关系到合成的平面波声场性能, 因此有必要分析它对合成声场的影响。

### 2.2 抗混叠频率与传输函数的组合

抗混叠条件<sup>[9]</sup>说明了抗混叠频率的大小  $f_{抗} =$

$\frac{c}{\Delta x(1 + |\cos\theta_{pw}|)}$  和离散抽样间隔  $\Delta x$ 、平面波入射角这两个参数有关。平面波频率小于抗混叠频率时, 合成的声场不会发生混叠现象。合成声场时, 抽样离散间隔可能会造成新的叠加再生, 在此部分不做研究分析。平面波入射角  $\theta_{pw}$  的变化带来不同大小的抗混叠频率, 如当角度从  $0^\circ$  变化到  $90^\circ$ , 抗混叠表达式中分母变小, 从而抗混叠频率变大。为了分析加矩形窗后的传输函数和平面波入射角对合成平面波声场的影响, 这里分别给出了 4 种组合方式。第 1 种组合方式: 满足抗混叠条件, 即平面波入射角使抗混叠频率大于平面波频率, 未对传输函数加窗, 合成声场中没有消除部分瞬逝声场。第 2 种组合方式: 满足抗混叠频率, 对传输函数加窗, 合成声场中消除了瞬逝声场部分。为了验证方便, 可设平面波入射角大小和第 1 种方式平面波入射角大小相同。第 3 种组合方式: 不满足抗混叠条件, 即抗混叠频率小于平面波入射角频率, 不对传输函数加窗, 合成声场中没有消除瞬逝声场部分。第 4 种方式: 不满足抗混叠频率, 对传输函数加窗。为了分析平面波频率和入射角在传输函数加窗和不加窗情况下对合成声场的影响效果, 文中采用均方误差<sup>[10]</sup>来定量分析传输函数加窗和不加窗合成声场的效果, 计算表达式为

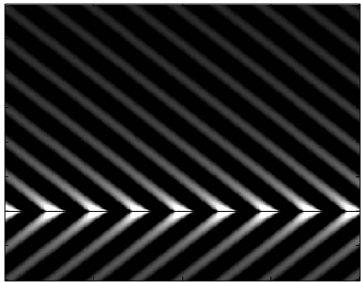
$$E_{sp} = \sum_{x_0, y_0} \frac{|P_{pw,y}(x_0, y_0, \omega) - P(x_0, y_0, \omega)|^2}{|P(x_0, y_0, \omega)|^2} \quad (15)$$

式中:  $(x_0, y_0)$  为声场中的各点的坐标;  $P(x_0, y_0, \omega)$  表示点  $(x_0, y_0)$  理想平面波声场。通过这些不同的组合方式, 综合分析传输函数的瞬逝部分与平面波入射角对合成平面波声场的影响。

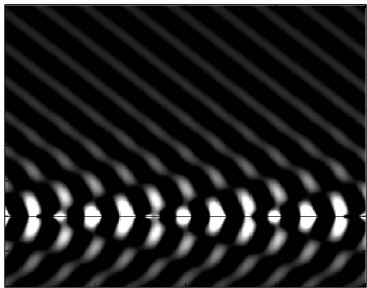
## 3 仿真实验

实验仿真了模拟声场和第 2 节提出的 4 种组合方式合成的声场。  $c = 343$  m/s, 传播方向  $(\theta_{pw},$

$\alpha_{pw}$ )为 $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ ,参考距离  $y_{ref}=1\text{ m}$ ,平面波频率  $f=1\ 000\text{ Hz}$ 。合成模拟声场时,由于次源未经抽样离散化,故抽样间隔  $\Delta x=0\text{ m}$ ,仿真出的声场如图 3(a)所示。当对连续次源进行抽样离散,抽样间隔  $\Delta x=0.2\text{ m}$ ,仿真出的声场如图 3(b)所示,对应于第 1 种组合方式。从图 3(a)和(b)的比较中可以看出,由于传输函数的瞬逝部分,图 3(b)中离散次源合成的声场不理想。



(a) 模拟声场  
(a) Analog sound field



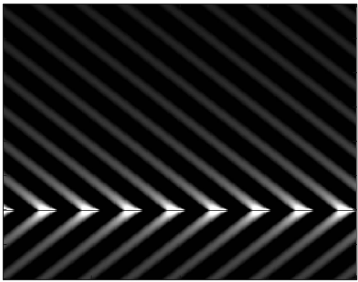
(b) 未对传输函数加窗的声场  
(b) Sound field without modified transfer function

图 3 线形次源合成的声场

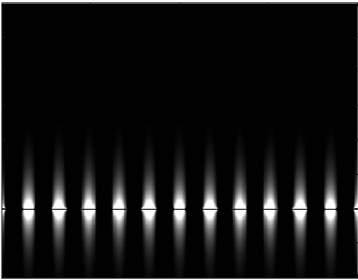
Fig. 3 Sound field synthesized by linear secondary sources

对应于第 2 种组合方式,加上窗函数后的合成声场如图 4 所示,和图 3(a)非抽样离散情况下合成的声场极相似,显然图 4(a)合成的平面波声场优于图 3(b)合成声场,即对传输函数加窗消除了部分瞬逝声场,提高了合成声场的效果。同时,经窗函数滤除的瞬逝部分合成的声场如图 4(b)所示。

对应于第 3 种组合方式,当平面波入射角变小,即  $\theta_{pw}=\frac{\pi}{6}$ ,没有加窗函数的传输函数合成的声场如图 5(a)所示。 $\theta_{pw}=\frac{\pi}{6}$ 时的抗混叠频率比  $\theta_{pw}=\frac{\pi}{4}$ 时的抗混叠频率小。由于平面波频率大于抗混叠频率,合成平面声场有混叠现象,并且合成



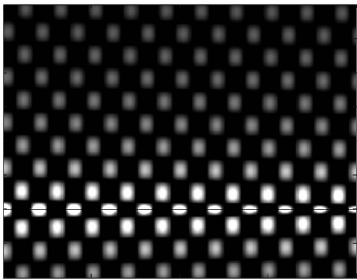
(a) 已对传输函数加窗的声场  
(a) Synthesized sound field with modified transfer function



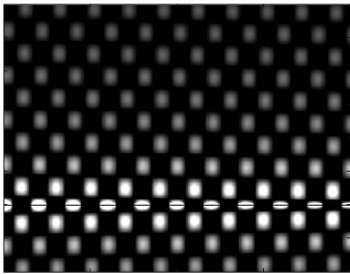
(b) 加窗后消除出的瞬逝声场  
(b) Evanescent sound field with modified transfer function

图 4 入射角  $(\theta_{pw}, \alpha_{pw})=(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$  合成的声场

Fig. 4 Synthesized sound field with incidence angle  $(\theta_{pw}, \alpha_{pw})=(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$



(a) 未对传输函数加窗合成的声场  
(a) Synthesized sound field without modified transfer function



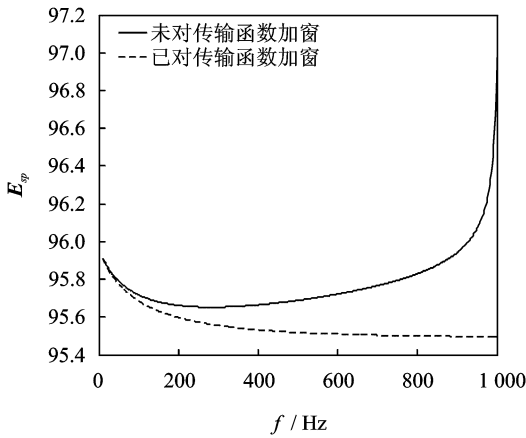
(b) 已对传输函数加窗合成的声场  
(b) Synthesized sound field with modified transfer function

图 5 入射角  $(\theta_{pw}, \alpha_{pw})=(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$  合成的声场

Fig. 5 Synthesized sound field with incidence angle  $(\theta_{pw}, \alpha_{pw})=(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$

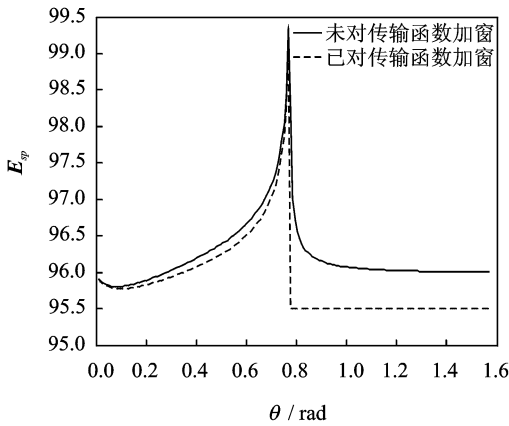
声场中含有瞬逝声场部分。对应于第 4 种组合方式,当传输函数加窗以后合成的声场如图 5(b)所示。比较图 5(a)和(b),加窗后合成的声场只能消除部分瞬逝声场,混叠部分依然存在。

为了分析平面波频率在满足抗混叠情况下和平面波入射角对合成声场的影响,文中利用计算声场误差算法仿真了对传输函数加窗和不加窗两种情况下合成声场的误差图,如图 6 所示。



(a) 不同平面波频率

(a) Relation of  $E_{sp}$  and different frequencies of plane waves



(b) 不同平面波入射角

(b) Relation of  $E_{sp}$  and different angles of incidence of plane waves

图 6 传输函数加窗和不加窗时合成声场的误差

Fig. 6 Synthesized sound field error with modified transfer function and transfer function

图 6(a)中平面波入射角  $\theta_{pv} = \frac{\pi}{4}$ ,从图 6(a)中可以得出,平面波频率在满足抗混叠条件下,对传输函数加窗后合成声场的误差小于未对传输函数加窗后合成声场的误差。图 6(b)平面波频率  $f = 1\,000\text{ Hz}$ ,从图 6(b)能得到在变化的平面波入射角下,对传输函数加窗后合成声场的效果比未对传输

函数加窗后合成声场的效果好,但当平面波入射角小于  $\theta \leq 0.76 < 0.8$  时,由于不满足抗混叠条件,合成声场有混叠,合成声场的误差随角度增大而增大。

## 4 结束语

本文分析了由连续线形次源和离散线形次源合成的平面波声场。针对传输函数中的瞬逝部分离散化对合成平面波声场的不利影响,提出了一种改进传输函数的方法,改进的传输函数减少了合成声场中的瞬逝声场,达到较好的效果。同时根据抗混叠频率大小对合成声场的影响,给出传输函数和抗混叠频率的组合方式。在平面波频率和离散次源间隔一定的情况下,加窗后的传输函数能消除传输函数的瞬逝部分,且当平面波频率满足抗混叠条件时,合成的声场较理想。当平面波频率不能满足抗混叠条件时,合成声场中存在混叠现象。文中没有分析扬声器间隔和平面波入射角的最佳结合取值对合成平面波声场的影响,以及在不满足抗混叠条件下,平面波入射角增大造成合成声场误差变大的原因,这些是今后研究的内容。

### 参考文献:

- [1] 陈少林,刘丽. 基于波叠加方法的可视化声源识别[J]. 南京航空航天大学学报,2008,40(6):804-809.  
Chen Shaolin, Liu Li. Acoustic source identification based on wave superposition method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2008,40(6):804-809.
- [2] Ahrens J, Spors S. Reproduction of a plane-wave sound field using planar and linear arrays of loudspeakers[C]//3rd International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP 2008). [S.l.]: ISCCSP, 2008:1486-1491.
- [3] Ahrens J, Spors S. An analytical approach to local sound field synthesis using linear arrays of loudspeakers[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Prague: IEEE, 2011:65-68.
- [4] Start E W. Direct sound enhancement by wave field synthesis[D]. Delft: Delft University of Technology, 1997.
- [5] Spors S. Spatial aliasing artifacts produced by linear loudspeaker arrays used for wave field synthesis [C]//Second IEEE-EURASIP International Symposium on Control Communications and Signal Processing. Marrakech, Morocco, IEEE, 2006:8-12.

[6]

Ahrens J, Spors S. On the anti-aliasing loudspeaker for sound field synthesis employing linear and circular distributions of secondary sources [C]//129th convention of the AES. San Francisco: CA, 2010:4-7.

[7]

Ahrens J, Spors S. Sound field reproduction using planar and linear arrays of loudspeakers [J]. IEEE Trans on Sp and Audio Proc, 2010, 18 (8): 2038-2050.

[8]

陈晓东,陈心昭,陆益民,等. 声全息重构卷积计算中混叠问题的研究[J]. 数据采集与处理, 2004, 19(3): 346-351.  
Chen Xiaodong, Chen Xinzhao, Lu Yimin, et al. Alias error in discrete convolution of reconstruction of near-field acoustical holography [J]. Journal of Date Acquisition and Processing, 2004, 19(3): 346-351.

[9]

Ahrens J. The single-layer potential approach applied on sound field synthesis including cases of nonenclosing distributions of secondary sources [D]. Berlin: Technische University at Berlin, 2010.

[10]

Kamado N, Saruwatari H, Shikano K. Robust sound field reproduction integrating multi-point sound field control and wave field synthesis [C]//Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2011 IEEE International Conference on. Prague: [s. n.], 2011: 441-444.

作者简介:

彭昌友(1985-),男,硕士研究生,研究方向:声场合成,E-mail:asyppy2009@163.com;黄青华(1978-),女,副研究员,研究方向:音频信号处理、阵列信号处理。