

文章编号:1004-9037(2014)02-0298-06

# 一种过零点的时延测量方法

赵 慎 周 超 乔纯捷

(国防科学技术大学机电工程与自动化学院,长沙,410073)

**摘要:**研究了一种基于过零点的时延测量方法,在建立过零点搜索模型的基础上推导得出时延测量的测量结果表达式;定量分析了高斯白噪声条件下过零点时延测量的测量精度,得到测量误差的理论表达式。仿真与实验表明,过零点时延测量精度与信号频率、过零点数目、信噪比密切相关,当信噪比较高时,其测量精度与经典 FFT 法相当,而优势在于过零点时延测量的算法简单、计算量小,适用于对实时性要求较高的测量场合。

**关键词:**时延测量;过零点;均方误差;计算量

中图分类号:TN911

文献标识码:A

## Zero Crossing Algorithm for Time Delay Estimation

Zhao Shen, Zhou Chao, Qiao Chunjie

(College of Mechatronics Automation, National University of Defense Technology, Changsha, 410073, China)

**Abstract:** Time delay estimation (TDE) is one of the critical technology in radar and sonar system. This paper proposed a new algorithm for TDE based on zero crossing (ZC). The basic model of zero crossing TDE is discussed, and the mean squared error with additive white Gaussian noise is derived by a theoretic equation. It is shown that the accuracy of TDE is a function of signal-to-noise ratio (SNR), signal frequency and numbers of ZC points. The ZC algorithm achieves a comparable accuracy by FFT method at high SNR, though with low computational complexity and low processing latency. The proposed zero crossing estimator is suitable for real-time applications.

**Key words:** time delay estimation(TDE); zero crossing(ZC); mean squared error; computational complexity

## 引 言

时延是指在给定媒介中,信号传播所需要的时间,是表征一个信号的重要参量。快速、准确的时延测量,可进一步确定其他相关参量,比如信源的距离、方位、速度和移动方向等。时延测量作为测量和信号处理领域一个活跃的研究问题,在声纳、雷达等领域有着广泛的应用<sup>[1-5]</sup>。

典型的时延测量方法是相关法<sup>[6-8]</sup>,相关法基于信号的互相关函数,通过寻找相关峰的位置确定时延的测量结果。对于已知信号频率的单频信号,快速傅里叶变换(Fast Fourier transform, FFT)是一种有效的时延测量方法<sup>[9]</sup>,其原理是通过计算发射和接收两路信号的信号相位差实现时延的测量。FFT

法采用基于极大似然估计准则进行相位测量,因此具有很高的测量精度,逼近于克拉美罗下限(Cramer-Rao lower bound, CRLB)下界<sup>[10-11]</sup>。文献[12]是 FFT 法的一个应用实例,通过时延测量间接获取声波在海水中的传播速度。虽然相关法和 FFT 法都能达到较高的测量精度,但是事先必须采样一段完整的信号,并执行大量乘累加运算,计算量大,测量延迟时间较长,不利于实时应用。

本文提出了一种基于过零点(Zero-crossing, ZC)的时延测量方法,该方法的第一步是搜索信号波形的过零点,建立过零点集合;过零点是指信号幅值为 0 的采样点,被广泛应用于信号检测<sup>[13]</sup>、声速测量<sup>[14]</sup>、现代调制解调等领域<sup>[15-17]</sup>。仿真与实验表明,当信噪比(Signal-to-noise ratio, SNR)较高时,过零点时延测量与经典 FFT 法测量精度相

当,其优势在于采样点数少、计算量小,特别适合于对实时性要求较高的测量场合。

## 1 基本模型

### 1.1 信号发射与接收

本文研究的时延测量问题,基于的发射信号为单频正弦信号,其数学表示如下

$$s(t) = A\sin\omega t \quad (1)$$

式中: $A$  为信号幅度, $\omega$  为信号的角频率。不考虑信号传播损失,接收信号可表示为

$$x(t) = A\sin(\omega(t - \tau_0)) + v(t) \quad (2)$$

式中: $\tau_0$  为被测时延量, $v(t)$  为引入的加性噪声。

### 1.2 过零点搜索

不考虑噪声影响,过零点搜索是指对信号幅值为 0 的时刻点进行搜索,并组建为一个  $N$  点过零点集合  $T_0 = \{t_0(1), t_0(2), \dots, t_0(N)\}$ ,其数学表示为

$$T_0 = \{t_0 \mid A\sin(\omega(t_0 - \tau_0)) = 0\} \quad (3)$$

如图 1 所示, $t_0(n)$  是集合  $T_0$  的元素,表示第  $n$  个过零点的时刻值。根据过零点位置的不同,可将  $T_0$  分为上升沿过零点,如  $t_0(n)$  和下降沿过零点,如  $t_0(n-1)$ ,且满足如下关系

$$t_0(n) - t_0(n-1) = \frac{T}{2} \quad n = 2, 3, \dots, N \quad (4)$$

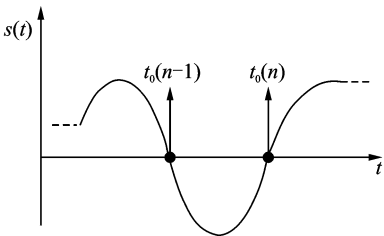


图 1 过零点搜索

Fig. 1 ZC points detection

对于数字信号波形,有可能没有满足式(3)的采样点。为此,文献[18]采用了线性插值的方法搜索过零点,但是由于没有考虑噪声的影响,该方法的使用受到了限制。本文充分考虑噪声因素,采用一种带阈值  $\alpha$  的线性插值运算作为过零点的搜索方法。如图 2 所示,信号波形的第  $n$  个过零点搜索步骤如下:

(1) 通过约束式(5),搜索采样点  $[t_+(n), s_+(n)]$  和  $[t_-(n), s_-(n)]$ ;

$$\begin{cases} s_+(n) \geq \alpha \ \& \ s_+(n-1) < \alpha \\ s_-(n) \leq -\alpha \ \& \ s_-(n+1) > -\alpha \end{cases} \quad (5)$$

(2) 由式(6)计算第  $n$  个过零点对应的时刻值  $t_x(n)$ 。

$$\begin{cases} t_x(n) = t_+(n) - \frac{s_+(n)}{k(n)} \\ k(n) = \frac{s_+(n) - s_-(n)}{t_+(n) - t_-(n)} \end{cases} \quad (6)$$

重复执行上述步骤  $N$  次,可构建过零点集合

$$T_x = [t_x(1), t_x(2), \dots, t_x(N)] \quad (7)$$

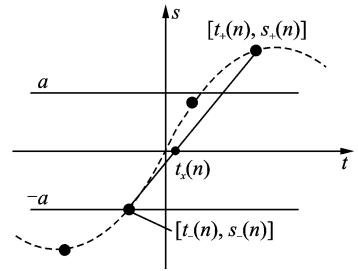


图 2 基于线性插值的过零点搜索

Fig. 2 Detection of ZC points based on linear interpolation

## 2 过零点时延测量

### 2.1 时延测量

为了避免噪声导致的误判,本文约定搜索的第一个过零点为下降沿过零点,假设时延量真值为  $\tau_0$ ,结合式(4)则有

$$\begin{cases} t_0(1) = \tau_0 + T/2 \\ \vdots \\ t_0(n) = \tau_0 + nT/2 \\ \vdots \\ t_0(N) = \tau_0 + NT/2 \end{cases} \quad (8)$$

进一步可导出

$$\begin{cases} t_x(1) = t_0(1) + \Delta(1) \\ \vdots \\ t_x(n) = t_0(n) + \Delta(n) \\ \vdots \\ t_x(N) = t_0(N) + \Delta(N) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_x(1) = \tau_0 + T/2 + \Delta(1) \\ \vdots \\ t_x(n) = \tau_0 + nT/2 + \Delta(n) \\ \vdots \\ t_x(N) = \tau_0 + NT/2 + \Delta(N) \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\Delta(n), n=1, 2, \dots, N$  是指第  $n$  个过零点的搜索误差,其均方和表示为

$$J(\tau_0) = \sum_{n=1}^N |\Delta(n)|^2 = \sum_{n=1}^N \left| t_x(n) - \frac{nT}{2} - \tau_0 \right|^2 \quad (10)$$

由最小均方准则

$$J'(\tau_0) = \left( \sum_{n=1}^N \left| t_x(n) - \frac{nT}{2} - \tau_0 \right|^2 \right)' = 0 \quad (11)$$

最后可得时延测量结果

$$\tau_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N t_x(n) - \frac{(N+1)T}{2} \quad (12)$$

## 2.2 高斯白噪声下的误差分析

考虑连续的信号波形,过零点搜索可表述为

$$A \sin(\omega(t_x - \tau_0)) + v(t_x) = 0 \quad (13)$$

式中:  $t_x$  表示过零点时刻的测量值,由于噪声  $v(t) \sim N(0, \sigma^2)$  的影响,测量结果与真值存在偏差  $\Delta = t_x - t_0$ 。设随机变量  $X = v(t_x)$ ,  $Y = t_x - t_0$ , 则有  $X$  与  $Y$  满足如下关系

$$X = h(Y) = -A \sin(\omega Y + \omega(t_0 - \tau_0)) = -A \sin(\omega Y) \cos(\omega(t_0 - \tau_0)) \quad (14)$$

若  $X$  的概率密度函数是  $p_X(x)$ , 则随机变量  $Y$  的概率密度函数可表示为

$$\begin{cases} p_Y(y) = p_X(x = h(y)) \cdot |J| \\ J = \frac{\partial h(y)}{\partial y} \end{cases} \quad (15)$$

可以导出

$$p_Y(y) = p_X(x = -A \sin(\omega y)) \cdot |\omega A \cos(\omega y)| \quad (16)$$

当 SNR 较高时,可以假设  $-T/4 \leq y \leq T/4$ , 则有  $\cos(\omega y) \geq 0$ , 进一步可得

$$p_Y(y) = \omega A \cos(\omega y) \cdot p_X(x = -A \sin(\omega y)) \quad (17)$$

噪声服从标准高斯分布  $X \sim N(0, \sigma^2)$ , 概率密度函数  $p_X(x)$  为

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (18)$$

随机变量  $Y$  的概率密度函数

$$p_Y(y) = \frac{\omega A \cos(\omega y)}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{A^2 \sin^2(\omega y)}{2\sigma^2}\right) \quad (19)$$

特别地,当  $\omega y$  较小时

$$p_Y(y) = \frac{\omega A}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(A\omega)^2 y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (20)$$

由此可知,随机变量  $Y$  服从标准高斯分布

$$\begin{cases} Y \sim N\left(0, \left(\frac{\sigma}{A\omega}\right)^2\right) \\ \sigma_Y^2 = \left(\frac{\sigma}{A\omega}\right)^2 \end{cases} \quad (21)$$

由式(12),过零点时延测量误差  $Z = \tau_x - \tau_0$  可演化为

$$Z = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (t_x(n) - t_0(n)) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Y_n \quad (22)$$

式中:随机变量  $Y_n, n=1, 2, \dots, N$  表示第  $n$  个过零点的搜索误差,由于过零点的搜索相互独立,结合式(20)可得时延测量误差  $Z$  的概率密度函数

$$p_Z(z) = \frac{\omega A}{\sigma} \sqrt{\frac{N}{2\pi}} \exp\left(-\frac{N(A\omega)^2 z^2}{2\sigma^2}\right) \quad (23)$$

显然,  $Z$  服从高斯分布

$$Z \sim N\left(0, \left(\frac{\sigma}{A\omega \sqrt{N}}\right)^2\right) \quad (24)$$

定义信噪比

$$\text{SNR} = \frac{A^2}{2\sigma^2} \quad (25)$$

则有  $Z$  的概率密度函数

$$p_Z(z) = \omega \sqrt{\frac{N}{\pi}} \sqrt{\text{SNR}} \exp(-N\omega^2 \text{SNR} z^2) \quad (26)$$

最后可得过零点时延测量的均方误差理论表达式

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{\omega \sqrt{2N\text{SNR}}} = \frac{1}{2\pi f \sqrt{2N\text{SNR}}} \quad (27)$$

## 2.3 计算量分析

建立过零点集合  $T_x = [t_x(1), t_x(2), \dots, t_x(N)]$ , 需要执行  $N$  次线性插值计算式(6), 包括  $3N$  次实数加法和  $2N$  次实数乘法; 由式(12)计算时延  $\tau_x$ , 需要  $N+2$  次实数加法和  $2$  次实数乘法。因此,过零点时延测量的总计算量约为  $4N+2$  次加法和  $2N+2$  次乘法。

表 1 对过零点、FFT 法测时延的主要计算量进行了比较,其中  $N$  为过零点的数目,  $M$  为 FFT 的分析点数,通常  $M \gg N$ 。显然,与 FFT 法相比较,过零点测时延的计算量非常小。

表 1 主要计算量分析

方 法	计 算 量	
	实数加法/次	实数乘法/次
ZC	$4N+2$	$2N+2$
FFT	$3M \log_2 M$	$2M \log_2 M$

## 3 仿真与分析

本节通过 MATLAB 仿真分别讨论不同信号频率、不同过零点数目条件下,时延测量精度与 SNR 的关系,并将仿真结果与式(27)进行比较;最

后,分析比较 FFT 法和过零点的时延测量精度与 SNR 的关系。

由图 3 可知,仿真结果与式(27)基本保持一致,随着 SNR 的增大,时延测量精度不断提升。在相同 SNR 条件下,频率越大,时延测量精度越高,其中,信号频率  $f=900\text{ kHz}$  在低 SNR(10~16 dB)时测量精度非常低,主要是因为采样频率太低所致。

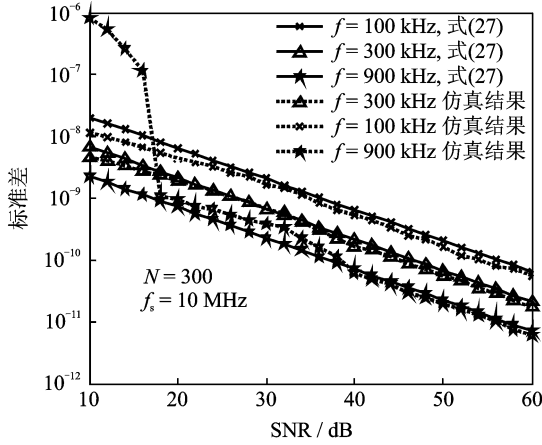


图 3 不同信号频率下时延测量精度与 SNR 的关系  
Fig. 3 Relation between time delay estimation accuracy and SNR at different signal frequencies

实际中,SNR 较低时基于过零点的时延测量精度与采样频率紧密相关,如图 4 所示,在高 SNR 条件下,仿真结果与式(27)基本一致,采样频率对时延测量精度的影响较小;而当 SNR 较低时,随着采样频率的增加,时延测量精度明显减小。采样频率与时延测量精度的数学关系比较复杂,定量分析难度较大,本文仅做了仿真分析,没有从理论上进一步研究。

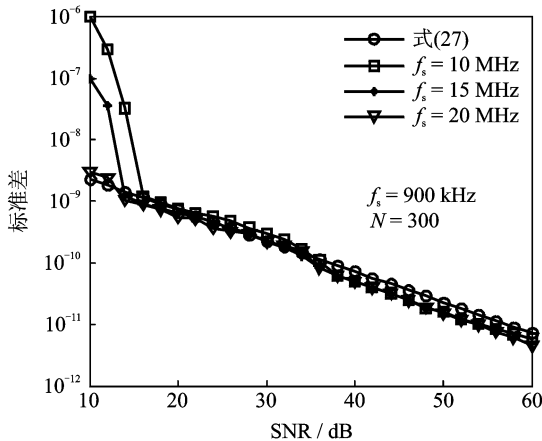


图 4 不同采样频率下时延测量精度与 SNR 的关系  
Fig. 4 Relation between time delay estimation accuracy and SNR at different sampling frequencies

由图 5 可知,仿真结果与式(27)基本一致,在相同信噪比条件下,过零点数目越多,时延测量精度越高。

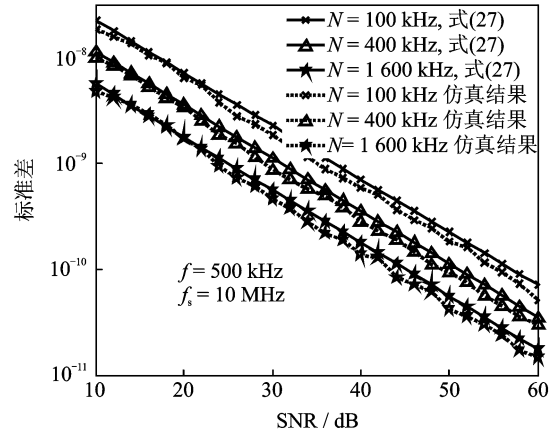


图 5 不同过零点数目下时延测量精度与信噪比的关系  
Fig. 5 Relation between time delay estimation accuracy and SNR at different numbers of ZC points

由图 6 可知,SNR 在 18~38 dB 范围内,过零点( $N=300$ )时延测量精度与 FFT 法( $M=300$ )相当;SNR 在 40~60 dB 范围内,过零点( $N=300$ )时延测量精度与 FFT 法( $M=1\ 000$ )相当。然而,过零点的计算量却比 FFT 法小很多,详见表 2。

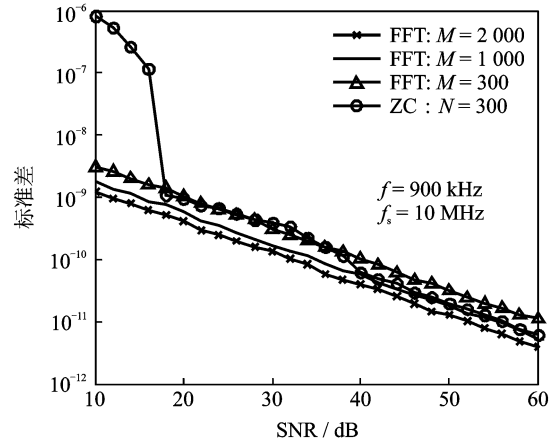


图 6 过零点与 FFT 法时延测量的比较  
Fig. 6 Comparison of time delay estimation accuracy between ZC and FFT

表 2 具体计算量分析

方法	计算量	
	实数加法/次	实数乘法/次
ZC( $N=300$ )	1 202	602
FFT( $M=300$ )	7 406	4 937
FFT( $M=1\ 000$ )	29 897	19 932
FFT( $M=2\ 000$ )	65 795	43 863

## 4 实 验

### 4.1 实验系统

实验系统的结构设计如图 7 所示。系统由换能器收发模块和综合信号处理模块组成。

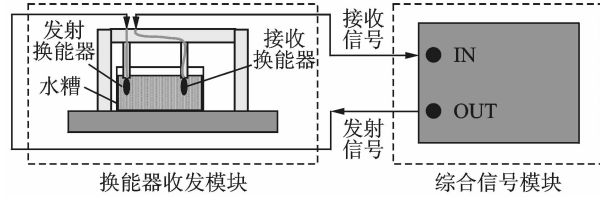


图 7 实验系统结构设计

Fig. 7 Structural design of experimental system

综合信号模块发射频率  $f = 900 \text{ kHz}$  的单频正弦信号, 电信号经发射换能器转换为声波, 声波经水槽传输后被接收换能器转换为电信号, 最终由综合信号模块采样得到接收信号。由于实验系统信号发射和信号采集保持时间同步, 因此被测时延量值就是声波在水槽中的传播时间。

### 4.2 实验结果

实验结果如图 8 所示。结果表明, 随着 SNR 的增大, 过零点时延测量精度不断提高, 当 SNR 超过 30 dB 时, 接近于 FFT 法的测量精度, 但是其计算量比 FFT 法小很多; 当 SNR 较低时, 过零点时延测量精度低于 FFT 法约一个量级, 因此低 SNR 条件下不宜采用过零点进行时延测量; 将实验结果图 8 和仿真结果图 6 进行比较, 过零点和 FFT 法的实验结果都明显比仿真结果差, 其产生原因可能是因为实际系统的噪声并不满足加性高斯白噪声条件; 而在低 SNR 时, 基于过零点的时延测量精度非常低则主要是因为采样频率太低所致。

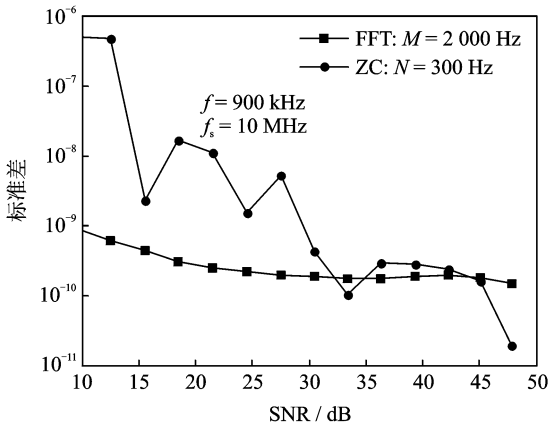


图 8 实验比较过零点和 FFT 法

Fig. 8 Comparison of experimental data between ZC and FFT

## 5 结束语

本文研究了一种基于过零点的时延测量方法。在建立过零点搜索模型的基础上, 由最小均方准则导出时延的求解表达式(12), 并推演得出高斯白噪声条件下时延测量均方误差的理论表达式(27)。仿真结果表明, 过零点时延测量精度与信号频率、过零点分析点数、SNR 密切相关, 它们之间满足理论表达式(27); 实验结果表明, 在 SNR 较高时, 过零点时延测量的测量精度与 FFT 法相当, 其优势是计算量比 FFT 法小很多。

### 参考文献:

- [1] Knight W, Pridham R, Kay S. Digital signal processing for sonar[J]. Proceedings of IEEE, 1981, 69(11): 1451-1506.
- [2] Quazi A H. An overview on the time delay estimate in active and passive systems for target localization [J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1981, 29(3): 527-533.
- [3] Carter G C. Time delay estimation[D]. USA: Connecticut, 1976.
- [4] Piersol A G. Time delay estimation using phase data [J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1981, 29(3): 471-477.
- [5] 张志勇, 高宝成. 一种分布式的声源定位系统[J]. 数据采集与处理, 2010, 25(S): 103-105.  
Zhang Zhiyong, Gao Baocheng. Distributed acoustic location system[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2010, 25(S): 103-105.
- [6] Knapp C H, Carter G C. The generalized correlation method for estimation of time delay[J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1976, 24(4): 320-327.
- [7] Mordechai Azaria, David Hertz. Time delay estimation by generalized cross correlation methods [J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1984, 32(2): 280-285.
- [8] 蒲诚, 张涛, 蔡磊. 超声流量测量相关测时信号处理 [J]. 数据采集与处理, 2011, 26(5): 559-563.  
Pu Cheng, Zhang Tao, Qi Lei. Signal processing in transit time ultrasonic flow measurement based on correlation[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2011, 26(5): 559-563.
- [9] Rife D, Boorstyn R. Single-tone parameter estima-

- tion from discrete-time servations[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1974, 20(5): 591-598.
- [10] Macleod M D. Fast nearly ML estimation of the parameters of real or complex single tones or resolved multiple tones[J]. IEEE Transactions on Signal processing, 1998, 46(1): 141-147.
- [11] Brown III D R, Liao Yizheng, Fox N. Low-complexity real-time single-tone phase and frequency estimation [C]//IEEE Military Communication. New York: IEEE, 2010.
- [12] Chen Jian, Zhao Shen, Qiao Chunjie. Acoustic velocity measurement in seawater based on phase difference of signal[C]// Proceedings of 10th International conference on Electronic Measurement and Instruments. Beijing, China: IEEE Press, 2011: 181-184.
- [13] 练锴,冯振明,陆明泉. 过零点检测法改进[J]. 电子测量技术, 2006, 29(1): 39-40.
- Lian Kai, Feng Zhenming, Lu Mingquan. Modified zero crossing detection[J]. Electronic Measurement Technology, 2006, 29(1): 39-40.
- [14] 刘镇清. 一种改进的脉冲回波测量方法[J]. 实验技术与管理, 1992, 9(2): 29-32.
- Liu Zhenqing. A modified method of velocity measurement based on pulse-echo [J]. Experimental Technology and Management, 1992, 9(2): 29-32.
- [15] Hsue S -Z, Soliman Samir S. Automatic modulation classification using zero crossing[J]. Proceedings of IEEE, 1990, 127(6): 459-464.
- [16] Callaghan T G, Perry J L, Tjho J K. Sampling and algorithms aid modulation recognition [J]. Microwaves and RF, 1985, 24(9): 117-121.
- [17] Chu D. Phase digitizing sharpens timing measurements[J]. IEEE Spectrum, 1988, 25(7): 28-32.
- [18] Friedman V. A zero crossing algorithm for the estimation of the frequency of a single sinusoid in white noise[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(6): 1565-1569.

**作者简介:**赵慎(1983-),男,博士研究生,研究方向:非线性信号处理、精确时延测量, E-mail: zhaoshen\_nudt@163.com; 周超(1988-),男,博士研究生,研究方向:水声测量信号分析与处理; 乔纯捷(1975-),男,副教授,研究方向:水声信号处理、海水声速的精密测量。