

文章编号:1004-9037(2014)02-0191-07

# 基于抽头稀疏化的最小二乘频率不变波束形成器设计

陈华伟<sup>1,2</sup> 王天南<sup>1</sup> 张 峰<sup>1</sup> 何赛娟<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学电子信息工程学院, 南京, 210016; 2. 南京大学近代声学教育部重点实验室, 南京, 210093)

**摘要:** 频率不变波束形成器(Frequency-invariant beamformer, FIB)在宽带声信号的无失真采集和处理中具有重要应用。基于空间响应变化函数的最小二乘方法是近年来FIB设计中的代表性方法,本文研究表明该方法的性能受频率不变波束形成(Finite impulse response, FIR)滤波器抽头长度的影响,增大抽头的长度可有效提高FIB设计的性能。但随滤波器抽头长度的增大,波束形成器的实现复杂度亦变大。针对这一问题,本文提出了一种基于FIR滤波器抽头稀疏化的最小二乘FIB设计方法,利用信号稀疏表示理论中的迭代加权 $l_1$ 范数优化实现了低复杂度最小二乘FIB设计,并通过设计实例验证了所提方法的有效性。

**关键词:** 频率不变波束形成; 抽头稀疏化;  $l_1$  范数优化; 最小二乘

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

## Least Square Approach to Design of Frequency Invariant Beamformers with Sparse Tap Coefficients

Chen Huarwei<sup>1,2</sup>, Wang Tiannan<sup>1</sup>, Zhang Feng<sup>1</sup>, He Saijuan<sup>1</sup>

(1. College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. Key Laboratory of Modern Acoustics of MOE, Nanjing University, Nanjing, 210093, China)

**Abstract:** The frequency invariant beamformer (FIB) is of great interest in practice for distortionless broadband audio signal acquisition and processing. One of the representative approaches recently proposed for FIB design is the least squares method based on the spatial response variation (LS-SRV). It is noted that the performance of the LS-SRV is dependent on the tap length of finite impulse response (FIR). By increasing the FIR tap length, the FIB performance can be effectively improved. However, this is at the cost of greater implementation complexity. To combat this problem, an improved design scheme with sparse FIR tap coefficients is proposed. The proposed approach is based on the iterative reweighted minimization from signal sparse representation. The efficacy of the proposed approach is evaluated by design examples.

**Key words:** frequency invariant beamformers; sparse tap coefficients;  $l_1$ -minimization; least squares

## 引 言

波束形成技术是阵列信号处理研究中的一个重要方向,已广泛应用于雷达、声呐、生物医学工程、以及音频和语音信号处理等领域<sup>[1]</sup>。依据所处

理信号的频带宽度不同,波束形成器可分为窄带和宽带波束形成器两大类。对于音频和语音信号的采集和处理,常采用宽带波束形成器<sup>[2]</sup>。经典的宽带波束形成器采用的是延迟求和结构,其缺点是波束形成器的主瓣宽度受频率影响,且随频率的增大,波束形成器的主瓣宽度变窄。由此带来的问题

**基金项目:** 国家自然科学基金(61001150)资助项目; 教育部留学回国人员科研启动基金资助项目; 中央高校基本科研业务费(NS2014041)资助项目。

**收稿日期:** 2013-11-27; **修订日期:** 2014-01-10

是,当声源的入射方向偏离波束形成器主瓣的中心时,波束形成器的输出信号将被低通滤波,从而引起声信号的失真。为了克服这一问题,需要设计频率不变波束形成器(Frequency-invariant beamformer, FIB),也即要求波束形成器保持主瓣的宽度不随频率变化。目前,人们已提出了许多 FIB 设计方法<sup>[3-5]</sup>,这些方法往往需要预先指定期望空间响应,然后通过优化技术进行波束形成器设计。由于传统 FIB 设计方法需选定期望空间响应,当期望响应不同时,设计出的 FIB 性能往往不同,而如何选择期望响应,以使得设计出的 FIB 具有最优的频率不变性是一个难题。针对这一问题,近年来人们提出了一种新的设计思路,即基于空间响应变化函数(Spatial response variance, SRV)的 FIB 设计方法<sup>[6-9]</sup>。其中的代表性方法是基于最小二乘的 FIB 设计方法<sup>[8-10]</sup>,该方法的优点是具有闭式解,不存在收敛问题,计算复杂度低。

本文对基于最小二乘的 FIB 设计方法的性能进行了研究,结果表明该方法的性能与所采用的 FIR 滤波器的抽头长度有关,当抽头长度增大时,可以有效提高波束形成器的性能。但随着抽头数的增大,波束形成器结构的复杂度变大,在实际应用中将增大硬件资源的开销,因此设计低实现复杂度的 FIB 具有重要的研究意义。本文提出了一种基于抽头稀疏化的低实现复杂度最小二乘 FIB 设计方法,该方法基于近年来信号稀疏表示的理论,采用迭代加权  $l_1$  范数优化技术对最小二乘 FIB 抽头系数进行稀疏化。研究表明,与现有的最小二乘 FIB 设计方法相比,本文提出的方法在保持良好频率不变性能的同时,实现了波束形成器抽头系数的稀疏化设计,有效降低了系统的实现复杂度。

## 1 阵列数学模型

考虑由  $J$  个相同全向性麦克风组成的线阵(不失一般性,本文方法可适用于任意结构的阵列),阵列工作在远场条件,定义声源入射方向与线阵之间的夹角为  $\theta$ ,如图 1 所示。则基于滤波求和结构的波束形成器的响应可表示为

$$P(f, \theta) = \mathbf{w}^T \mathbf{g}(f, \theta) \quad (1)$$

式中

$$\mathbf{g}(f, \theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi f/f_s} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi(M-1)f/f_s} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} e^{-j2\pi f/\tau_0} \\ e^{-j2\pi f/\tau_1} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi f/\tau_{J-1}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

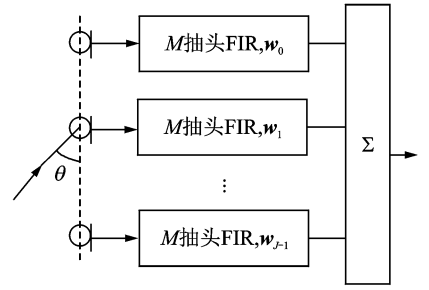


图 1 宽带麦克风阵列波束形成器结构

Fig. 1 Broadband beamformer configuration

式中:  $(\cdot)^T$  表示矩阵转置;  $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_0^T, \mathbf{w}_1^T, \dots, \mathbf{w}_{J-1}^T]^T \in \mathbf{R}^{MJ \times 1}$  为波束形成器的权向量;  $\mathbf{w}_m$  ( $m = 0, \dots, J-1$ ) 为第  $m$  个麦克风所接的 FIR 滤波器的抽头权系数向量;  $\otimes$  表示矩阵的 Kronecker 积;  $f_s$  表示信号采样频率;  $\tau_m = d_m \cos\theta/c$  为第  $m$  个麦克风与参考点之间的时间延迟(这里选择阵列的几何中心为参考点);  $d_m$  表示第  $m$  个麦克风与参考点之间的距离;  $c$  表示空气中的声速。

## 2 基于最小二乘的 FIB 设计及其存在的问题

### 2.1 基于最小二乘的 FIB 设计方法

基于空间响应变化函数的思想,近年来文献[8,9]提出了基于最小二乘准则的 FIB 设计方法,其优点是具有闭式解,并且适用于任意阵列结构。为下文分析方便,这里对该方法的基本原理作简要介绍。

基于最小二乘准则的 FIB 设计方法的代价函数定义为

$$J_{\text{cls}}(\mathbf{w}) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} |P(f_n, \theta_k) - P(f_r, \theta_k)|^2 + \beta \sum_{\theta_k \in \Theta_s} |P(f_r, \theta_k)|^2 = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} |\mathbf{w}^T \mathbf{g}(f_n, \theta_k) - \mathbf{w}^T \mathbf{g}(f_r, \theta_k)|^2 + \beta \sum_{\theta_k \in \Theta_s} |\mathbf{w}^T \mathbf{g}(f_r, \theta_k)|^2 \quad (3)$$

式中:  $\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} |P(f_n, \theta_k) - P(f_r, \theta_k)|^2$  为空间响应变化函数,该函数表征了波束形成器的空间响应随信号频率的变化程度;  $f_r$  表示参考频率;  $N$  和  $K$  分别表示频率和角度离散点数;  $\beta$  为调节波束形成器频率不变特性与阻带  $\Theta_s$  内电平  $\sum_{\theta_k \in \Theta_s} |P(f_r, \theta_k)|^2$  的权衡量。

基于以上代价函数,最小二乘 FIB 的优化设

计问题可表示为

$$\min_w J_{cls}(\mathbf{w}) \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{w}^T \mathbf{g}(f_r, \theta_r) = 1 \quad (4)$$

这里增加的约束条件是为了避免平凡解的出现。

采用矩阵形式表示,式(4)可进一步写成

$$\min_w \mathbf{w}^T \text{Re}\{\mathbf{Q}_{cls}\} \mathbf{w} \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{C}^T \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (5)$$

$$\mathbf{Q}_{cls} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} [\mathbf{g}(f_n, \theta_k) - \mathbf{g}(f_r, \theta_k)] [\mathbf{g}(f_n, \theta_k) - \mathbf{g}(f_r, \theta_k)]^H + \beta \sum_{\theta_k \in \Theta_s} [\mathbf{g}(f_r, \theta_k)] [\mathbf{g}(f_r, \theta_k)]^H \quad (6)$$

$$\mathbf{C} = [\text{Re}\{\mathbf{g}(f_r, \theta_r)\}, \text{Im}\{\mathbf{g}(f_r, \theta_r)\}]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{f} = [1, 0]^T \quad (8)$$

式中:  $\text{Re}\{\cdot\}$  和  $\text{Im}\{\cdot\}$  分别表示取实部和虚部;  $(\cdot)^H$  表示取共轭转置。

运用拉格朗日乘子方法,可得式(5)的解为

$$\mathbf{w} = (\text{Re}\{\mathbf{Q}_{cls}\})^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^T (\text{Re}\{\mathbf{Q}_{cls}\})^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (9)$$

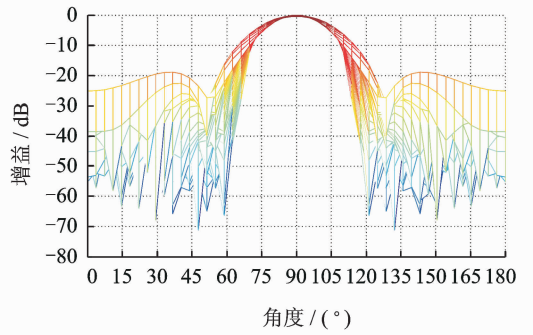
## 2.2 最小二乘 FIB 设计方法存在的问题

为便于下文分析,这里对最小二乘 FIB 设计方法的性能进行分析,进而指出其存在的问题。考虑由 10 个麦克风组成的均匀线列阵,相邻阵元间距为 4.25 cm,波束形成器的工作频率范围设定为  $[0, 2\pi, 0.9\pi]$ ,参考频率设为  $\Omega_r = 0.4\pi$ ,通带范围为  $[75^\circ, 105^\circ]$ ,阻带范围为  $[0, 60^\circ] \cup [120^\circ, 180^\circ]$ ,波束指向为  $90^\circ$ 。为了定量评价波束形成器通带频率不变特性的优劣,本文引入通带波束响应的平均波动误差和最大波动误差作为比较的标准。当滤波器的抽头数  $M$  从 10 到 50 之间变化时,最小二乘 FIB 波束形成器的通带平均波动误差、最大波动误差,以及阻带最高电平的分析结果如表 1 所示。

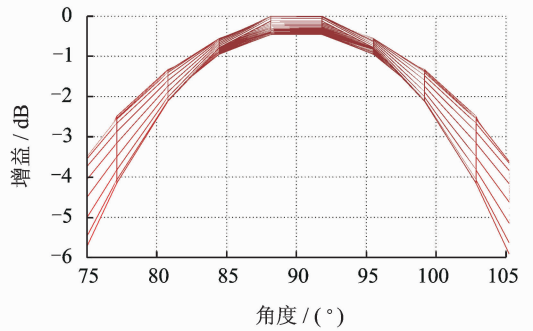
表 1 滤波器的抽头数对最小二乘 FIB 性能的影响

Table 1 Effect of the length of FIR taps on the performance of LS FIB

抽头数 $M$	平均波动 误差/dB	最大波动 误差/dB	阻带最高 电平/dB
10	4.229 8	7.277 3	-12.167 6
15	0.879 8	1.440 9	-14.814 8
20	0.709 2	1.503 2	-14.884 0
25	0.909 8	2.2199	-14.896 1
30	0.670 8	1.1735	-15.001 9
35	0.528 3	0.810 1	-15.004 7
40	0.492 0	0.759 3	-15.007 9
45	0.465 7	0.714 9	-15.008 3
50	0.456 4	0.675 5	-15.009 7



(a) 正视图  
(a) Front view



(b) 通带放大图  
(b) Zoom-in view of passband

图 2 滤波器抽头数  $M=25$  时的最小二乘 FIB 波束图  
Fig. 2 Beampattern of LS FIB with tap length  $M=25$

由表 1 可以看出,随着滤波器抽头数的增大,最小二乘 FIB 波束形成器的阻带最高电平逐渐变低,并且通带内的平均波动误差和最大波动误差均呈现下降的趋势,通带的频率不变特性得到进一步改善。为了便于比较说明,图 2 和图 3 分别给出了滤波器抽头数为  $M=25$  和 45 时的最小二乘 FIB 波束形成器的空间响应波束图。图中,为了便于观察通带响应的频率不变特性,给出了通带的放大图。当滤波器抽头数为 25 时,通带的最大波动误差超过了 2 dB。相比较,当滤波器抽头数增大到 45 时,通带的最大波动误差仅为 0.7 dB。以上分析表明,通过增大滤波器的抽头长度可以有效提高最小二乘 FIB 波束形成器设计的性能。但是,在实际应用中,增大滤波器抽头长度将使得波束形成器实现的复杂度变大。为解决这一问题,下文将借助信号稀疏表示思想,提出一种基于滤波器抽头系数稀疏化的最小二乘 FIB 波束形成器设计方法。

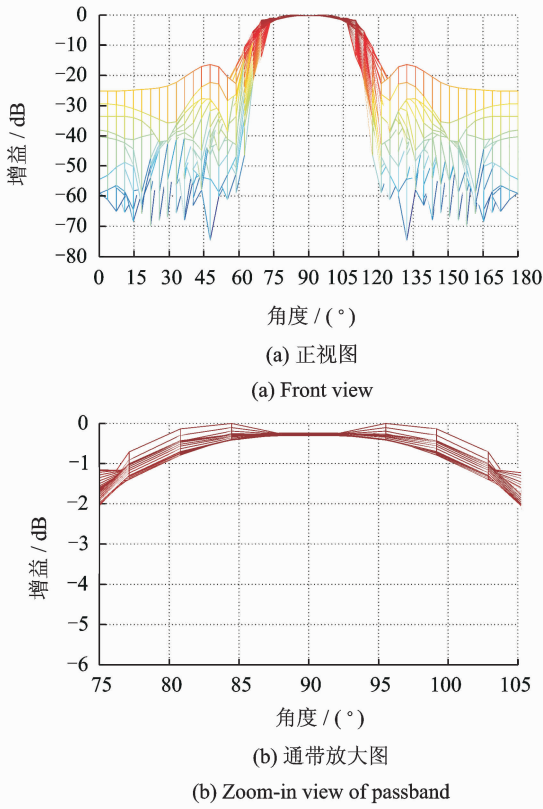


图 3 滤波器抽头数  $M=45$  时的最小二乘 FIB 波束图  
Fig. 3 Beampattern of the LS FIB with tap length  $M=45$

### 3 基于抽头稀疏化的最小二乘 FIB 设计

根据信号稀疏表示的思想,基于抽头稀疏化的最小二乘 FIB 设计是通过原优化问题(4)施加稀疏性约束而实现,即可表述为以下问题

$$\min_{\mathbf{w}} J_{\text{cls}}(\mathbf{w}) + \|\mathbf{w}\|_0 \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{w}^T \mathbf{g}(f_r, \theta_r) = 1 \quad (10)$$

式中  $\|\cdot\|_0$  为  $l_0$  范数,表示向量中非零元素的个数。含有  $l_0$  范数的优化问题(10)属于典型的 NP-hard 问题,求其最优解较困难,目前尚没有高效的求解方法。为了求解该优化问题,通常将其转化为  $l_1$  范数的近似形式

$$\min_{\mathbf{w}} J_{\text{cls}}(\mathbf{w}) + \|\mathbf{w}\|_1 \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{w}^T \mathbf{g}(f_r, \theta_r) = 1 \quad (11)$$

式中  $\|\cdot\|_1$  为  $l_1$  范数,表示向量中所有元素的绝对值之和。值得注意的是,式(11)为凸优化问题,具有高效的求解方法,如内点法<sup>[11]</sup>。同时,Donoho 也已指出,当满足一定条件时, $l_1$  范数最小化与  $l_0$  范数最小化具有相同的稀疏解<sup>[12]</sup>。

需要指出的是,当波束形成器权向量  $\mathbf{w}$  中的元素大小分布不均时,用式(11)中的  $l_1$  范数代替

式(10)中的  $l_0$  范数会使得波束形成器权向量中的大系数对结果的影响较大。因此,为了均衡所有系数对最终优化结果的影响,本文采用稀疏表示理论中的迭代加权  $l_1$  范数优化方法<sup>[13]</sup>。即在第  $l$  次迭代的过程中,将一个加权矩阵  $\mathbf{D}^{(l)}$  施加到  $l_1$  范数中,使其对  $\mathbf{w}$  中的大系数作较大的惩罚。

具体来讲,基于迭代加权  $l_1$  范数优化的最小二乘 FIB 的设计方法分为两步。

(1) 利用迭代加权  $l_1$  范数优化算法找到最优的零抽头系数的位置集合  $\mathbf{S}$ ,即求解有约束优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & J_{\text{cls}}(\mathbf{w}) + \mu \|\mathbf{D}^{(l)} \mathbf{w}\|_1 \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{w}^T \mathbf{g}(f_r, \theta_r) = 1 \\ & w_i = 0, \forall i \in \mathbf{S}^{(l)} \end{aligned} \quad (12)$$

式中  $\mu$  为用于控制稀疏程度的系数; $\mathbf{D}^{(l)}$  为对角矩阵  $\text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ ,它是由前一次的稀疏结果  $\mathbf{w}^{(l-1)}$  得到的,即

$$d_i^{(l)} = \frac{1}{w_i^{(l-1)} + \epsilon} \quad (13)$$

式中  $\epsilon > 0$  为较小的修正参数,其目的是为了避免出现  $w_i^{(l-1)} = 0$  的情况。 $\mathbf{S}^{(l)}$  为第  $l$  次迭代时抽头系数应置零的位置集合,在第  $l-1$  次优化时,如某一抽头系数的绝对值小于预设的门限值  $\epsilon_T$ ,则在  $\mathbf{S}^{(l)}$  中记录下该抽头所在的位置。初始化时,  $\mathbf{D}^{(0)}$  为单位矩阵,  $\mathbf{S}^{(0)}$  为空集  $\phi$ 。

(2) 求解以下有约束的优化问题。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^T \text{Re}\{\mathbf{Q}_{\text{cls}}\} \mathbf{w} \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{C}^T \mathbf{w} = \mathbf{f} \\ & w_i = 0, \forall i \in \mathbf{S}^{(l)} \end{aligned} \quad (14)$$

当达到最大迭代次数时,式(14)的解即为最终的波束形成器权向量的稀疏解。

综上,基于迭代加权  $l_1$  范数优化的最小二乘 FIB 波束形成器设计的步骤如下:

(1) 参数设置:

$\mu > 0, 0 < \epsilon \ll 1, 0 < \epsilon_T \ll 1$ , 最大迭代次数  $L$ 。

(2) 迭代更新过程:

①  $l = 1, \mathbf{S}^{(0)} = \phi, \mathbf{D}^{(0)}$  为单位矩阵,求解式(12),得到  $\mathbf{w}^{(0)}$ ;

② 更新零值抽头系数集合  $\mathbf{S}^{(l)} = \{i, |w_i^{(l-1)}| \leq \epsilon_T\}$ ;

③ 根据式(13),计算  $\mathbf{D}^{(l)}$ ;

④ 将  $\mathbf{D}^{(l)}$  代入式(12)并求解,得到  $\mathbf{w}^{(l)}$ ;

⑤ 令  $l = l + 1$ ,重复②~④,直到达到最大迭代次数  $l = L$  为止。

(3) 将  $l = L$  时迭代得到的  $\mathbf{S}^{(L)}$  代入式(14)求

解,得到波束形成器权向量。

### 4 仿真结果与性能比较

采用上面 2.2 节的阵列模型和仿真条件,所采用的参数设置为  $L=3, \mu=0.002, \epsilon=10^{-6}, \epsilon_T=10^{-7}$ 。

#### 4.1 滤波器抽头数 $M=40$ 时的稀疏化设计

图 4 给出了由 400 个抽头 ( $MJ=400$ ) 经过本文方法稀疏后得到的波束图,其中稀疏后波束形成器抽头权值为零的总数为 202,而非零的抽头权值总数为 198,即稀疏程度达到了 50.5%。为了评价稀疏设计的性能,本文将该设计结果与  $M=20$  ( $MJ=200$ )、 $M=19$  ( $MJ=190$ ) 时的非稀疏设计的波束形成器性能作比较(为了便于描述,本文将 2.1 节介绍的最小二乘 FIB 设计方法称为非稀疏设计)。注意到,两波束形成器对应的非零权值的总数相当,即两者的实现复杂度相当。图 5 给出了  $M=20$  时的非稀疏设计的波束形成器的波束图。为了便于比较,表 2 还给出了两种波束形成器的性能指标。

由仿真结果可以看出,稀疏化设计的波束形成

器的波束响应不仅阻带最高电平低,而且通带波动的平均误差和最大误差也分别降低了 0.17 dB 和 0.67 dB,即稀疏化设计的性能要优于非稀疏设计。与  $M=19$  时的非稀疏设计的波束形成器结果相比,也可以得到同样的结论。

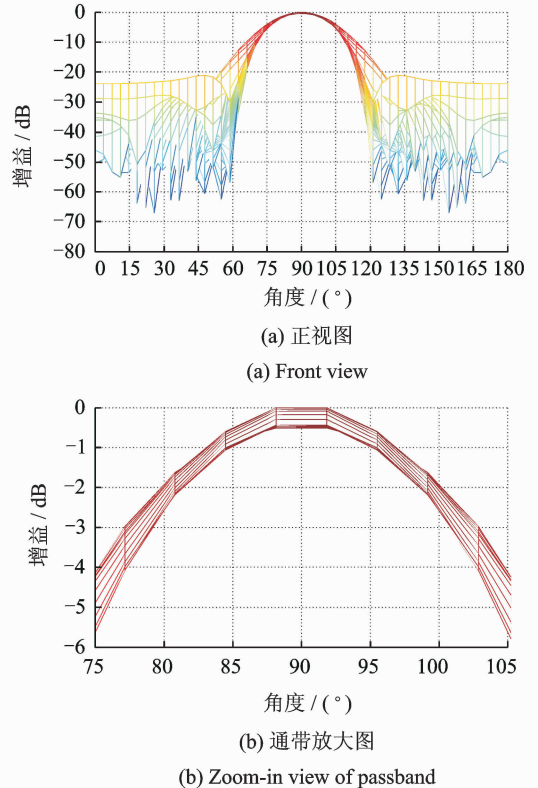


图 5  $M=20$  时的非稀疏最小二乘 FIB 波束图  
Fig. 5 Beampattern of the nonsparse LS FIB with  $M=20$

表 2  $M=40, 20, 19$  时两种波束形成器的性能比较  
Table 2 Performance comparison of the two kinds of beamformer with  $M=40, 20, 19$  dB

设计方法	平均波动 误差	最大波动 误差	阻带最高 电平
$M=40$ 稀疏化设计	0.533 6	0.828 6	-15.019 6
$M=20$ 非稀疏设计	0.707 7	1.495 5	-14.985 5
$M=19$ 非稀疏设计	0.678 5	1.333 7	-14.963 8

#### 4.2 滤波器抽头数 $M=50$ 时的稀疏化设计

当滤波器抽头数  $M=50$  时,由稀疏化设计得到的最小二乘 FIB 波束图如图 6 所示。其中,稀疏后的波束形成器的零权值抽头的总数为 278,非零的抽头权值总数为 222,即稀疏程度为 55.6%。在

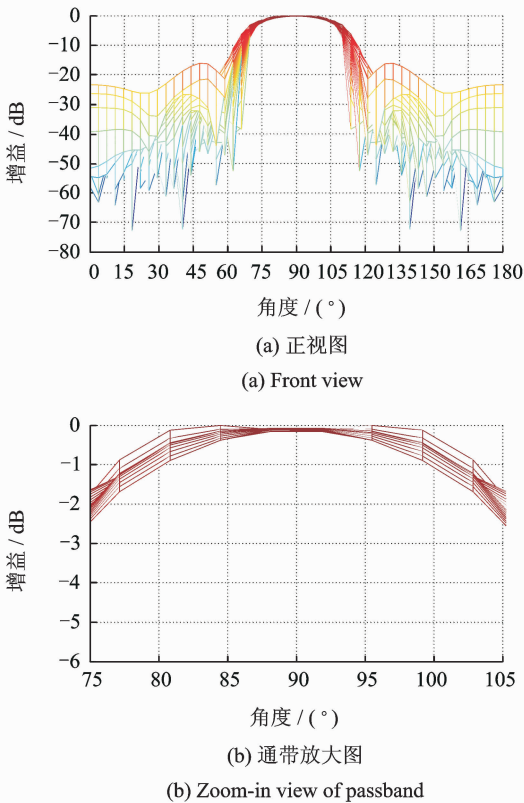
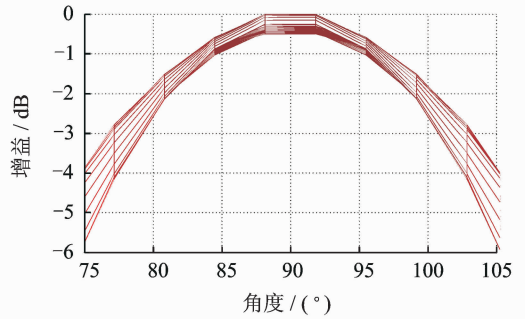


图 4  $M=40$  时的稀疏化设计的最小二乘 FIB 波束图  
Fig. 4 Beampattern of the sparse LS FIB with  $M=40$

实现复杂度相当条件下,其对应于非稀疏设计时的  $M=22(MJ=220)$  或  $M=23(MJ=230)$  两种情况。图 7 给出了  $M=22$  时的非稀疏化最小二乘 FIB 的波束图。稀疏化设计与非稀疏化设计的波束形成器性能指标的对比见表 3。

仿真结果表明,稀疏化设计的波束形成器在阻带电平较低条件下,仍然具有更小的通带波动误差,通带波动的平均误差和最大误差比  $M=22$  时的非稀疏化设计分别降低了约 0.29 dB 和 1.08 dB。与  $M=23$  时的非稀疏化设计结果相比,也可以得出同样的结论,即通过抽头稀疏化设计,可以有效提高最小二乘 FIB 设计的性能。

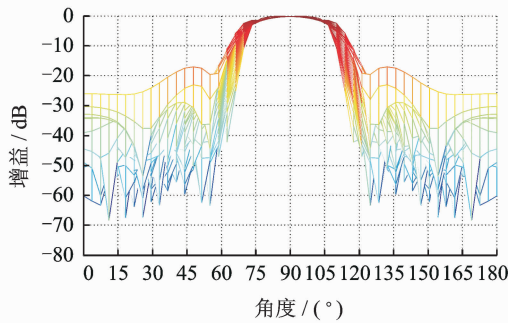


(b) 通带放大图

(b) Zoom-in view of passband

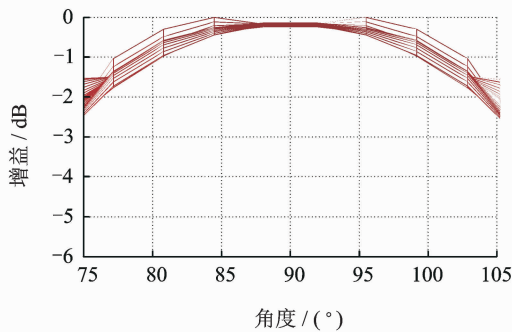
图 7  $M=22$  时的非稀疏最小二乘 FIB 波束图Fig. 7 Beampattern of the nonsparse LS FIB with  $M=22$ 表 3  $M=50, 22, 23$  时两种波束形成器的性能比较Table 3 Performance comparison of two kinds of beamformer with  $M=50, 22, 23$ 

设计方法	平均波动误差	最大波动误差	阻带最高电平
$M=50$ 稀疏化设计	0.512 2	0.814 0	-14.819 0
$M=22$ 非稀疏化设计	0.806 7	1.898 4	-14.812 8
$M=23$ 非稀疏化设计	0.837 2	2.029 0	-14.761 6



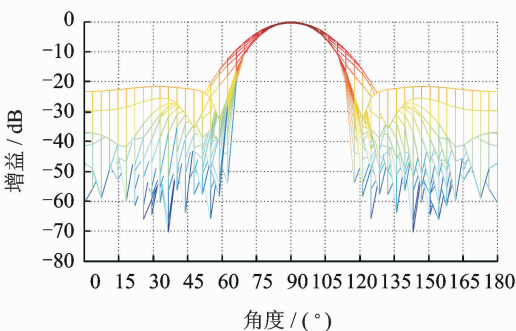
(a) 正视图

(a) Front view



(b) 通带放大图

(b) Zoom-in view of passband

图 6  $M=50$  时的稀疏化设计的最小二乘 FIB 波束图Fig. 6 Beampattern of the sparse LS FIB with  $M=50$ 

(a) 正视图

(a) Front view

## 5 结束语

本文研究了基于空间响应变化函数最优化的最小二乘 FIB 设计方法,指出了该方法的性能与波束形成器的抽头长度有关。研究表明,增大滤波器的抽头长度可以显著提高 FIB 设计的性能,但其代价是系统的实现复杂度也随之增大。为了解决这一问题,基于信号稀疏表示理论中的加权  $l_1$  范数优化技术,本文提出了一种基于抽头稀疏化的最小二乘 FIB 设计方法。仿真结果表明,与相同实现复杂度的非稀疏设计方法相比,本文的稀疏化设计方法具有更优越的性能。

### 参考文献:

- [1] Van Veen B D, Buckley K M. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering [J]. IEEE ASSP Magazine, 1988, 5(4): 4-24.
- [2] Benesty J, Chen J, Huang J. Microphone array signal processing [M]. Germany: Springer-Verlag, 2008.
- [3] Ward D B, Kennedy R A, Williamson R C. Theory

- and design of broadband sensor arrays with frequency invariant far-field beam patterns [J]. *J Acoust Soc Amer*, 1995, 97(2): 1023-1034.
- [4] Yan S F, Ma Y L. Design of FIR beamformer with frequency invariant patterns via jointly optimizing spatial and frequency responses [C]//*IEEE Int Conf Acoustics, Speech, Signal Processing*. Philadelphia, PA:IEEE, 2005: 789-792.
- [5] Zhao Y, Liu W, Langley R J. Efficient design of frequency invariant beamformers with sensor delay-lines [C]//*IEEE Workshop on Sensor Array and Multichannel Signal Processing*. Darmstadt, Germany: IEEE, 2008: 335-339.
- [6] Duan H, Ng B P, See C M, et al. Applications of the SRV constraint in broadband pattern synthesis [J]. *Signal Processing*, 2008, 88(4): 1035-1045.
- [7] Yan S, Ma Y, Hou C. Optimal array pattern synthesis for broadband arrays [J]. *J Acoust Soc Amer*, 2007, 122(5): 2686-2696.
- [8] Zhao Y, Liu W, Langley R. A least squares approach to the design of frequency invariant beamformers [C]//*The 17th European Signal Processing Conf*. Aalborg, North Denmark:[s. n.],2009: 844-848.
- [9] Zhao Y, Liu W, Langley R J. Application of the least squares approach to fixed beamformer design with frequency invariant constraints [J]. *IET Signal Processing*, 2011, 5(3): 281-291.
- [10] 李静, 陈华伟. 基于正则化约束最小二乘的稳健频率不变波束形成器设计方法[J]. *数据采集与处理*, 2012, 27(2): 202-209.
- Li Jing, Chen Huawei. Robust FIB design using regularized constrained least squares [J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2012, 27(2): 202-209.
- [11] Boyd S, Vandenberghe L. *Convex optimization* [M]. UK:Cambridge University Press, 2006.
- [12] Donoho D. For most large underdetermined systems of linear equations the minimal  $l_1$ -norm solution is also the sparsest solution [J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2006, 59(6): 797-829.
- [13] Candes E, Wakin M, Boyd S. Enhancing sparsity by reweighted  $l_1$  minimization [J]. *J Fourier Anal Appl*, 2008, 14(5/6): 877-905.

**作者简介:**陈华伟(1977-),男,教授,研究方向:音频与语音信号处理、阵列信号及统计信号处理,E-mail: hwchen@nuaa.edu.cn; 王天南(1990-),女,硕士研究生,研究方向:阵列信号及统计信号处理;张峰(1989-),男,硕士研究生,研究方向:音频与语音信号处理;何赛娟(1991-),女,硕士研究生,研究方向:音频与语音信号处理。