

文章编号:1004-9037(2014)01-0030-06

# 一种基于分析稀疏表示的图像重建算法

尹宝才 郭晓明 施云惠 丁文鹏

(北京工业大学城市交通学院,多媒体与智能软件技术北京市重点实验室,北京,100124)

**摘要:**TV-Wavelet-L1(TVWL1)模型因包含全变分(Total-variation,TV)和小波正则化约束,具有较强的图像重建能力。而传统求解TVWL1模型的算法往往忽略了综合/分析稀疏表示的方式。本文提出了一个新的求解TVWL1模型的图像重建算法,该算法把图像重建问题分解为几个子问题并交替求解,利用分析稀疏表示特性构建子问题的求解算法。实验结果表明,与已有算法相比,本文提出的算法可以提高重建图像主客观质量。

**关键词:**压缩感知;图像重建;贪心算法;TV-Wavelet-L1模型

**中图分类号:**TP391;TP37 **文献标识码:**A

## Image Reconstruction Algorithm Based on Analysis Sparse Representation

Yin Baocai, Guo Xiaoming, Shi Yunhui, Ding Wenpeng

(Beijing Key Laboratory of Multimedia and Intelligent Software Technology, College of Metropolitan Transportation, Beijing University of Technology, Beijing, 100124, China)

**Abstract:** TV-Wavelet-L1(TVWL1) model which consists of total-variation (TV) and wavelet regularization has great capability in image reconstruction. However, traditional algorithms solving the TVWL1 model for image reconstruction ignore the way of synthesis/analysis sparse representation. A new image reconstruction algorithm is thus proposed to solve TVWL1, where the original signal reconstruction problem is decomposed into multiple much simpler sub-problems which can be solved alternately. In addition, the analysis sparse representation is considered in a sub-problem. Experimental results demonstrate that the proposed algorithm can obviously improve both objective and subjective qualities of reconstruction images compared with the existing algorithms.

**Key words:** compressive sensing; image reconstruction; greedy analysis pursuit; TV-Wavelet-L1 model

## 引 言

目前研究表明,压缩感知理论可以在图像少量观测值下完成对该图像的重建<sup>[1-3]</sup>。通常,图像具有块结构特性并且可以在确定小波基下稀疏表示<sup>[4,5]</sup>。TV-Wavelet-L1(TVWL1)模型采用全变分正则化约束(Total-variation,TV)和小波L1范数正则化约束的组合稀疏表示方式,使得基于压缩感知理论的图像重建算法精确度得到提高<sup>[6,7]</sup>。

对应于图像的分解和重建过程,图像的稀疏表示方法分为分析模型和综合模型。例如:综合的稀

疏表示方法是一个图像  $x \in \mathbf{R}^d$  可以描述为  $x = D\alpha$ , 这里  $D \in \mathbf{R}^{d \times n}$  是变换矩阵,  $\alpha$  是  $x$  的稀疏表示系数,  $\|\alpha\|_0 = k \ll n$ 。而分析稀疏表示方法是向量  $\Omega x$  可以被稀疏化,  $\Omega$  是一个线性算子, 相对稀疏性可以定义为向量  $\Omega x$  的零元素的数量。

当综合模型被广泛学习研究时,分析模型的稀疏表示方法却很少被关注<sup>[8]</sup>。但是,最近几年,分析稀疏表示方法得到了人们的广泛关注。基于TVWL1模型,相较于分析方式,综合稀疏表示方式的TV正则化约束更为复杂并且求解过程更加困难。所以,通常应用基于分析稀疏表示方式的TVWL1模型<sup>[9]</sup>来进行图像重建工作,该模型如下

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_x \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{R}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2 + \alpha \|\mathbf{x}\|_{\text{TV}} + \beta \|\Phi \mathbf{x}\|_1 \right\} \quad (1)$$

式中:  $\alpha$  和  $\beta$  是两个正数,  $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^{m \times 1}$  是  $K$  空间数据的观测值,  $\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{m \times n}$  是部分傅里叶变换,  $\Phi$  是小波变换. TV 范数被定义为  $\|\mathbf{x}\|_{\text{TV}} = \sum_{ij} \sqrt{(\nabla_1 x_{ij})^2 + (\nabla_2 x_{ij})^2}$ , 这里  $\nabla_1$  和  $\nabla_2$  分别表示在第一和第二坐标轴上的前向有限差分算子.

对于简单正则化约束, 例如单独的 TV 或 L1 范数约束, 迭代收缩阈值算法 (Iterative shrinkage-thresholding algorithm, ISTA) 和快速迭代收缩阈值算法都可以进行高效的图像重建<sup>[10]</sup>. 但是它们不适用于 TV 和 L1 范数组合的正则化约束. 并且, TV 和 L1 范数是不平滑的, 它使得求解问题 (1) 变得更加困难.

目前, 一些算法<sup>[11,12]</sup> 已经应用到求解 TVWL1 模型. 组合分裂算法 (Composite splitting algorithm, CSA) 和快速组合分裂算法 (Fast composite splitting algorithm, FCSA)<sup>[9]</sup> 是两个高效的求解问题 (1) 的算法, 它们应用于图像重建, 并且有着出色的图像重建质量. 这两个算法都是把原问题分解为两个子问题: L1 正则化约束和 TV 正则化约束. 然后, 采用已有技术分别求解这两个子问题来完成图像重建. 然而, 在少量观测值的情况下, 这两个算法不能够完成对 MR 图像的高质量重建.

本文提出了一种新的求解 TVWL1 模型的图像重建算法, 该算法将问题 (1) 分解为几个子问题, 并利用分析稀疏表示特性构建子问题的求解算法, 再通过组合子问题的解来获得重建图像. 实验结果表明, 与现有的一些算法相比, 本文提出的新算法可以显著提高重建图像的主客观质量.

## 1 TVWL1 模型求解算法

### 1.1 近似梯度算法

给出一个连续的凸函数  $g(\mathbf{x})$  和任意标量  $\rho > 0$ , 凸函数  $g$  的 prox 算子定义如下<sup>[10,13]</sup>

$$\text{prox}_\rho(g)(\mathbf{x}) = \arg \min_u \left\{ g(\mathbf{u}) + \frac{1}{2\rho} \|\mathbf{u} - \mathbf{x}\|^2 \right\} \quad (2)$$

无约束优化可以分为两部分

$$\min_x \{g(\mathbf{x}) + f(\mathbf{x})\} \quad (3)$$

式 (3) 中  $f(\mathbf{x})$  是平滑的凸函数,  $g(\mathbf{x})$  是包含 prox 算子的凸函数. 近似梯度算法定义如下

$$\mathbf{x}^k = \text{prox}_\rho(g)(\mathbf{x}^{k-1} - \rho \nabla f(\mathbf{x}^{k-1})) \quad (4)$$

$\nabla$  表示梯度算子,  $k$  是迭代步长.

### 1.2 组合分裂算法

可用于求解问题 (1) 的 CSA 算法<sup>[9]</sup> 是一种基

于变量和算子分裂技术的方法. 它把组合正则化问题 (1) 分解为两个子问题: (1) 把变量  $\mathbf{x}$  分解为两个变量  $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1,2}$ ; (2) 对  $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1,2}$  独立执行算子分裂求解; (3) 获得由  $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1,2}$  线性组合而成的重建结果  $\mathbf{x}$ . FCSA 是 CSA 加入加速过程的改进算法. 算法 1 给出了用于 MR 图像重建的 FCSA/CSA.

#### 算法 1 快速组合分裂算法

Input:  $\rho=1/L, \alpha, \beta, \mathbf{x}^0=r^1, t^1=1$

(1) for  $k=1$  to  $K$  do

(2)  $\mathbf{x}_g = r^k - \rho \nabla f(r^k)$

(3)  $\mathbf{x}_1 = \text{prox}_\rho(2\alpha \|\mathbf{x}\|_{\text{TV}})(\mathbf{x}_g)$

(4)  $\mathbf{x}_2 = \text{prox}_\rho(2\beta \|\Phi \mathbf{x}\|_1)(\mathbf{x}_g)$

(5)  $\mathbf{x}^k = (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) / 2$

(6)  $\mathbf{x}^k = \text{project}(\mathbf{x}^k, [l, u])$

(7)  $t^{k+1} = (1 + \sqrt{1 + 4(t^k)^2}) / 2$

(8)  $r^{k+1} = \mathbf{x}^k + ((t^k - 1) / t^{k+1})(\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^{k-1})$

(9) end for

(用  $r^{k+1} = \mathbf{x}^k$  替换步骤 (6) 和 (7) 为 CSA)

为了更加高效地求解问题 (1), 关键是如何应用相对稀疏度限制去改善图像的重建质量.

## 2 基于分析稀疏表示方法的图像重建算法

在学习求解问题 (1) 之前, 首先回顾一下分析稀疏表示模型中的贪心分析追踪算法<sup>[14]</sup>.

### 2.1 贪心分析追踪算法

GAP 算法是求解下面分析模型的 L1 最小化问题

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_x \|\Phi \mathbf{x}\|_1 \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (5)$$

式中  $\mathbf{x}$  采用分析稀疏表示方式. GAP 的核心思想是找到  $\Phi \mathbf{x}$  的零元素的位置, 并且从  $\Phi$  中移除与  $\Phi \mathbf{x}$  非零元素对应的行, 用  $\Phi$  的子集去执行迭代计算. 算法 2 给出了 GAP 算法的详细描述.

#### 算法 2 贪心分析追踪算法

Input:  $\mathbf{R}, \Phi, \mathbf{b}, t \in (0, 1]$

(1)  $k=0, \hat{\Lambda}_k = \{1, 2, 3, \dots, p\}$

(2)  $\hat{\mathbf{x}}_k = \arg \min_x \|\Phi_{\hat{\Lambda}_k} \mathbf{x}\|_2 \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{b}$

(3) for  $k=1$  to  $K$  do

(4)  $\alpha = \hat{\Phi}_{k-1}$

(5)  $\Gamma_k = \{i: |\alpha_i| \geq t \max_j |\alpha_j|\}$

(6)  $\hat{\Lambda}_k = \hat{\Lambda}_{k-1} \setminus \Gamma_k$

(7)  $\hat{\mathbf{x}}_k = \arg \min_x \|\Phi_{\hat{\Lambda}_k} \mathbf{x}\|_2 \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{b} = \mathbf{R}\mathbf{x}$

(8) end for

在 GAP 算法中,  $\hat{\Lambda}$  是  $\Phi \mathbf{x}$  零元素所在位置的集

合,  $t$  是选择参数,  $\alpha_i$  是  $\alpha$  的第  $i$  项。

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_x \|\Phi \mathbf{x}\|_2^2 \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (6)$$

表达式(6)解析式为

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{R}^T \mathbf{R} + \Phi_{\hat{\Lambda}}^T \Phi_{\hat{\Lambda}})^{-1} \mathbf{R}^T \mathbf{b} \quad (7)$$

GAP 算法需要一个大的内存空间去存储大尺度矩阵并且在计算大尺度矩阵的逆矩阵时,有着很高运算复杂度,这样就很难实现大尺度图像的重建。

## 2.2 基于分析稀疏表示算法

本文提出的算法把图像重建问题分解为两个子问题:由近似梯度算法求解的 TV 正则化约束问题和由贪心分析追踪算法求解的 L1 正则化约束问题。这个算法被命名为基于分析稀疏表示算法(Analysis-sparse-based algorithm, ASBA)。图像重建算法框架如算法 3 所示。

### 算法 3 基于分析稀疏表示算法

Initialization

repeat until convergence

proximal gradient stage

$$x = \arg \min_x TV(x) \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

cosparse pursuit stage (CGGAP)

$$x = \arg \min_x \|\Phi \mathbf{x}\|_1 \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

end

ASBA 是一种迭代算法,它分为近似梯度求解和分析追踪求解两个过程。TV 正则化约束问题很容易通过类似于 CSA 的近似梯度算法求解。而本算法的核心部分是由分析追踪算法求解 L1 正则化约束问题,即求解问题(6)的过程。

实际上,问题(6)可以转换为下面的形式

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{R}^T \mathbf{b} \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{A} = \mathbf{R}^T \mathbf{R} + \Phi_{\hat{\Lambda}}^T \Phi_{\hat{\Lambda}}$ ,  $\mathbf{A}$  是正定对称矩阵。所以,式(7)可以通过共轭梯度算法(Conjugate gradient algorithm, CG)高效求解。于是,结合 CG 算法和 GAP 算法得到一个新的算法——基于共轭梯度的 GAP 算法(Conjugate-gradient-based GAP, CGGAP),它在算法 4 中详细给出。

### 算法 4 基于共轭梯度 GAP 算法

Input:  $\mathbf{R}, \Phi, \mathbf{b}, t \in (0, 1], n, K, x_0$

$$(1) \hat{\Lambda}_0 = \{1, 2, 3, \dots, p\}$$

$$(2) \mathbf{A}_0 = (\mathbf{R}^T \mathbf{R} + \Phi_{\hat{\Lambda}_0}^T \Phi_{\hat{\Lambda}_0})$$

$$(3) \hat{x}_0 = CG(\mathbf{R}, \mathbf{A}_0, \mathbf{b}, n, x_0)$$

$$(4) \text{for } k=1 \text{ to } K \text{ do}$$

$$(5) \alpha = \Phi \hat{x}_{k-1}$$

$$(6) \Gamma_k = \{i: |\alpha_i| \geq t \max |\alpha|\}$$

$$(7) \hat{\Lambda}_k = \hat{\Lambda}_{k-1} \setminus \Gamma_k$$

$$(8) \mathbf{A}_k = (\mathbf{R}^T \mathbf{R} + \Phi_{\hat{\Lambda}_k}^T \Phi_{\hat{\Lambda}_k})$$

$$(9) \hat{x}_k = CG(\mathbf{R}, \mathbf{A}_k, \mathbf{b}, n, x_{k-1})$$

(10) end for

算法 4 中,  $x_0$  是由近似梯度过程计算得到初始值;  $\hat{x}_k$  是重建图像;  $n$  是共轭梯度算法迭代次数;  $K$  是 GAP 算法迭代次数; 共轭梯度算法(CG)在算法 5 中给出; 其他参数在第一部分有详细描述。

### 算法 5 共轭梯度算法

Input:  $\mathbf{R}, \mathbf{A}, \mathbf{b}, n, x_0$

$$(1) \mathbf{r}_0 = \mathbf{R}^T \mathbf{b} - \mathbf{A}_0 x_0$$

$$(2) \mathbf{p}_0 = \mathbf{r}_0$$

$$(3) \text{for } j=0 \text{ to } n \text{ do}$$

$$(4) \alpha_j = \frac{\mathbf{r}_j^T \mathbf{r}_j}{\mathbf{p}_j^T \mathbf{A} \mathbf{p}_j}$$

$$(5) \mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{x}_j + \alpha_j \mathbf{p}_j$$

$$(6) \mathbf{r}_{j+1} = \mathbf{r}_j - \alpha_j \mathbf{A} \mathbf{p}_j$$

$$(7) \beta_j = \frac{\mathbf{r}_{j+1}^T \mathbf{r}_{j+1}}{\mathbf{r}_j^T \mathbf{r}_j}$$

$$(8) \mathbf{p}_{j+1} = \mathbf{r}_{j+1} + \beta_j \mathbf{p}_j$$

(9) end for

算法 3 每次迭代的算法复杂度为  $O(n^3)$  ( $n$  是  $x$  的维度), 具体分析如下。应用算法 1 中步骤(1)和(2)完成近似梯度求解。步骤(1), 由  $f(\mathbf{r}^k) = \frac{1}{2} \|\mathbf{R}\mathbf{r}^k - \mathbf{b}\|^2$  得到  $\nabla f(\mathbf{r}^k) = \mathbf{R}^T (\mathbf{R}\mathbf{r}^k - \mathbf{b})$ , 这部分计算的复杂度为  $O(n \log(n))$  [12]。步骤(2),  $\mathbf{x}_1 = \text{prox}_p(2\alpha \|\mathbf{x}\|_{\text{TV}})(\mathbf{x}_g)$  可以在  $O(n)$  时间内完成计算 [13]。所以, 近似梯度求解过程的算法复杂度为  $O(n \log(n))$ 。由算法 5 可知, CGGAP 算法的步骤(1, 6)和(7)是向量的创建、查找和删除, 时间复杂度为  $O(n)$ 。步骤(2)和(8)是矩阵的乘法和加法计算, 复杂度为  $O(n^3)$ 。步骤(3)和(9)是利用 CG 算法求解式(7), CG 算法主要完成矩阵和向量的乘法, 复杂度为  $O(n^2)$ 。由于 ASBA 算法收敛速度很快, 所以在很少的迭代次数下就可以完成图像的精确重建。综上所述, ASBA 算法每次迭代的计算复杂度为  $O(n^3)$ 。

在算法 4 和算法 5 中, 由于部分傅里叶变换矩阵  $\mathbf{R}$  和小波变换矩阵  $\Phi$  尺度很大并且非常稠密, 与其相关的计算需要很大的内存才能顺利完成。所以, 在程序实现过程中, 采用把大矩阵分块存储技术来降低运算对内存的需求。

实验部分将展示重建图像的主客观质量。实验结果表明, 本文提出的新算法的图像重建质量要明显好于以前提出的一些算法。

## 3 实验结果和分析

实验的软件环境是 MATLAB 7. 6, 实验代码是基于文献 [12] 提供的程序编写, 实验内容是观测

和重建自然图像和 MR 图像。实验图像包括自然图像 Lena 和 Boat, 医学图像 Heart, Brain, Chest 和 Artery, 它们的尺度均为  $128 \times 128$ 。观测方法采用部分傅里叶观测。采样率定义为  $m/n$ 。噪声模型是由 Matlab 产生的高斯噪声, 定义为  $\sigma * \text{randn}(m, 1)$ ,  $\sigma = 0.01$ 。正则化参数  $\alpha$  和  $\beta$  分别设置为 0.001 和 0.035。为了实验的公平性, 在对比不同算法重建结果时, 每个算法的迭代次数设置为 10。小波变换矩阵  $\Phi$  设置为 2D 小波。实验将比较每个算法的主客观图像重建质量, 客观评价标准使用峰值信噪比 (Peak-signal-to-noise-ratio,

PSNR)。实验算法是 ASBA, CSA 和 FCSA。

### 3.1 ASBA 图像重建效果

图 1 是在不同采样率下 ASBA 重建自然图像 Lena 效果图, 图 1(a~d) 对应的重建图像 PSNR 分别为 21.68, 28.72, 32.34 和 38.62 dB。图 2 是在不同采样率下 ASBA 重建 MR 图像 Brain 效果图, 图 2(a~d) 对应的重建图像 PSNR 分别为 18.13, 24.42, 27.85 和 35.21 dB。从图中可以看出 ASBA 可以很好地求解 TVWL1 模型, 并且随着采样率的提高, ASBA 重建图像的主观质量明显提高。

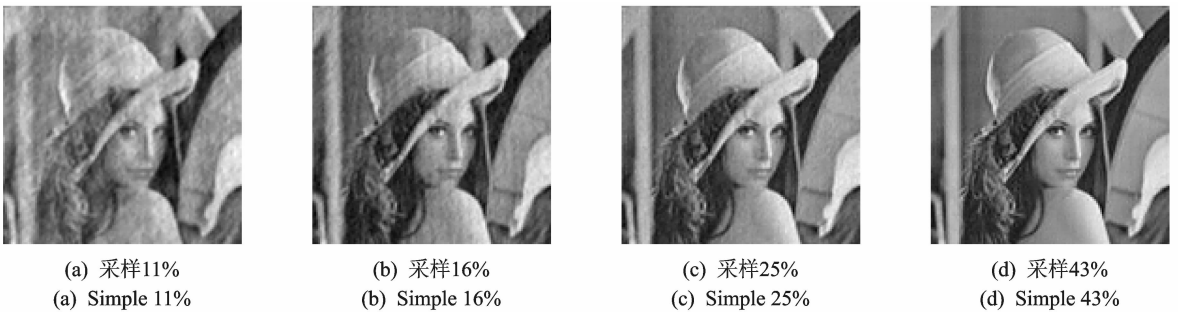


图 1 不同采样率下 ASBA 重建 Lena 图像效果

Fig. 1 The results of the reconstructed Lena images by ASBA at different sample rates

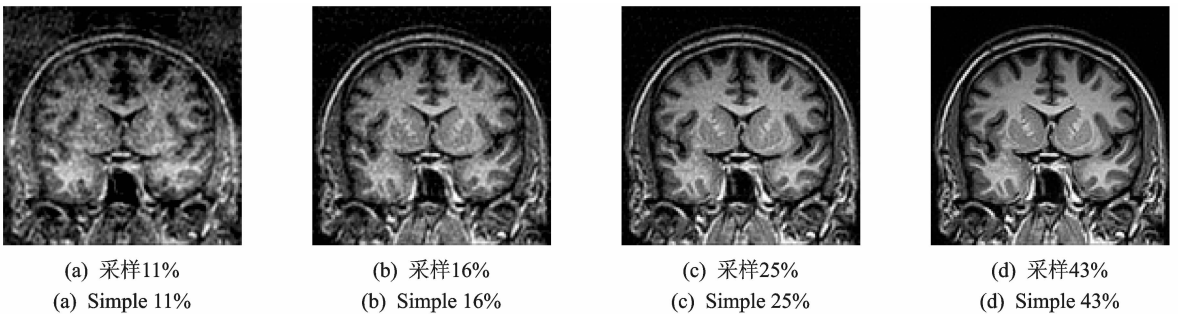


图 2 不同采样率下 ASBA 重建 Brain 图像效果

Fig. 2 The results of the reconstructed Brain images by ASBA at different sample rates

### 3.2 图像重建主观评价结果

通过求解问题(1)来重建图像, 从视觉效果上对本文提出的新算法 ASBA 和已有算法 CSA\FCSA

进行评估。图 3, 4 给出了采样率在 25% 时, ASBA, FCSA 和 CSA 的图像重建质量对比。从图中可以看出, 无论是自然图像还是医学图像, 本文提出的 ASBA 重建的图像主观质量要明显好于 FCSA 和 CSA。

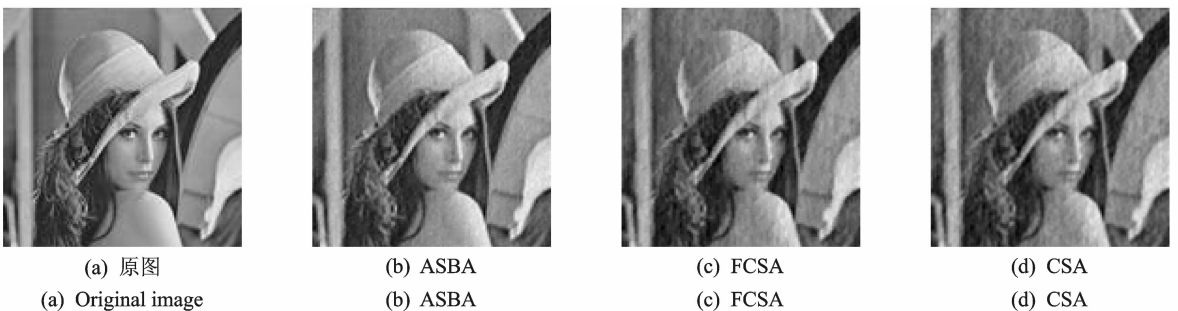


图 3 采样率 25% 不同算法重建 Lena 图像

Fig. 3 Lena image is reconstructed by different algorithm at sampling ratio near 25%

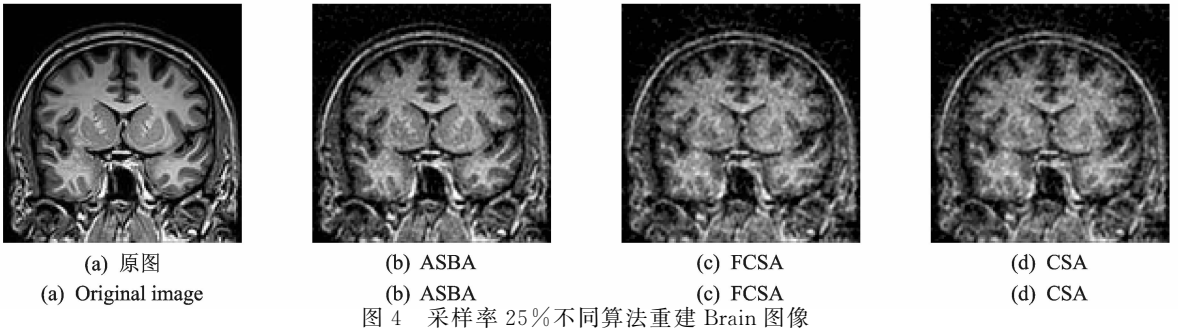


图 4 采样率 25% 不同算法重建 Brain 图像

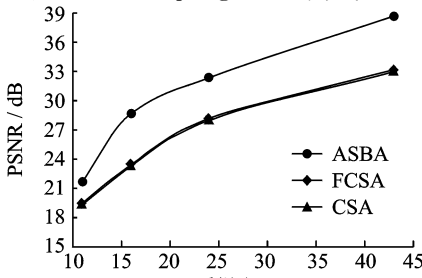
Fig. 4 Brain image is reconstructed by different algorithm at sampling ratio near 25%

图 3(a)是 Lena 图像原图,图 3(b~d)分别是由 ASBA, FCSA, CSA 重建得到的 Lena 图像,它们对应的 PSNR 分别是 32.35, 28.06 和 28.01 dB。图 4(a)是 Brain 图像原图,图 4(b~d)分别是由 ASBA, FCSA, CSA 重建得到的 Brain 图像,它们对应的 PSNR 分别是 27.92, 24.19 和 23.53 dB。

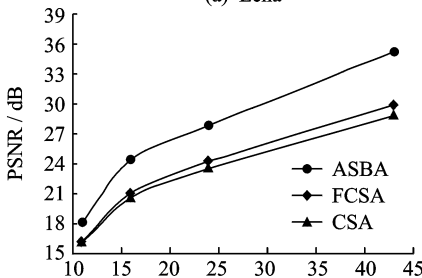
### 3.3 图像重建客观评价结果

图 5 是不同采样率下不同算法重建图像的 PSNR 对比曲线图。从图中可以看出,在不同采样率下,ASBA 重建图像的 PSNR 与 FCSA 和 CSA 相比,可以提升 2~5 dB。表 1 列出的实验结果显示 ASBA 在所有采样率下的图像重建质量最好。

图 5 中曲线图上对应的四个采样率点是 11%, 16%, 25% 和 43%。图 5(a, b)图中的 3 条曲线分别对应 ASBA, FCSA 和 CSA 三种算法重建图像 Lena 和 Brain 的 PSNR-Sampling Ratio 曲线。



(a) Lena



(b) Brain

图 5 重建图像 PSNR-Sampling Ratio 曲线

Fig. 5 PSNR-Sampling Ratio curve of the reconstruction images

表 1 不同采样率下不同算法重建图像实验结果

Table 1 Experimental results for image reconstruction over different sampling ratios with different methods

Ratio\PSNR		采样率			
图像	方法	11%	16%	25%	43%
Lena	CSA	19.35	23.28	28.01	32.97
	FCSA	19.36	23.29	28.06	33.07
	ASBA	<b>21.68</b>	<b>28.71</b>	<b>32.34</b>	<b>38.62</b>
Boat	CSA	20.07	24.46	27.34	32.04
	FCSA	20.08	24.49	27.37	32.12
	ASBA	<b>21.91</b>	<b>28.07</b>	<b>31.21</b>	<b>36.96</b>
Chest	CSA	15.91	23.86	26.27	30.96
	FCSA	15.94	23.92	26.34	31.12
	ASBA	<b>18.13</b>	<b>27.06</b>	<b>29.97</b>	<b>36.11</b>
Brain	CSA	16.12	20.62	23.53	28.84
	FCSA	16.16	21.08	24.19	29.89
	ASBA	<b>18.12</b>	<b>24.32</b>	<b>27.85</b>	<b>35.21</b>
Artery	CSA	15.17	27.76	30.52	35.09
	FCSA	15.24	28.61	31.18	36.11
	ASBA	<b>16.12</b>	<b>31.22</b>	<b>33.84</b>	<b>39.98</b>
Heart	CSA	21.95	27.72	31.79	34.81
	FCSA	22.09	28.35	32.28	35.07
	ASBA	<b>24.44</b>	<b>31.11</b>	<b>35.77</b>	<b>38.01</b>

## 4 结束语

本文提出了一个基于分析稀疏表示的图像重建算法。该算法将 TVWL1 模型分解为 TV 和 L1 正则化约束两个子问题并分别进行求解,从而达到高效图像重建的目的。实验部分,通过与 CSA 和 FCSA 重建图像的比较,可以看出新提出的算法可以高质量重建 MR 图像和自然图像。

### 参考文献:

[1] Candès E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strate-

- gies[J]. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [2] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 2006, 52(2): 489-509.
- [3] Donoho D L. Compressed sensing [J]. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [4] Candès E, Romberg J. Sparsity and incoherence in compressive sampling [J]. *Inverse Problems*, 2007, 23(3): 969.
- [5] Romberg J. Imaging via compressive sampling [J]. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 2008, 25(2): 14-20.
- [6] Lustig M, Donoho D L, Santos J M, et al. Compressed sensing MRI [J]. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 2008, 25(2): 72-82.
- [7] Yang J, Zhang Y, Yin W. A fast alternating direction method for TVL1-L2 signal reconstruction from partial Fourier data [J]. *Selected Topics in Signal Processing, IEEE*, 2010, 4(2): 288-297.
- [8] Elad M, Milanfar P, Rubinstein R. Analysis versus synthesis in signal priors [J]. *Inverse Problems*, 2007, 23(3): 947-968.
- [9] Huang J, Zhang S, Metaxas D. Efficient MR image reconstruction for compressed MR imaging [J]. *Medical Image Analysis*, 2011, 15(5): 670-679.
- [10] Beck A, Teboulle M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems [J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2009, 2(1): 183-202.
- [11] Lustig M, Donoho D, Pauly J M. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2007, 58(6): 1182-1195.
- [12] Ma S, Yin W, Zhang Y, et al. An efficient algorithm for compressed MR imaging using total variation and wavelets [C]// *Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR 2008*. [S. L.]: IEEE, 2008: 1-8.
- [13] Beck A, Teboulle M. Fast gradient-based algorithms for constrained total variation image denoising and deblurring problems [J]. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 2009, 18(11): 2419-2434.
- [14] Nam S, Davies M E, Elad M, et al. The cosparsity analysis model and algorithms [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2013, 34(1): 30-56.

**作者简介:**尹宝才(1963-),男,教授,研究方向:数字多媒体技术、虚拟现实与图形学技术、多功能感知技术, E-mail: ybc@bjut.edu.cn;郭晓明(1987-),男,硕士研究生,研究方向:图像编码;施云惠(1966-),女,教授,研究方向:多媒体技术、多功能感知技术;丁文鹏(1981-),男,讲师,研究方向:图像视频编码技术、图像视频处理技术。