

文章编号:1004-9037(2013)03-0371-05

# 基于小波熵和相关性的高分辨率阈值去噪方法

李 文<sup>1</sup> 刘 霞<sup>2</sup> 段玉波<sup>2</sup> 姚建红<sup>2</sup> 刘继承<sup>2</sup>

(1. 东北石油大学土木建筑工程学院, 大庆, 163318; 2. 东北石油大学电气信息工程学院, 大庆, 163318)

**摘要:**提出了一种基于小波熵和相关性相结合的高分辨率小波阈值去噪方法。首先利用小波变换中各尺度间有效信息和噪声的相关性不同的特性,对小波分解后的各尺度的高频小波系数进行相关处理,确定出有效信息的位置,并将其置零,经过相关处理后的高频小波系数认为是由噪声引起的。将相关处理后的高频小波系数分成若干区间,计算各区间的小波熵,将小波熵最大区间的高频小波系数的平均值作为噪声标准差,计算各尺度的阈值;采用软阈值处理,最后重构得到去噪后的信号。该算法实现了各尺度阈值的自适应选取,提高了信噪比。仿真验证了该算法的有效性。

**关键词:**小波阈值;小波熵;相关性;去噪

**中图分类号:** TN911.7 **文献标志码:** A

## High-Resolution Threshold Denoising Method Based on Wavelet Entropy and Correlation

Li Wen<sup>1</sup>, Liu Xia<sup>2</sup>, Duan Yubo<sup>2</sup>, Yao Jianhong<sup>2</sup>, Liu Jicheng<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering & Architecture, Northeast Petroleum University, Daqing, 163318, China;

2. School of Electrical & Information Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing, 163318, China)

**Abstract:** A high-resolution threshold denoising method combined wavelet entropy with correlation is proposed. The correlation of the effective signal and noise is different. The effective signal location is determined by the correlation processing of high-frequency wavelet coefficient of each level, and the high-frequency wavelet coefficient of the effective signal is zero. The retained high-frequency wavelet coefficient is caused by noises. The high-frequency wavelet coefficient of each level is divided into several small zones, and the interval wavelet entropy is calculated, with the mean value of high-frequency wavelet coefficients in the wavelet entropy maxima interval as noise standard deviation. Threshold value of each level is calculated. The retained coefficient is processed by soft-threshold and the denoised signals are reconstructed. The improved method realizes adaptive selection of threshold values of each level and the improved signal-to-noise ratio simulation verifies the effectiveness of the improved method.

**Key words:** wavelet threshold; wavelet entropy; correlation; denoising

## 引 言

在高分辨率地震勘探中,由于地震记录的频带很宽,而噪声又叠加在了有效波的频带范围内,单纯通过去除高频噪声的方法去噪,显然也去除了高频的有效信息。而高频信息往往包含了岩性油气藏的重要信息<sup>[1-2]</sup>,因此,如何保留高频有效信息而去除噪声是高分辨率地震勘探要解决的一个重要

问题。Donoho<sup>[3]</sup>在1995年提出了小波阈值去噪算法,该算法将小波变换的高频小波系数与阈值进行比较,保留较大的高频小波系数,并由其重构信号。该算法可在最小均方误差意义下达到近似最优,取得良好的去噪效果,该方法已广泛应用于各领域<sup>[4-6]</sup>。如何选取小波阈值是该算法的关键。因此本文提出了一种基于小波熵和相关性相结合的小波阈值去噪算法,该改进算法根据相关性理论有效进行信噪分离,根据信息熵理论自适应地确定各

**基金项目:**教育部科学技术研究基金重点(210056)资助项目;教育部新世纪人才计划(NCET-09-0127)资助项目;黑龙江省新世纪人才计划(1154NCET001)资助项目。

**收稿日期:**2011-11-24; **修订日期:**2012-11-12

尺度阈值,取得了较好的去噪效果。

## 1 小波阈值去噪算法

含噪声的一维信号模型为

$$s(t) = f(t) + e(t) \quad t = 0, 1, \dots, N-1$$

式中: $f(t)$ 为有效信息; $e(t)$ 为噪声; $s(t)$ 为染噪信号。

对信号  $s(t)$  进行小波变换

$$WT_s(j, k) = \int s(t) \bar{\psi}_{j,k}(t) dt = \int f(t) \bar{\psi}_{j,k}(t) dt + \int e(t) \bar{\psi}_{j,k}(t) dt$$

式中: $\psi_{j,k}$ 为离散小波; $\omega_{j,k}$ 为染噪信号  $s(t)$  的小波变换; $u_{j,k}$ 为有效信息  $f(t)$  的小波变换; $v_{j,k}$ 为噪声  $e(t)$  的小波变换。上式记为  $\omega_{j,k} = u_{j,k} + v_{j,k}$ 。

由于有效信息在小波域的能量相对集中,表现为小波分解后的小波系数绝对值比较大,而噪声信号的能量相对分散,表现为小波分解后的小波系数绝对值较小,因此可通过阈值处理方法进行去噪。算法为对信号  $s(t)$  进行小波分解,得到小波变换系数  $\omega_{j,k}$ ,当  $\omega_{j,k}$  小于某阈值时,认为主要由噪声引起,予以舍弃;当  $\omega_{j,k}$  大于该阈值时,认为主要由信号引起,将该  $\omega_{j,k}$  保留下来;然后用新的小波系数进行重构得到去噪后的信号<sup>[7]</sup>。如何将信号与噪声有效分离,关键在于阈值的选择。若阈值过小,则重构信号中仍含有大量噪声。反之,若阈值过大,则会把信号中的有效信息滤除掉。Donoho 提出的阈值计算公式为  $\text{thr} = \sigma \sqrt{2 \log(N)}$ ,其中

$$\sigma = \frac{\text{median}(|d_{jk}|)}{0.6745}$$

在该阈值计算中,直接对高频小波系数取中值作为噪声标准差,认为高频小波系数都是由噪声引起的,而忽略了高频小波系数中除了噪声以外仍可能含有有效信息。因此如何去除高频小波系数中的有效信息成为该阈值选取方法的关键,因此本文提出了一种基于各尺度相关性和小波熵的阈值选取方法。

## 2 基于小波熵和相关性的小波阈值去噪算法

### 2.1 改进算法的基本原理

针对 Donoho 算法中阈值选取的不足,提出了本文的改进算法。其基本思想是对信号进行多尺度小波分解,得到低频小波系数和低频小波系数,各尺度的高频小波系数中含有有用高频信息,因此

在计算噪声标准差时要去掉有效信息。利用信号的小波系数在各尺度间具有较强的相关性,而噪声的小波系数在各尺度间却没有明显的相关性的特点,将各尺度高频小波系数进行相关处理并规范化,记录各尺度规范化相关系数大于高频小波系数的位置,该位置即为各尺度高频小波系数中有效信息的位置,并将该位置的高频小波系数置零,得到各尺度新的高频小波系数,采样点数保持不变。新的高频小波系数被认为全部是由噪声引起,由这些系数计算噪声标准差。小波熵是小波变换和信息熵的结合,能够对时频域上能量分布特性进行定量描述。因此采用小波熵计算各尺度高频小波系数的噪声能量,将各尺度高频小波系数分成若干小区间,计算各区间的小波熵,把小波熵最大的区间的高频小波系数的平均值作为噪声标准差,采用 Donoho 阈值公式计算各尺度阈值,再根据软阈值函数进行处理,最后利用最大尺度上的低频小波系数和经过阈值处理后的各尺度高频小波系数进行重构,得到去噪后的信号。

### 2.2 各尺度间的相关性计算方法

对高频小波系数进行相关处理可避免造成有效信息的损失,而使信号频带变窄而造成的分辨率下降问题。各尺度相关系数为

$$\text{Cor}(j, k) = \text{Wf}(j, k) \cdot \text{Wf}(j+1, k) \quad (1)$$

式中: $\text{Cor}(j, k)$ 为尺度  $j$  上  $k$  点的相关系数; $\text{Wf}(j, k)$ 为尺度  $j$  上  $k$  点的高频小波系数; $\text{Wf}(j+1, k)$ 为尺度  $j+1$  上  $k$  点的高频小波系数。

规范化相关系数为

$$\text{NCor}(j, k) = \text{Cor}(j, k) \sqrt{\text{PW}(j) / \text{PCor}(j)} \quad (2)$$

式中: $\text{NCor}(j, k)$ 为尺度  $j$  上  $k$  点的规范化相关系数;并且有

$$\text{PW}(j) = \sum_k \text{Wf}(j, k)^2$$

$$\text{PCor}(j) = \sum_k \text{Cor}(j, k)^2$$

显然,在尺度  $j$  下,小波系数  $\text{Wf}(j, k)$  与规范化相关系数具有相同的能量,这为它们之间提供了可比性<sup>[8]</sup>。

### 2.3 小波熵的计算方法

根据小波变换能量守恒性质有

$$\sum_{k=1}^N |\langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle|^2 = \|f\|^2$$

则尺度  $j$  下的小波能量  $E_j$  为

$$E_j = \sum_k |d_{jk}|^2 \quad k=1,2,\dots,N$$

信号的总能量为

$$E = \sum_j \sum_k |d_{jk}|^2 = \sum_j E_j$$

设采样点数为  $N$ , 将尺度  $j$  的高频小波系数分成  $n$  个小区间, 每个区间有  $N/n$  个采样点, 则第  $i$  个子区间的能量为

$$E_i = \sum_k^{N/n} |d_{jk}|^2$$

第  $i$  个子区间的能量占该尺度上总能量的概率为

$$p_i = \frac{E_i}{E_j}$$

则第  $i$  个子区间对应的小波熵<sup>[9]</sup>为

$$S_i = - \sum_j p_i \ln p_i \quad (3)$$

## 2.4 阈值计算

计算各尺度中各小区间的小波熵, 选取熵值最大的小区间的高频小波系数的平均值作为尺度  $j$  的噪声标准差  $\sigma_j$ , 根据 Donoho 提出的阈值公式计算尺度  $j$  上的阈值

$$\text{thr}_j = \sigma_j \sqrt{2 \log(N)} \quad (4)$$

该阈值选取方法能更好地去除噪声引起的高频小波系数, 使有效信息的高频小波系数得到很好的保留。

## 2.5 基于小波熵的高分辨率阈值去噪算法

**步骤 1** 对染噪信号进行小波分解, 得到各尺度低频小波系数和高频小波系数;

**步骤 2** 对高频小波系数进行相关处理, 根据式(1)和式(2)计算各尺度上的规范化相关系数, 与各尺度的高频小波系数比较, 记录规范化相关系数大于各尺度高频小波系数的位置, 从而确定高频小波系数中有效信息的位置;

**步骤 3** 把步骤 2 中确定出的有效信息的位置所对应的高频小波系数置 0, 得到新的高频小波系数, 采样点数不变;

**步骤 4** 将新的高频小波系数分成  $n$  等份, 根据式(3)计算第  $j$  尺度的噪声标准差  $\sigma_j$ , 根据式(4)计算第  $j$  尺度的阈值, 进而得到各尺度的阈值;

**步骤 5** 根据各尺度阈值, 利用软阈值函数对各尺度上的高频小波系数进行处理, 得到新的高频小波系数;

**步骤 6** 利用最高一层分解的低频小波系数

和步骤 5 中得到的新的高频小波系数进行重构, 得到去噪后的信号。

## 3 仿真结果

### 3.1 对染噪 Ricker 子波去噪处理

地震勘探是通过人工方法激发地震波, 而接收到的地震信号是地震子波和反射系数的褶积, 为了研究方便, 需要对地震子波进行模拟, 而 Ricker 子波能量集中, 与反射系数褶积, 能很好地解决反射问题<sup>[10]</sup>。因此本文采用改进算法对 Ricker 子波进行仿真, 如图 1 所示。并与常用阈值 (Heursure 阈值、Sqrtwolog 阈值和 Minimaxi 阈值) 去噪方法相比较, 均选用 sym8 小波, 分解尺度为 4, 采用软阈值函数, 仿真结果如图 2 所示, 信噪比与均方误差如表 1 所示。

通过图 2 可以看出, 采用改进算法和常用阈值

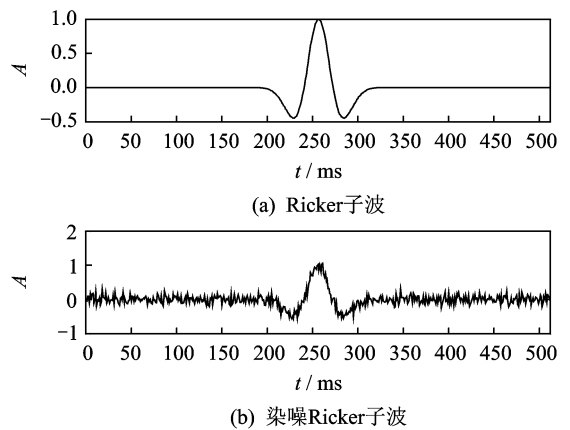


图 1 Ricker 子波及染噪 Ricker 子波

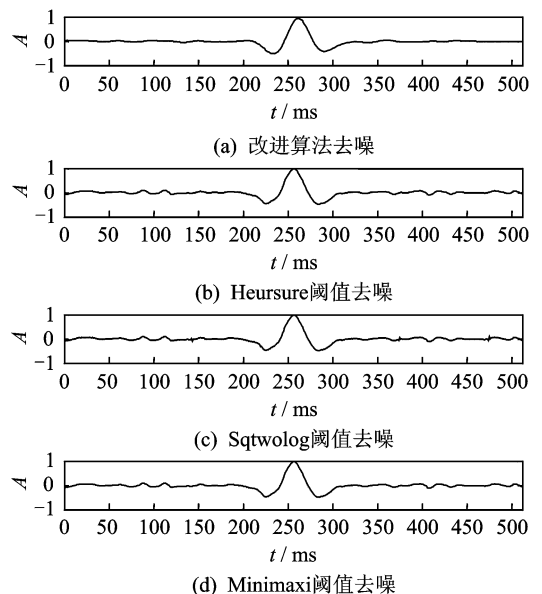


图 2 去噪对比图

表 1 信噪比和均方误差对比表

参数	改进算法	Heursure 阈值	Sqtwolog 阈值	Minimaxi 阈值
信噪比	5.237 2	4.351 9	4.153 7	4.002 5
均方误差	0.003 2	0.004 9	0.006 8	0.006 9

去噪方法都抑制了噪声,但 Sqtwolog 阈值和 Minimaxi 阈值去噪后的信号不够平滑,与原信号相差较大,而改进去噪方法基本不损失有效信号,分辨率较高,去噪后的信号也较光滑。从表 1 中可见,改进算法去噪后的信噪比最高,均方误差最小。

### 3.2 改进算法对合成地震信号的去噪处理

图 3 是用 Ricker 子波合成的染噪地震剖面图,具体参数为:深度 100 m;反射层上层速度 2 000 m/s;下层速度 3 000 m/s;最小偏移距 10 m;道数 30 道,密度 1,记录长度 512 ms。采用改进算法和 Heursure 阈值算法去噪,选取 sym8 小波,分解尺度为 4,采用软阈值函数。仿真结果如图 4、5 所示。

由图 4 和图 5 看出,两种去噪方法都较好地抑制了噪声,道集也变得清晰,但在弯曲同相轴处 Heursure 阈值去噪后的信号发生变形,有效信息损失较多,即高频信息损失较大,频带变窄,分辨率

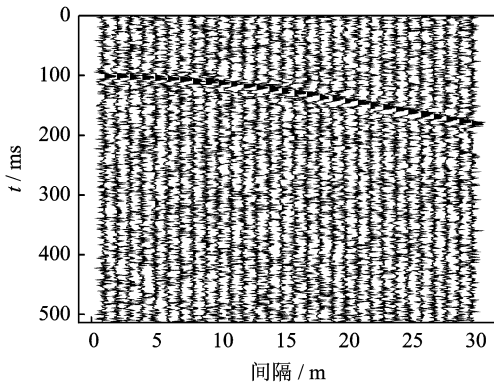


图 3 染噪的合成地震剖面

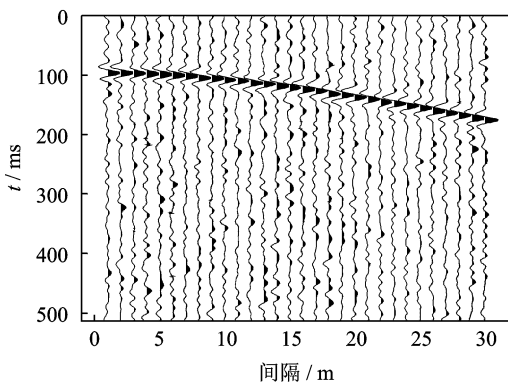


图 4 改进算法去噪后地震剖面

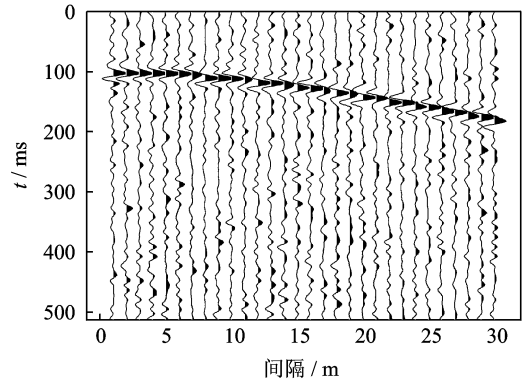


图 5 Heursure 阈值去噪后地震剖面

下降,而改进算法去噪后的信号基本不损失有用信息,信噪比提高较大,分辨率增强。改进算法信噪比为 26.965 2 dB, Heursure 阈值算法信噪比为 25.263 1 dB。

### 3.3 改进算法的应用

图 6 是某一地区的实际地震剖面,地震数据为 SEG Y 格式,每道采样点为 1 024,道采样间隔为 2 ms,数据道数为 100。采用改进算法和 Heursure 阈值去噪算法对图 3 去噪后的剖面如图 7、8 所示。均采用 sym8 小波,分解尺度为 4,采用软阈值函数。

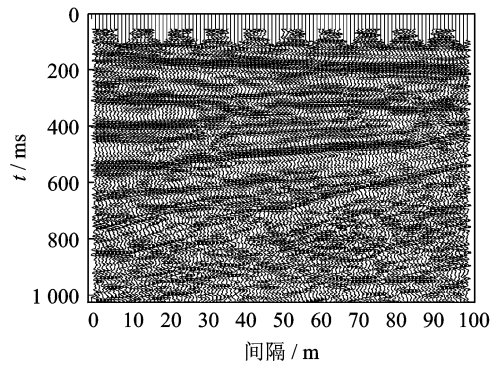


图 6 实际地震剖面

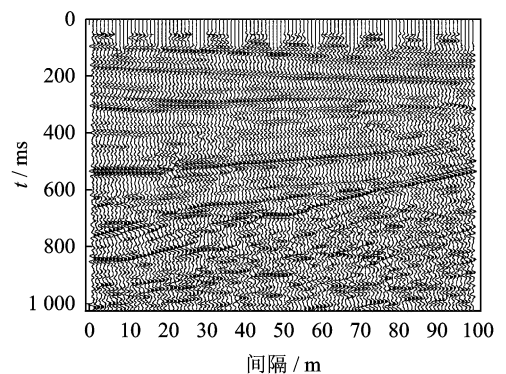


图 7 改进算法去噪后地震剖面

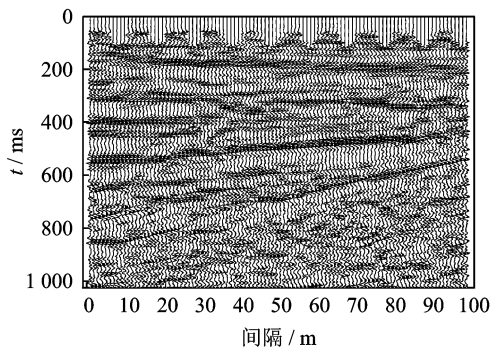


图8 Heursure 阈值去噪后地震剖面

从图6可以看出,实际地震信号中含有大量的噪声,使剖面的质量变差,同相轴不清晰,从图7和图8可以看出,两种方法都去除了大量噪声,使同相轴变得清晰,但是改进算法去噪的效果更好,同相轴更加清晰,分辨率增强,噪声基本被去除,有效信号得到很好的保留。

## 4 结束语

本文提出了一种基于小波熵和相关性的小波阈值选取方法,对小波分解后的高频小波系数进行相关处理以有效提取高频小波系数中的有用信息,采用小波熵自适应确定各层小波系数的阈值,并将该方法应用到 Ricker 子波、合成地震信号和实际地震信号的去噪处理中,并与常规的阈值去噪方法进行对比。通过仿真结果可以看出,改进算法去噪后的信噪比比常用阈值去噪信噪比高,均方误差减小,分辨率高,并且噪声得到了很好的抑制,同相轴基本没被削弱,有效信号基本不受损失,得到了很好的保留。对比结果说明了改进算法对信噪比低的信号具有明显的优势,可有效提高地震信号的分辨率。

### 参考文献:

- [1] 孙志新. 小波分析在地震数据噪声处理中的应用研究[D]. 中国地震局工程力学研究所, 2008:51-56.  
Shun Zhixin. Application of wavelet analysis on seismic data de-noising[D]. Institute of Engineering Mechanics China Earthquake Administration, 2008:51-56.
- [2] 姚胜利. 地震信号的小波去噪方法研究[D]. 中南大学地球科学与信息物理工程学院, 2007:22-37.  
Yao Shengli. Study on methods of noise removing by wavelet and their applications to seismic data processing[D]. School of Inforphysics and Geomatics Engineering, Central South University, 2007:22-37.
- [3] Donoho D. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE

Trans on IT, 1995,3:613-627.

- [4] Hsung T C, Lun D P K. Denoising by singularity detection[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999,47(11):3139-3144.
- [5] 郭新蕾,杨开林,郭永鑫. 基于阈值自学习小波算法的压力信号去噪方法[J]. 数据采集与处理, 2008,23(3):322-326.  
Guo Xinlei, Yang Kailin, Guo Yongxin. Pressure signal denoising by threshold self-learning wavelet algorithm[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2008,23(3):322-326.
- [6] 吕振肃,马文. 自适应小波阈值算法在心电信号去噪中的应用[J]. 数据采集与处理, 2009,24(3):313-317.  
Lü Zhensu, Ma Wen. Application of adaptive wavelet threshold algorithm in ECG signal denoising [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2009,24(3):313-317.
- [7] 孙延奎. 小波分析及其应用[M]. 北京:机械工业出版社, 2005:224-236.  
Sun Yankui. Wavelet analysis and its application [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 2005:224-236.
- [8] 印欣运,何永勇,彭志科,等. 小波熵及其在状态趋势分析中的应用[J]. 振动工程学报, 2004,17(2):165-169.  
Yin Xinyun, He Yongyong, Peng Zhike, et al. Study on wavelet entropy and its applications in trend analysis[J]. Journal of Vibration Engineering, 2004,17(2):165-169.
- [9] 张荣标,胡海燕,冯友兵. 基于小波熵的微弱信号检测方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2007,28(11):2078-2083.  
Zhang Rongbiao, Hu Haiyan, Feng Youbing. Study on weak signal detection method based on wavelet entropy[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2007,28(11):2078-2083.
- [10] 姜绍辉. 小波变换及在提高地震资料信噪比中的应用[D]. 中国海洋大学海洋地球科学学院, 2005:24-35.  
Jiang Shaohui. Wavelet transform and its application in enhancing S/N ratio of seismic data[D]. College of Marine Geo-science, Ocean University of China, 2005:24-35.

**作者简介:**李文(1969-),男,副教授,研究方向:抗震减灾、地震信息处理, E-mail: daqingliwen@163.com; 刘霞(1970-),女,教授,研究方向:地震信息处理及智能控制; 段玉波(1951-),男,教授,研究方向:油气信息检测及处理; 姚建红(1971-),女,教授,研究方向:电网优化及节能控制; 刘继承(1970-),男,教授,研究方向:油田信号处理及控制。