

文章编号:1004-9037(2013)03-0363-08

分组信息共享的量子粒子群优化算法的改进

王养廷 闫文忠

(华北科技学院计算机学院,廊坊,065201)

摘要:标准量子行为的粒子群优化(Quantum-behaved particle swarm optimization, QPSO)算法依然存在早熟收敛的缺点,针对此问题,提出了一种改进的量子粒子群算法(Particle swarm optimization based on quantum, PSO-Q)。在 PSO-Q 算法中,采用分组策略基于不同的更新公式同时提高局部搜索和全局搜索能力,并且共享组间有用的信息,达到探索与开发能力的平衡。在不降低搜索精度的情况下,分组策略扩大了种群搜索过程中的搜索范围,其中一组保持 QPSO 搜索方法的基本搜索能力,主要开发已有搜索空间。另外一组共享整个群里的有效信息,增加新领域探索能力,可以避免种群多样性的不断下降。在标准测试函数的对比实验中,仿真结果表明该算法具有较强的搜索能力并且达到了较高的优化精度。

关键词:粒子群优化;分组粒子群优化;量子机制;多维优化方程

中图分类号:TP301.6

文献标志码:A

Improvement of Grouped Information Sharing Particle Swarm Optimization Based on Quantum

Wang Yangting, Yan Wenzhong

(Department of Computer, North China University of Science and Technology, Langfang, 065201, China)

Abstract: Quantum-behaved particle swarm optimization(QPSO) suffers the drawback of premature-convergence. To overcome the problem, a novel improved particle swarm optimization based on quantum(PSO-Q) is presented. In PSO-Q, a new group strategy is proposed to supervise all the particles updating the positions according to different search mechanism. Thus PSO-Q can enhance the local and global search abilities. All the particles in the swarm share the useful information between the two groups and the achieved information to balance exploration and exploitation. Without decreasing the accuracy of search, group strategy enlarges search space in the evolutionary process. The particles in one group can keep the basic search ability to develop the achieved space. The other group particles utilize the efficient message in whole swarm to explore new regions and avoid reducing the diversity of the swarm. In the experiment on benchmark functions, comparison results prove the powerful and potential search ability of the proposed algorithm with higher optimization accuracy.

Key words: particle swarm optimization(PSO); grouped PSO; quantum mechanism; multi-modal evolutionary optimization functions

引 言

粒子群优化(Particle swarm optimization, PSO)是一种基于群体智能的启发式全局搜索算法。由于 PSO 算法具有简单、易于实现、收敛快和

较强的全局搜索能力等优点而备受科学与工程领域的关注^[1-4]。近年来,量子计算成为一种新兴的技术,被成功引入并应用到 PSO 中,也已取得了一些研究成果^[5-7]。文献[8]提出了具有量子行为的协同粒子群优化算法(Multi-swarm and multi-phase quantum-behaved particle swarm optimiza-

tion, MQPSO), 并将协同搜索策略引入传统的标准量子粒子群优化算法, 以克服 PSO 算法“早熟”问题。文献[9]分别基于 Delta 势阱、谐振子和方势阱提出改进版的 PSO 算法, 并对控制参数进行了分析研究, 指出势阱中心对全局最优粒子具有重要影响。虽然引入量子机制可以在一定程度上提高 PSO 的优化性能, 但也不可避免地存在易陷入局部最优, 为了克服标准量子粒子群优化算法 (Quantum-behaved particle swarm optimization, QPSO) 的这一缺点, 本文提出一种新的粒子群优化算法——基于量子势阱的分组粒子群算法。在量子粒子群算法 (Particle swarm optimization based on quantum, PSO-Q) 中, 整个群中的所有粒子被划分成 2 组, 每组粒子按照不同的更新机制改变搜索轨迹, 并且共享来自不同子群的有用信息增加搜索的平衡性。

1 粒子群优化算法

受到自然界中飞鸟集群活动规律的启发, Kenney 和 Eberhart 于 1995 年提出了一种新型群智能算法——粒子群算法^[10], 该算法最初是用于模拟鸟群、鱼群的社群行为, 将鸟群或者鱼群集体活动的规律程式化表达, 并在集体智能的基础上建立的一个简化数学模型。通过将飞鸟或鱼儿看作是没有质量、没有体积的“粒子”, 抽象得到粒子群算法的简化模型。粒子群算法将问题的搜索空间类比作鸟类的飞行空间, 将每只鸟看作是一个无质量、无体积的粒子, 每个粒子在空间中以一定的速度飞行, 飞行速度是根据自身的飞行经验和同伴的飞行经验进行动态的更新, 飞向空间的最优目标 (目标函数的极值)。

设第 i 个粒子的位置为 $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{id})$, 其相应的移动速度为 $\mathbf{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, \dots, v_{id})$, 粒子在搜索空间的速度和位置根据式 (1) 和式 (2) 更新自身的状态

$$\mathbf{v}_i(t+1) = \omega \mathbf{v}_i(t) + c_1 \cdot \mathbf{r} \cdot (\mathbf{p}_i(t) - \mathbf{x}_i(t)) + c_2 \cdot \mathbf{r} \cdot (\mathbf{g}_{\text{best}} - \mathbf{x}_i(t)) \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i(t+1) \quad (2)$$

式中: c_1, c_2 都为加速常数, c_1 为粒子跟踪自己历史最优值的学习因子, 它表示粒子自身的认识, 所以亦称“认知”, 而 c_2 为粒子跟踪群体最优值的学习因子, 它表示粒子对整个群体知识的认识, 所以亦称“社会知识”; \mathbf{r} 为在 $[0, 1]$ 上的均匀分布伪随机数; \mathbf{p}_i 和 \mathbf{g}_{best} 分别为当前时刻第 i 个粒子自身所经历的最好经验和全局最好的位置。

2 量子 PSO 算法

本文提出一种新的粒子群优化算法, 即通引入量子机制改进 PSO 的性能。在量子力学势场中, 粒子总是向势能最低的方向移动, 基于此搜索机制设计了改进的 PSO。

2.1 量子势阱

在量子力学中, 薛定谔方程^[11]是描述物理系统量子状态如何随时间变化的差分方程, 其定义如下

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}, t) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad (3)$$

式中: \hbar 为普朗克常数, m 表示粒子质量, V 表示势阱能量函数, ∇^2 为拉普拉斯算子, Ψ 表示波函数。式 (3) 的定义表示“总能量=动能+势能”。在薛定谔方程中, $\Psi(\mathbf{r}, t)$ 是未知的, 其平方表示粒子出现的概率密度。

如果薛定谔方程是非时变的, 即具有时间独立性, 则式 (3) 中的薛定谔方程可以重写为

$$E \Psi(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}) \quad (4)$$

式中: E 为粒子能量。求解式 (4) 的薛定谔方程, 可以解得非时变的波函数 $\Psi(\mathbf{r})$, 利用波函数平方, 即 $|\Psi(\mathbf{r})|^2$, 进行势阱中心的设置, 让粒子按概率密度函数 $|\Psi(\mathbf{r})|^2$ 分布。

在 Delta 势阱中, 势能分布 $V(x)$ 定义为

$$V(x) = \lambda \delta(x), \lambda < 0 \quad (5)$$

式中: $\delta(x)$ 为狄拉克 $\delta(\cdot)$ 函数, 由式 (4) 和式 (5) 可以求解得到波函数 $\Psi(x)$, 如式 (6) 所示

$$\Psi(x) = e^{-\frac{|x|}{L}} / \sqrt{L} \quad (6)$$

式中: $L = \hbar^2 / \lambda m$ 表示 Delta 势阱的特征长度。粒子根据其概率密度函数 $|\Psi(x)|^2$ 分布在 x 处, 此概率密度函数定义重写为

$$|\Psi(x)|^2 = e^{-\frac{2|x|}{L}} / L \quad (7)$$

2.2 分组量子 PSO 设计

在势阱中的粒子的行为服从薛定谔方程, 粒子下一时刻的位置是随机不确定的。在标准 PSO 算法中, 粒子下一时刻的位置是确定的。如何让势阱中的粒子在下一时刻想出位置确定是设计量子 PSO 中的一个关键问题, 这个问题可以采用 Monte Carlo 方法解决势阱中粒子的不确定的动态行为。令式 (7) 中 $e^{-2|x|/L} = r$, r 为服从正态分布

的随机数,由此可以得到

$$|x| = \frac{L}{2} \ln\left(\frac{1}{r}\right) \quad (8)$$

式中: L 重新定义为 $L = 2c|x - x_t|$ (x_t 为目标收敛)可以得到

$$|\Delta x| = c|x - x_t| \ln\left(\frac{1}{r}\right) \quad (9)$$

式中: Δx 为粒子移动的步长,然后改写标准粒子群的位置更新式(2),可以得到新的更新公式

$$x_i(t+1) = x_i(t) \pm \Delta x_i(t) \quad (10)$$

以下设计多种群量子 PSO 都是以式(10)为基础。由于 PSO 中粒子都趋向于向自身历史最佳位置和群体历史最佳位置,种群粒子的快速收敛容易造成陷入局部极值、早熟收敛或停滞现象^[12-15]。在设计分组 PSO-Q 时,采用一些策略增加搜索的多样性。假设 PSO 为一个量子系统,将搜索空间看作是势能场,期望粒子以较大概率移向全局最优的位置。

首先设计收敛中心,文献[16]通过轨迹分析指出如果 PSO 中的所有粒子收敛于其自身局部吸引子 p_{ij} ,则 PSO 收敛。其中 p_{ij} 表示第 i 个粒子的第 j 维吸引子,定义如式(11)所示^[17]

$$\begin{cases} p_{ij} = \phi_{ij}P_{ij} + (1 - \phi_{ij})G_j \\ \phi_{ij} = \frac{c_1 r_{ij}^1}{c_1 r_{ij}^1 + c_2 r_{ij}^2} \end{cases} \quad (11)$$

式中: P 和 G 分别表示粒子自身历史最优和种群全局最优。 r_{ij}^1 和 r_{ij}^2 是 $[0, 1]$ 区间上服从正态分布的随机数。通常取式(11)中的 c_1, c_2 相等,即 $c_1 = c_2$,此时 ϕ_{ij} 也是 $[0, 1]$ 区间上服从正态分布的随机数。根据式(10)重新定义在不同组中粒子的位置更新公式

$$x_i(t+1) = p_i(t) + c|x_i(t) - p_i| \ln\left(\frac{1}{r}\right) \quad (12)$$

式(12)为粒子群中全局搜索能力较强的探索种群,文献[17]证明了式(12)具有全局收敛。

$$\begin{cases} x_i^{\text{new}}(t) = \alpha_1 x_i(t) + \alpha_2 P_i + \alpha_3 G \\ x_i(t+1) = x_i^{\text{new}}(t) + c|x_i(t) - \bar{x}_i(t)| \ln\left(\frac{1}{r}\right) \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为控制参数,在设计中分别取 $1/6, 1/3$ 和 $1/2, \bar{x}_i(t)$ 为所有粒子位置的几何中心。 c 为步长控制参数,从式(13)可以看到粒子位置的更新充分利用了与粒子相关的所有信息,适于局部的精细搜索。在本文的 PSO-Q 设计中,将粒子群分为两组:一组按照式(12)更新粒子位置,进行全局

搜索;另一组按照式(13)更新位置,增加局部的搜索能力。

基于不同量子行为的分组粒子群优化算法的流程如下:

步骤(1) 初始化 2 个分组中的粒子个数、最大迭代次数、惯性权重、加速常数以及每个粒子的位置(根据解空间边界随机初始化)。

步骤(2) 初始化自身历史最优最好位置和全局最优位置(根据已有初始化位置确定)以及对应的适应度(根据优化函数计算)。

步骤(3) 根据式(12)计算第一分组中各粒子的新位置,根据式(13)计算第二分组中各粒子的新位置,并对各粒子位置进行限制处理。

步骤(4) 更新两个分组中各粒子的自身历史最优适应值和全局最优位置以及对应的适应值。

步骤(5) 每隔 m 代,用全局最优替换各分组中最差的粒子,提高解的多样性。

步骤(6) 若满足停止条件,即迭代次数超过最大允许迭代次数或搜索到的最优位置满足预定的最小适应度预定值,则搜索停止,输出最优位置与最优适应值,否则返回步骤(3)。

3 仿真实验

3.1 测试函数

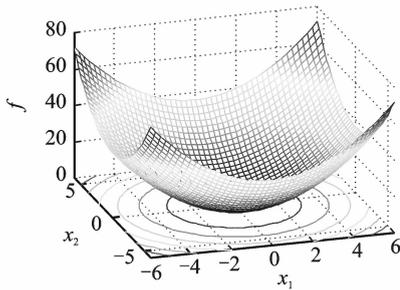
为了验证提出的 PSO-Q 算法的有效性,将其用在 6 个经典的测试函数上进行测试。测试函数选自文献[18]分别为 Sphere, Schwefel, Rosenbrock, Ackley, Rastrigin 和 Griewank 函数。这 6 个函数的初始化范围、搜索范围、最优值 f_{\min} 以及函数类型如表 1 所示。Sphere 函数如图 1(a)所示,相对比较简单,该函数主要用于测试算法的寻优精度。Schwefel 函数是一个多峰值函数,如图 1(b)所示,局部最优随正弦波动,最优点位于搜索空间的一个角落中,在 $x = -420.9687$ 时达到全局极小点。

Rosenbrock 函数(图 2(a))是很难极小化的典型病态非凸单模函数,变量之间存在明显相关性。由于此函数对搜索提供很少信息,使算法很难辨别搜索方向,找到全局最优点的机会微乎其微,因此 Rosenbrock 函数通常用来评价优化算法的执行效率。

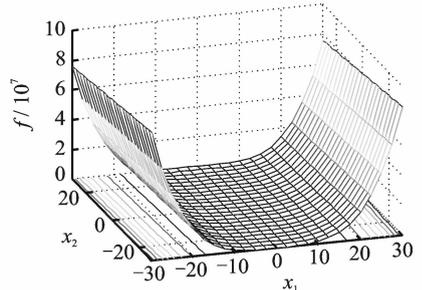
Ackley 函数(图 2(b))为连续、旋转、不可分离的多模函数,其全局最优值落在边缘上。它的拓扑

表 1 标准测试函数

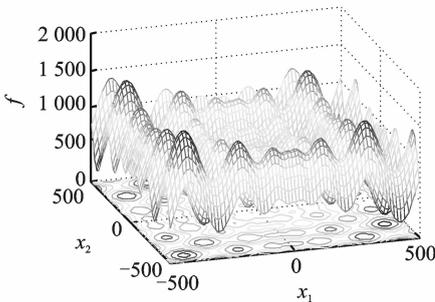
测试函数	表达式	搜索范围	初始化范围	f_m
Sphere	$f_1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2$	$[-100, 100]^D$	$[-100, 50]^D$	0
Schwefel	$f_2(x) = \sum_{i=1}^D x_i + \prod_{i=1}^D x_i $	$[-10, 10]^D$	$[-5, 10]^D$	0
Rosenbrock	$f_3(x) = \sum_{i=1}^{D-1} (100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2)$	$[-30, 30]^D$	$[-2.028, 2.048]^D$	0
Ackley	$f_4(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$	$[-32, 32]^D$	$[-32.768, 16]^D$	0
Rastrigin	$f_5(x) = \sum_{i=1}^D (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10)$	$[-5.12, 5.12]^D$	$[-5.12, 5.12]^D$	0
Griewank	$f_6(x) = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	$[-600, 600]^D$	$[-600, 200]^D$	0



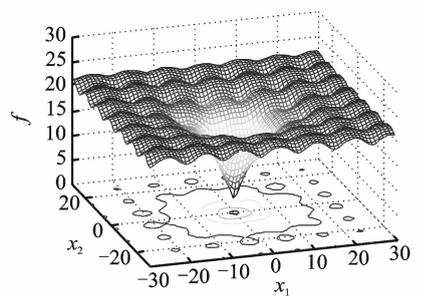
(a) Sphere函数



(a) Rosenbrock函数



(b) Schwefel函数



(b) Ackley函数

图 1 Sphere 和 Schwefel 函数的 3-D 视图

图 2 Rosenbrock 和 Ackley 函数的 3-D 视图

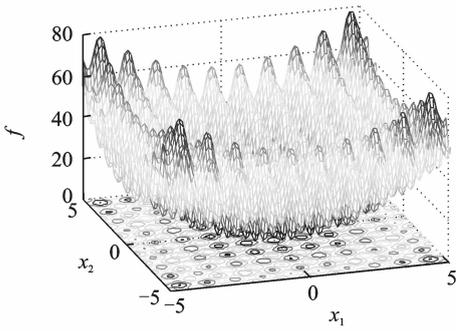
结构特征是外部区域几乎平坦,中间出现一个孔或者峰(不光滑)。

Rastrigin 函数(图 3(a))是一个典型的具有大量局部最优点的复杂多模函数,使算法很容易陷入局部最优,而较难得到全局最优值。Griewank 函数(图 3(b))为旋转、不可分离的、可变维数的多模函数。

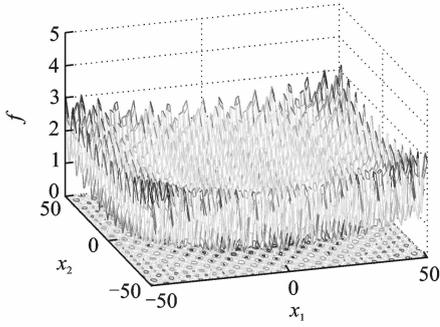
3.2 参数设置

本文提出的 PSO-Q 与其他 7 种粒子群算法进行了比较试验,所用到的对比算法有:PSO,自适

应变异的粒子群优化算法(Fitness-distance-ratio based particle swarm optimization, FDRPSO),带收缩因子的粒子群优化(PSO-constraint factor, PSO-cf),局部带收缩因子的粒子群优化(PSO-constraint factor-local, PSO-cf-local),统一的粒子群优化(Unified particle swarm optimization, UPSO),全息粒子群(Fully informed particle swarm, FIPS)^[19]和 QPSO^[20]。每种优化算法的参数设置如下:最大迭代次数为 1 000 次,种群规模为 30 (QPSO 具体参数设置参见文献[20]),算法中的其他参数参见表 2。



(a) Rastrigin函数



(b) Griewank函数

图 3 Rastrigin 和 Griewank 函数的 3-D 视图

为了确定 PSO-Q 参数 m 和 c , 本文做了相关的实验来确定这两个参数的具体范围以及对算法优化能力的影响。在图 4 显示了参数 m 对 PSO-Q 性能的影响, 从整体上可以看到, m 的值越小, PSO-Q

表 2 算法参数设置表

算法	惯性权重	学习因子(c_1, c_2)
PSO	$0.9 - 0.5t/iter_{max}$	$c_1 = c_2 = 1.49$
FDRPSO	$0.9 - \frac{0.5t}{iter_{max}}$	$c_1 = c_2 = 1.0, c_3 = 2.0$
PSO-cf	0.729	$c_1 = c_2 = 1.49445$
PSO-cf-local	0.729	$c_1 = c_2 = 1.49445$
UPSO	0.729	$c_1 = c_2 = 1.49445$
FIPS	0.729	$c_1 = c_2 = 2.05$

的优化性能越好, 反之, PSO-Q 的性能越差。所以在本文中, m 的值选为 5。

在式(13)中的 c 为控制位置移动步长的参数, 主要是对优化能力的控制, 其与 PSO-Q 算法的关系如图 5 所示。在 $c = 1.1$ 时, 4 个优化函数都取得较好的结果, 这样可以控制搜索的能力。步长过小, 使得 PSO-Q 算法收敛过快, 步长太大, PSO-Q 算法无法收敛。所以 c 的取值比较重要, 在设计中选取 1.1。

3.3 实验结果

本文对所提出的 PSO-Q 的性能与当前一些经典的粒子群算法进行了比较, 实验结果是基于 30 试验的平均结果 (Mean) 和标准差 (Std) 作为性能评比的标准。针对每个测试函数, 用黑体标注最优的结果。

表 3 各个算法在标准测试函数上的优化结果

算法	Sphere 函数		Schwefel 函数		Rosenbrock 函数	
	平均结果	标准差	平均结果	标准差	平均结果	标准差
PSO	5.78e-04	8.99e-04	8.47e-04	6.05e-04	7.18e+01	5.01e+01
FDRPSO	7.56e-16	3.04e-15	7.35e-06	4.95e-05	4.49e+01	3.93e+01
PSO-cf	1.88e-14	4.10e-14	1.68e-04	7.58e-04	4.70e+01	3.67e+01
PSO-cf-local	1.50e-07	1.45e-07	2.34e-05	1.11e-05	8.65e+01	1.24e+02
UPSO	1.10e-13	1.61e-13	1.29e-08	7.62e-09	5.33e+01	3.09e+01
FIPS	8.71e+00	2.42e+00	8.89e-01	1.51e-01	7.25e+02	3.10e+02
QPSO	9.75e-09	7.18e-09	2.33e-05	1.23e-05	2.17e+01	1.86e+01
PSO-Q	5.78e-19	8.99e-19	8.47e-15	6.05e-15	2.89e+01	7.85e-02
算法	Ackley 函数		Rastrigin 函数		Griewank 函数	
	平均结果	标准差	平均结果	标准差	平均结果	标准差
PSO	4.47e+01	1.17e+01	1.13e-01	3.61e-01	1.59e-02	2.39e-02
FDRPSO	3.92e+01	1.01e+01	1.36e-01	3.80e-01	8.76e-03	1.25e-02
PSO-cf	5.88e+01	1.85e+01	1.82e+00	1.14e+00	2.80e-02	3.27e-02
PSO-cf-local	4.56e+01	1.19e+01	4.18e-02	2.08e-01	8.22e-03	9.73e-03
UPSO	6.80e+01	1.63e+01	2.31e-02	1.63e-01	3.78e-03	6.11e-03
FIPS	1.39e+02	1.14e+01	1.80e+00	2.91e-01	1.08e+00	2.29e-02
QPSO	3.33e+01	1.20e+01	2.82e-05	1.33e-05	6.80e-03	1.01e-02
PSO-Q	2.24e+01	5.85e+00	1.13e-07	3.61e-07	2.91e-03	2.39e-03

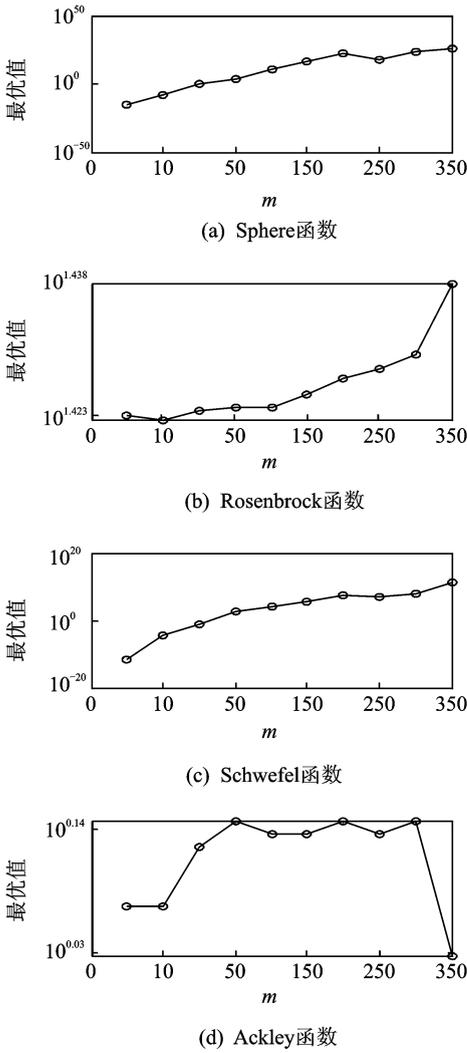


图 4 参数 m 与 PSO-Q 性能关系

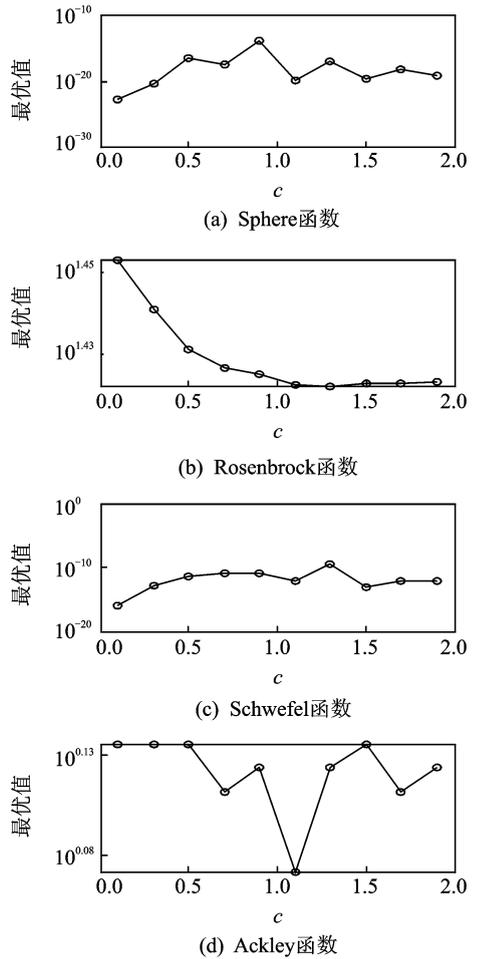


图 5 参数 c 与 PSO-Q 性能关系

图 6 给出了各种算法的对比结果图。从图 1~3 可以知道, Sphere, Rosenbrock 和 Ackley 函数为单模函数, Schwefel, Rastrigin 和 Griewank 函数为多模函数。无论是单模函数还是多模函数, PSO-Q 都优于其他算法(除 Rosenbrock 函数外,但 PSO-Q 也优于大部分算法,可以从表 3 看到优化的结果)。从图 6(a) 可以看出, PSO-Q 的收敛速率最快,其次是 PSO-cf 和 UPSO,这两种算法的收敛速率基本接近。对于 FIPS 在这个函数的优化能力比较差,较早的“早熟”,没有达到优化的目标,迭代前期, PSO 与 FIPS 有相似的性能曲线,虽然后期可以跳出局部最优,但其有陷入了另外的局部最小,最终也没有达到较好的优化效果。FIPS 保持最好的多样性优化能力,收敛能力次于搜索能力相似的 PSO-cf-local 和 QPSO,最后的优化值超过了 PSO-cf-local 和 QPSO,这说明,对于

简单的单模函数保持多样性对搜索能力也是很重要的。对于求解 Schwefel 函数(图 6(b)),在其他算法陷入局部最小时, PSO-Q 却没有,这要得益于 PSO-Q 中引入的分组策略来平衡收敛速度与多样性。对于图 6(c) 病态的单模函数 Rosenbrock 函数,如前面所述,是比较难优化的,在所有算法中, QPSO 算法寻到的结果最好,但是收敛速度不是最好,而 PSO-Q 虽然没有超过 QPSO 的最后结果,却收敛最快,寻到的最小值仅次于 QPSO。FDRP-SO, PSO-cf-local 和 UPSO 收敛与最优的结果很相似,优于 PSO 和 FIPS 的结果,参见表 3。图 6(d) 反映出 PSO-Q 具有较快的收敛,较为平滑的多样性的多样性,这是其他 7 种算法不能同时兼备的,如 PSO-cf 和 UPSO 具有较快的收敛,但是都出现了早熟的现象,这跟被优化问题的“landscape”有极大的关系,由于 Ackley 函数有一个不平滑的单峰(如图 2(b) 所示),如果算法不具备较好的多样性能力,很容易陷入其中。从图上可以看到, QPSO 和 FDRPSO 的优化结果反应出搜索空间多样性可

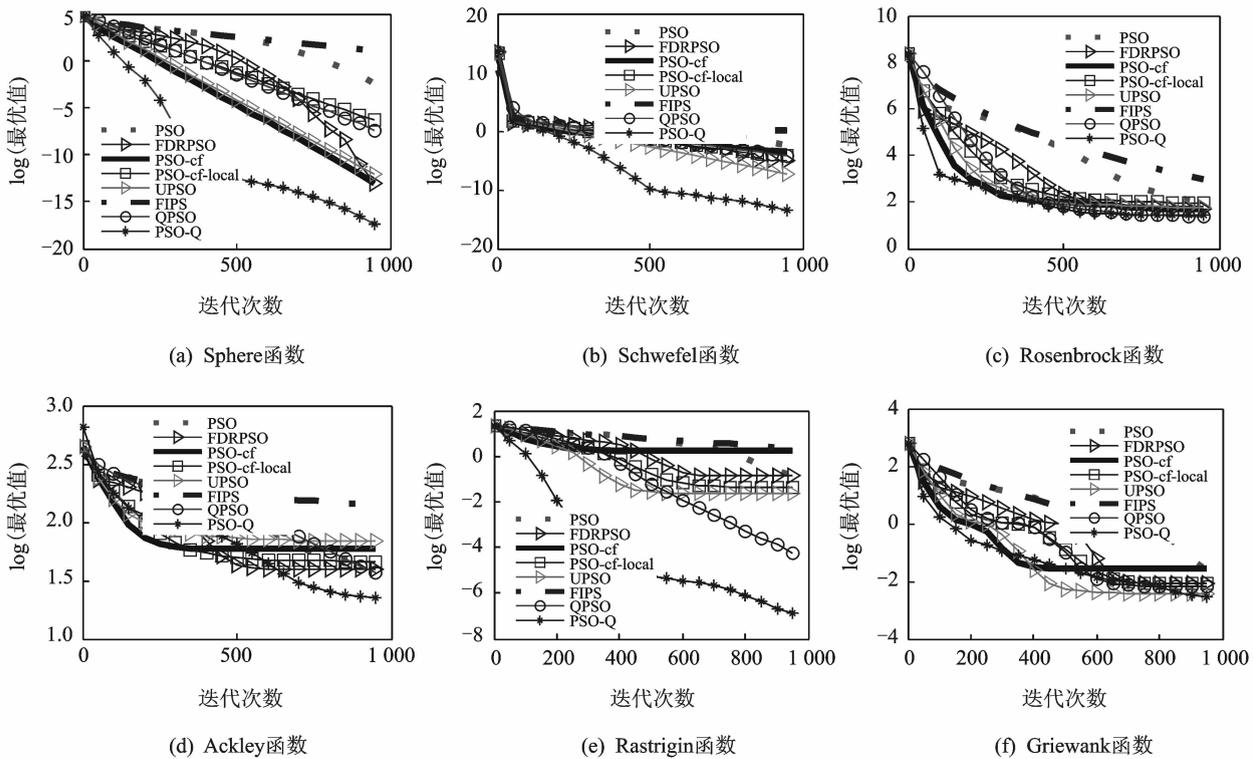


图6 算法对比结果

以提高搜索精度。对图6(e,f)中的多模态函数 Rastrigin 和 Griewank 函数,在图6(e)中 PSO-Q 的搜索能力特别明显,其他算法与它的差距很大,结果远远优于 QPSO,其他算法基本都陷入了复杂多模函数的局部最优点。在图6(f)中,性能曲线大体一致,从多样性角度看,FIPS 和 PSO 较好,从收敛速度角度看,PSO-cf 和 PSO-Q 较好,PSO-Q 的收敛略优于 PSO-cf。

从上面的分析中可以得出,基于量子势阱分组的 PSO-Q 算法的寻优能力在单模及多模函数方面都对 PSO 和 QPSO 算法有所改进,而且大部分都优于改进的 QPSO 算法。

4 结束语

本文提出了一种基于量子机制的分组粒子群算法,利用分组方式来改进量子粒子群算法,并且重新分配不同组之间的信息共享与更新。通过实验表明,分组的量子粒子群算法相比标准粒子群算法和量子粒子群算法具有求解精度高、不易陷入局部最优解、快速收敛的优点。分组粒子群算法具有较简易的操作,工程应用前景广阔,例如工业建模参数优化,神经网络与滤波的参数估计,这也为进一步研究其在工程领域应用打下基础。

参考文献:

- [1] Eberhart R, Shi Y. Particle swarm optimization: developments, applications and resources [C]//Proc IEEE Congr Evol Comput. Seoul, Piscataway: IEEE, 2001: 81-86.
- [2] Tripathi P, Bandyopadhyay S, Pal S K. Multi-objective particle swarm optimization with time variant inertia and acceleration coefficients [J]. Inform Sci, 2007, 177(22): 5033-5049.
- [3] Janson S, Middendorf M. A hierarchical particle swarm optimizer and its adaptive variant [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2003, 6: 1272-1282.
- [4] 黄睿. 基于粒子群算法和序贯搜索的高光谱波段选择 [J]. 数据采集与处理, 2012, 27(4): 469-473.
Huang Rui, Hyperspectral band selection using particle swarm optimization and sequential search [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2012, 27(4): 469-473.
- [5] Samrat L S, Siba K U, Murthy K P N. Small signal parameter extraction of MESFET using quantum particle swarm optimization [J]. Microelectronics Reliability, 2010, 50(2): 199-206.
- [6] Mikki S M, Kishk A A. Quantum particle swarm optimization for electromagnetics [J]. IEEE Transac-

- tions on Antennas and Propagation, 2006, 54(10): 2764-2775.
- [7] Sun Jun, Liu Jing, Xu Wenbo. Using quantum-behaved particle swarm optimization algorithm to solve non-linear programming problems[J]. Int J Comput Math, 2007, 84(2): 261-272.
- [8] 周颀, 孙俊, 须文波. 具有量子行为的协同粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2011, 26(4): 582-586.
Zhou Di, Sun Jun, Xu Wenbo. Quantum-behaved particle swarm optimization algorithm with cooperative approach[J]. Control and Decision, 2011, 26(4): 582-586.
- [9] 李盼池, 王海英, 宋考平, 等. 量子势阱粒子群优化算法的改进研究[J]. 物理学报, 2012, 61(6): 25-34.
Li Panchi, Wang Haiying, Song Kaoping et al. Research on the improvement of quantum potential well-based particle swarm optimization algorithm[J]. Acta Phys Sin, 2012, 61(6): 25-34.
- [10] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization [C]// Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway: IEEE Service Center, 1995: 1942-1948.
- [11] Schrödinger E. An undulatory theory of the mechanics of atoms and molecules[J]. Physical Review, 1926, 28(6): 1049-1070.
- [12] Den B F V, Engelbrecht A P. A cooperative approach to particle swarm optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 225-239.
- [13] Langdon W B, Poli R. Evolving problems to learn about particle swarm and other optimizers[C]// Proc CEC-2005. Munich, Germany: [s. n.], 2005: 81-88.
- [14] Clerc M. Stagnation analysis in particle swarm optimization or what happens when nothing happens[EB/OL]. 2006. <http://clerc.maurice.free.fr/psol/>.
- [15] Liang J J, Qin A K, Suganthan P N, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(3): 281-295.
- [16] Clerc M, Kennedy J. The particle swarm-explosion, stability and convergence in a multidimensional complex space[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6: 58-73.
- [17] Sun Jun, Wu Xiaojun, Palade V, et al. Convergence analysis and improvements of quantum-behaved particle swarm optimization[J]. Information Sciences, 2012, 193(15): 81-103.
- [18] Yao X, Liu Y, Lin G. Evolutionary programming made faster[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1999, 3(2): 82-102.
- [19] Liang J J, Qin A K, Suganthan P N, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(3): 281-295.
- [20] Sun Jun, Feng Bin, Xu Wenbo. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior[C]// Proc of Congress on Evolutionary Computation. [S. l.]: IEEE, 2004: 325-331.

作者简介:王养廷(1966-),男,副教授,研究方向:智能计算与优化、软件工程,E-mail wang_y_t@sohu.com; 闫文忠(1976-),男,副教授,研究方向:计算机通信。