

文章编号:1004-9037(2013)03-0352-06

混沌振子弱信号能量检测方法

孙文军¹ 芮国胜² 张 洋² 王 林¹

(1. 海军航空工程学院研究生管理大队,烟台,264001; 2. 海军航空工程学院电子信息工程系,烟台,264001)

摘要:提出了一种 Duffing 弱信号能量检测方法。通过能量算法对不同状态下 Duffing 振子的频率分布特性进行分析,得到了一种基于瞬时频率的 Duffing 振子状态判别方法,并进一步给出了相变判别阈值的设定准则,且对检测算法的抗噪性和实时性进行了分析。仿真实验表明,该方法的计算量和实时性比传统相变判别算法有明显的改善,可满足强噪声背景下微弱信号的快速检测要求。

关键词:混沌检测;能量分离算法;判别阈值;实时性

中图分类号:TN911.7

文献标志码:A

Chaotic Oscillator Detection Method for Weak Signals

Sun Wenjun¹, Rui Guosheng², Zhang Yang², Wang Lin¹

(1. Graduate Students' Brigade, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, 264001, China;

2. Department of Electronic Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, 264001, China)

Abstract: A novel Duffing detection method based on energy separation algorithm is proposed. The frequency distribution characteristics of the Duffing system in different states are investigated and an identification method is obtained with the instantaneous frequency, then the selection rule of identification threshold is given. The noise immunity and real-time property of the method are analyzed. Simulations show that the algorithm complexity and real-time performance of the method are significantly improved and it can meet the needs of the weak signal detection under the strong noise background.

Key words: chaotic detection; energy separation algorithm; identification threshold; real-time performance

引 言

近年来,混沌理论在现代信号检测领域中得到了广泛应用,其原因在于传统信号检测方法对低信噪比信号的检测可靠性不足;而基于混沌振子的检测方法则具有更低的信噪比检测门限。利用混沌振子对弱信号进行检测是一个复杂的数学过程,其实现的核心技术就是混沌相变的判别方法。

目前,国内外学者对微弱信号的混沌检测原理与相变判别方法进行了大量研究,取得了一些成果。其中,文献[1-2]中采用相平面轨迹法作为系

统相变的判据,但其易受仿真时间等多种因素影响,误差大且效率较低;文献[3]中采用双振子差分方法对相平面轨迹法进行了改进,但仍然没有摆脱图像观察法的范畴;文献[4]中的 Lyapunov 特性指数法可以准确地分析系统相空间轨迹和状态,但是系统方程 Jacobian 矩阵的求解非常困难,计算复杂度高,实时性较差,不利于工程实现;文献[5]中的 Melnikov 方法求解相对简单,但是判别准确性较低,误差较大。

综上所述,现有的相变判别方法存在多种问题,本文通过研究 Duffing 振子在不同状态下的频率分布特性,将 Teager 能量算子优良的非线性跟

踪特性运用到 Duffing 系统的输出检测过程,发现系统输出的瞬时频率在混沌状态和大尺度周期态下的波动特性存在较大差异,在此基础上提出了基于瞬时频率判据的相变判别方法,并对判别方法的抗噪性和实时性进行了分析。仿真实验表明,该方法具有良好的抗噪性能,实时性较传统判别方法有明显的改善,能够满足强噪声背景下微弱信号的快速检测需求。

1 基于能量算法的弱信号混沌检测

1.1 能量算子模型

20 世纪 90 年代初, Kaiser 等人率先提出了 Teager 能量算子^[6],并证明了它对信号具有较好的非线性跟踪特性,尤其是对调幅信号的幅度包络或者调频信号的频率瞬时变化特别敏感。

连续信号 $x(t)$ 的能量算子 Ψ 定义如下

$$\Psi_c[x(t)] = [x'(t)]^2 - x(t)x''(t) \quad (1)$$

式中 $x'(t)$, $x''(t)$ 分别为信号 $x(t)$ 的一阶导数和二阶导数。

信号的瞬时包络 $a_i(t)$ 和瞬时频率 $f_i(t)$ 分别为

$$|a_i(t)| \approx \frac{\Psi_c[x_i(t)]}{\sqrt{\Psi_c[x_i(t)]}} \quad (2)$$

$$f_i(t) \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Psi_c[x_i'(t)]}{\Psi_c[x_i(t)]}} \quad (3)$$

分析表明,能量算子受信号长度的影响小,可以从局部信号得到其瞬时频率和瞬时幅值,准确地表征原始信号的频率分布,在运算速度和检测精度方面具有比较明显的优势。

1.2 Duffing 振子检测模型

能够产生混沌吸引子的非线性动力学系统主要有 Duffing 模型、Lorenz 模型、Vanderpol 模型等。作为比较经典的混沌模型之一, Duffing 方程得到了国内外学者的普遍关注,在微弱信号检测领域应用广泛^[7-8]。

考虑基于 Duffing 振子的弱信号检测模型为

$$\ddot{x}(t) + \delta\dot{x}(t) - x(t) + x^3(t) = \gamma\cos(\omega t) + a\cos(\omega t) + \eta(t) \quad (4)$$

式中: $\gamma\cos(\omega t)$ 为系统周期策动力, δ 为阻尼比, $-x(t) + x^3(t)$ 为非线性恢复力, $a\cos(\omega t)$ 为外加待测信号, 系统频率取值 ω 与待测信号的频率相同, $\eta(t)$ 为随机噪声。混沌检测思想主要是基于振子对初始值的敏感性和对噪声的免疫性。当系统处于临界状态时, 待测信号幅值的微小变化都将使系统

发生相变, 进而根据系统是否发生相变来判定信号的存在与否。

1.3 基于 Duffing 振子的能量分析算法

Duffing 系统方程是一个二阶非线性随机微分方程, 如果微分方程的数值解法精度不够, 就无法准确地描述混沌系统的特性。本文中采用 Euler-Maruyama 算法^[9]对 Duffing 系统进行解算, 其递推公式如下

$$\begin{cases} x(k+1) = hy(k) \\ y(k+1) = (-\delta y(k) + x(k) - x^3(k) + \gamma\cos(\omega t(k)))h + \sqrt{2D}\sqrt{h}\epsilon_k \end{cases} \quad (5)$$

式中: h 为积分步长, ϵ_k 为零均值, 单位方差的高斯随机序列, D 表征高斯白噪声的强度。

把系统递推解算得到的 $x(k)$ 看作一个离散信号, 其能量算子^[10]定义为

$$\Psi_d[x(k)] = x^2(k) - x(k-1) \cdot x(k+1) \quad (6)$$

将连续时间变量 t 更改为离散时间变量 T , 即采样周期, 且 $T=1/h$ 。使用离散差分方程代替连续时间变量的导数, 得到如下的映射关系

$$x_i'(t) \leftrightarrow [x_i(k+1) - x_i(k-1)] \cdot h/2T \quad (7)$$

$$x_i''(t) \leftrightarrow [x_i(k+2) - 2x_i(k) + x_i(k-2)] \cdot h^2/4 \quad (8)$$

进而得到信号的瞬时包络 $a_i(k)$ 和瞬时频率 $f_i(k)$

$$|a_i(k)| = \frac{\Psi_d[x_i(k)]}{\sqrt{\Psi_d[x_i(k+1) - x_i(k-1)]}} \quad (9)$$

$$f_i(k) \approx \frac{1}{2\pi} \arccos\left(1 - \frac{\Psi_d[x_i(k+1) - x_i(k-1)]}{2\Psi_d[x_i(k)]}\right) \quad (10)$$

能量分析算法是定义在小样本信号上的, 可以实时地求出 Duffing 系统输出解的瞬时频率、瞬时幅值和包络线。

2 实验分析

2.1 系统频率分布定性分析

Duffing 系统对周期策动力的幅值变化非常敏感, 在阻尼比固定的情况下, 随着周期性策动力的强度变化, 系统将历经同宿轨道、分叉、混沌轨迹、临界状态、大尺度周期状态等。此时, 若调整系统周期策动力的幅值 $\gamma=0.80$, Duffing 系统将处于混沌状态, 其相图为一定区域内永不封闭的轨迹; 如果增加策动力强度到 $\gamma=0.82$ 时, 系统将迅速发生相变进入大尺度周期状态, 对应的相图为封闭曲线。两种状态下系统的相图分别如图 1~2

所示。

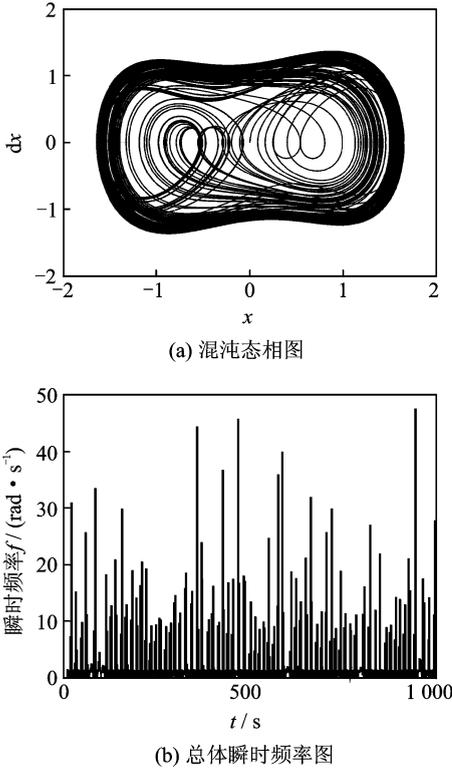


图 1 混沌态系统输出 x 的瞬时频率

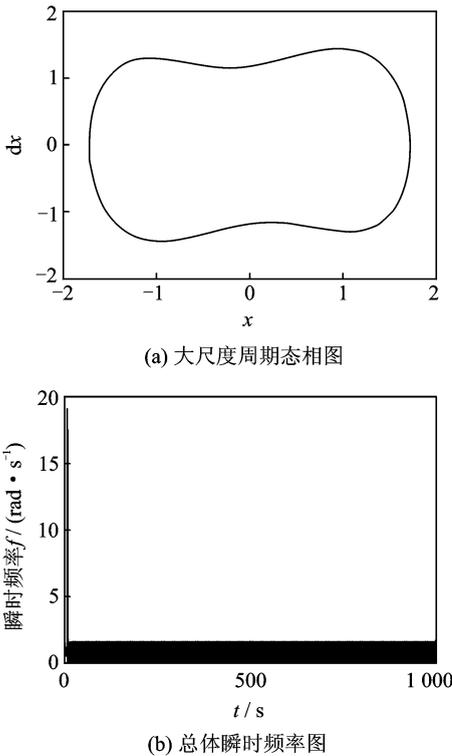


图 2 大尺度周期态系统输出 x 的瞬时频率

采用能量分析算法对 Holmes 型 Duffing 方程构成的混沌系统进行解算。系统主要参数设置为：系统阻尼比 $\delta=0.5$ ，内置周期策动力频率为 $\omega=$

1 rad/s ，初值设定为 $(x, \dot{x})=(0,0)$ ，积分步长为 $h=0.01 \text{ s}$ 。分别计算混沌状态与大尺度周期态下 Duffing 系统输出 x 的总体瞬时频率分布特性，得到的结果如图 1(b)，图 2(b) 所示。

由图 1~2 可以看出，混沌状态时系统输出 x 的瞬时频率波动较大，有大量高频脉冲存在，范围为 $0\sim 50 \text{ rad/s}$ ；大尺度周期态时，系统输出 x 的瞬时频率初始波动较大，但很快收敛并且稳定在 $0\sim 2 \text{ rad/s}$ 范围内。由以上分析可以看出，两种状态下 Duffing 系统输出 x 的瞬时频率分布特性存在较大差别，可以将其作为系统相变判别的依据。

2.2 定量分析

定性分析表明，在背景噪声强度不同的情况下，经能量算法计算得到系统输出 x 的瞬时频率波动性有所差别，因此为了更好地实现混沌相变的判别，需要利用统计知识对系统差异进行定量分析。

在一定时间内，对进入稳定状态的系统输出 x 的瞬时频率值连续采样 n 次作为采样所得样本，每个积分步骤作为一个采样点，样本均值为 f_{mean} ，最大值为 f_{max} ，统计样本方差为

$$f_{\text{std}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (f_i - f_{\text{mean}})^2} \quad (11)$$

进一步解算可得

$$f_i = f_{\text{mean}} + \frac{p_i}{\sqrt{n-1}} \cdot f_{\text{std}} \quad (12)$$

令均方根值的加权系数 $\lambda_i = \frac{p_i}{\sqrt{n-1}}$ ，得到如下

的相变系数阈值

$$\lambda_{\text{trans}} = \frac{TH_{\text{trans}} - f_{\text{mean}}}{f_{\text{std}}} \quad (13)$$

式中： TH_{trans} 为相变判别阈值，令 $TH_{\text{trans}} \geq f_{\text{max_period}}$ ，其中 $f_{\text{max_period}}$ 为大尺度周期态下 Duffing 系统输出 x 的最大瞬时频率值，进一步计算可得相变阈值系数 λ_{trans} 。

对 100 次蒙特卡洛仿真实验所得的数据进行分析（背景噪声为高斯白噪声），系统输出 x 的瞬时频率统计结果及阈值系数如表 1 所示。

由表 1 可以看出，随着信噪比的降低，系统瞬时频率值的波动范围将会进一步增大，阈值系数也随之增大。因此，为了满足更低信噪比条件下混沌系统的相变判别需求，阈值系数设定应尽量逼近低信噪比条件下的阈值系数。

表 1 不同信噪比下系统输出 x 的瞬时频率统计值及阈值系数 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$

瞬时频率	SNR/dB						
	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30
f_{\max}	2.796	3.507 6	4.558 1	6.187 3	8.705 3	13.185 5	24.759 9
f_{mean}	1.033 2	1.098 1	1.198 1	1.358 6	1.613 0	1.994 6	2.505 6
f_{std}	0.696 0	0.786 0	0.970 8	1.265 6	1.685 1	2.259 4	2.897 7
阈值系数	2.50	3.06	3.47	3.82	4.21	4.96	7.68

根据以上分析结果,基于能量算法的混沌相变判别步骤为:

- (1)调整系统周期策动力的强度,使系统处于临界状态;
- (2)输入含噪待测信号,记录系统解算输出的 x 值;
- (3)采用能量算法得到其频率分布特性并进行分析,根据式(13)计算相变阈值 TH_{trans} ;
- (4)比较相变阈值 TH_{trans} 和最大瞬时频率值 f_{\max} ,若 $TH_{\text{trans}} \geq f_{\max}$,表明系统已经发生相变;反之,系统未发生相变。

2.3 抗噪声性能分析

采用微弱电力载波信号来检验能量检测方法的抗噪声性能,假设待测信号为 $a\cos(\omega t + \tau)$,分别用相位“0”,“ π ”表示数字信号 1,0,对检测方程进行推导,得到相位检测区间^[11]

$$\arccos(a/2\gamma) - \pi \leq \tau \leq \arccos(a/2\gamma) + \pi \quad (14)$$

当相位 τ 位于相位检测区间时,可利用 Duffing 系统实现信号检测。

为了定量地分析算法的抗噪性能,对一组强噪声背景下的微弱电力载波信号(1 000 个随机信号)进行了检测实验,实验主要参数设置:待测信号为强度 0.02 V,频率 1 rad/s 的电力载波信号,由噪声发生器产生不同强度的背景噪声。Duffing 检测系统的主要参数:阻尼比 $\delta=0.5$, $\omega=1$ rad/s, $h=0.01$ s。当待测信号相位在 0 和 π 之间跳变时,对应的是 Duffing 系统在混沌态和大尺度周期态之间的转换。

随机抽取其中的 4 个信号,依次为 1,0,0,1,其载波信号相位分别为 0, π , π ,0,加入背景噪声后,信号的相位和幅度发生了巨大的变化,有用信号完全淹没在背景噪声中,含噪待测信号的波形示意图如图 3 所示,此时,应用传统信号检测方法将无法实现有用信号的可靠提取。

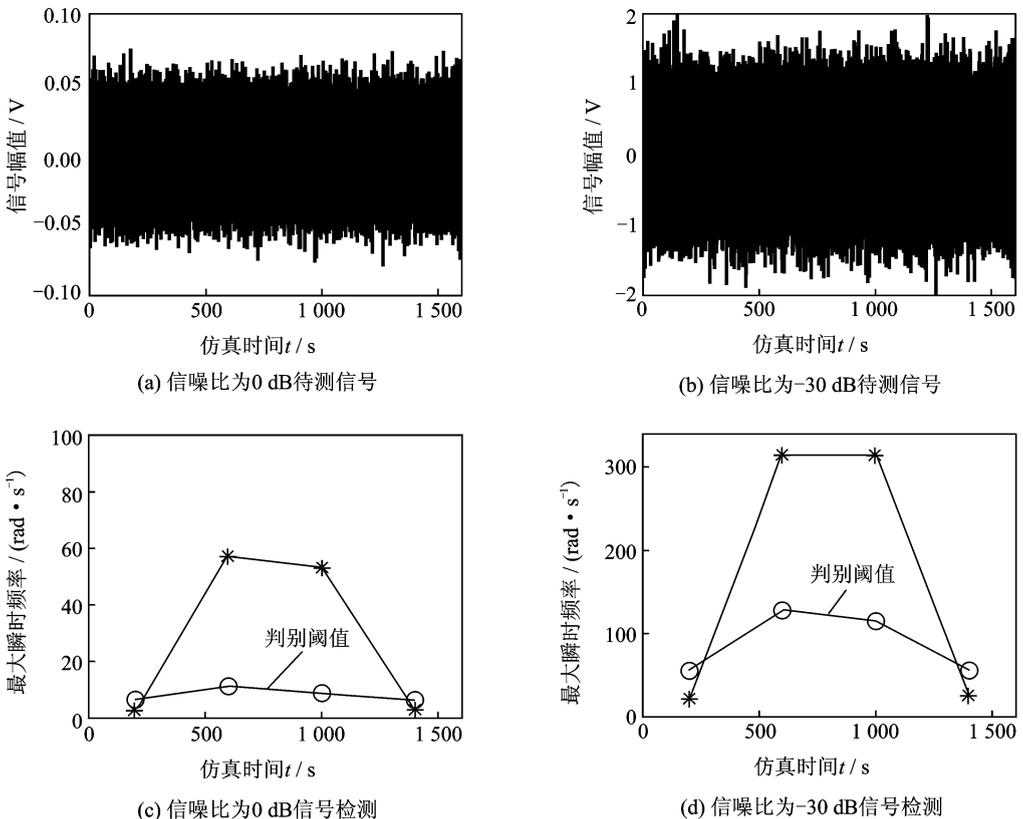


图 3 信噪比为 0 dB, -30 dB 的信号检测

应用能量算法对 Duffing 系统输出 x 的瞬时频率进行分析,根据式(13)计算出各码元的判别阈值及系统输出的瞬时频率最大值如图 3(c),(d)所示。当信号为 1 时,系统输出 x 的瞬时频率最大值小于判别阈值;当信号为 0 时,系统输出 x 的瞬时频率最大值大于判别阈值,实现了对载波信号的有效检测。

表 2 给出了应用包络判别法和本文检测方法对 10 组微弱电力载波信号(每组 1 000 个随机信号)进行检测的误差分析结果,从表中可以看出:在低信噪比情况下,本文方法的检测效果明显优于包络判别法。

表 2 基于不同判别算法的载波信号检测平均报错信号数目

检测算法	SNR/dB						
	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30
包络判别法	0.7	1.4	14.3	21.4	35.6	56.2	102.5
本文算法	0.2	0.5	1.3	2.1	3.8	5.9	11.0

2.4 复杂度分析

Lyapunov 指数法是目前应用最广泛的经典 Duffing 振子相变判别算法之一,现在对本文方法和 Lyapunov 指数法两种算法的实时性进行比较分析。仿真时间设置为 0~200 s,Duffing 系统的主要参数设置同 2.3 节,经过 100 次蒙特卡洛实验,其单次仿真运算时间结果如图 4 所示。

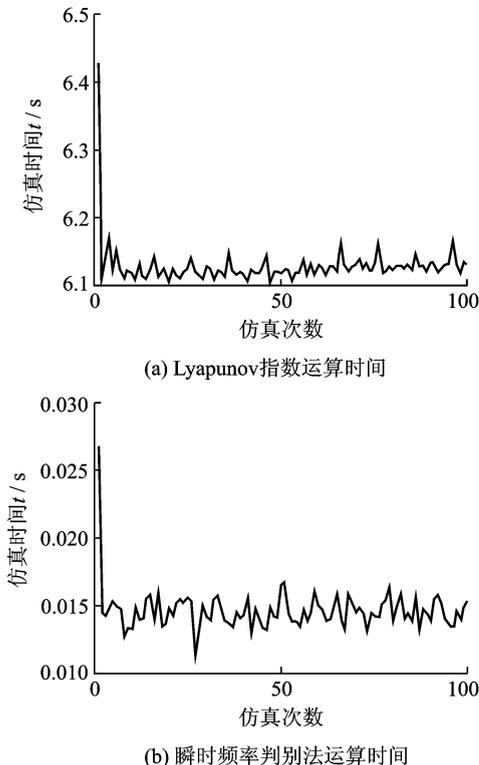


图 4 系统输出 x 的 Lyapunov 指数和瞬时频率仿真时间

通过仿真结果可以看出,能量检测方法的单次平均仿真运算时间为 0.014 6 s,而 Lyapunov 指数法的单次平均仿真运算时间 6.162 1 s,文中方法比后者大约降低了两个数量级;而且应用 Lyapunov 指数判别法时,需要求解系统方程的 Jacobian 矩阵,当应用于含噪信号的检测时,还需要对 Jacobian 矩阵进行重新调整。与 Lyapunov 指数判别法等传统数值判别算法相比,基于瞬时频率的能量检测方法在算法复杂度方面有明显改善。

与文献[1,2]中的方法相比,本文提出的检测方法效率更高,更有利于计算机自动检测和快速判别,避免人为因素的影响,对于实现强噪声背景下微弱载波信号的实时检测具有一定的实际价值。

3 结束语

本文将 Teager 能量算子和混沌系统进行有机结合,通过对 Duffing 系统输出瞬时频率的分布特性进行定性和定量分析,提出了一种基于能量算法的混沌振子弱信号检测方法。微弱电力载波信号的检测实验表明,该方法可有效实现 -30 dB~0 dB 信号的可靠检测,具有优良的抗噪声性能,同时其运算复杂度比经典 Lyapunov 指数判别法降低了两个数量级,是一种有效性和可靠性很高的混沌检测方法,对于实现强噪声背景下微弱载波信号的实时检测具有一定的实用价值。

参考文献:

- [1] 李士林,尹成群,尚秋峰,等. 基于图像识别理论的混沌特性判别方法[J]. 中国电机工程学报,2003,23(10):47-50.
Li Shilin, Yin Chengqun, Shang Qiufeng, et al. A method of identifying chaotic nature based on image recognition[J]. Proceedings of The Chinese Society for Electrical Engineering, 2003,23(10):47-50.
- [2] 王永生,姜文志,刘立佳,等. 考虑噪声影响的 Duffing 振子弱周期信号检测[J]. 数据采集与处理,2008,23(1):127-130.
Wang Yongsheng, Jiang Wenzhi, Liu Lijia, et al. Weak period signal detection through duffing oscillator by considering noise effect[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2008,23(1):127-130.
- [3] 赵华,尹成群,尚秋峰,等. 双振子差分混沌特性判别方法[J]. 中国电机工程学报,2006,26(23):32-35.
Zhao Hua, Yin Chengqun, Shang Qiufeng, et al. Two oscillator difference chaotic identification method[J]. Proceedings of The Chinese Society for Electrical Engineering 2006,26(23):32-35.

- [4] 杨红英,叶昊,王桂增,等. Duffing 振子的 Lyapunov 指数与 Floquet 指数研究[J]. 仪器仪表学报,2008,29(5):927-932.
Yang Hongying, Ye Hao, Wang Guizeng, et al. Study on Lyapunov exponent and Floquet exponent of Duffing oscillator[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008,29(5):927-932.
- [5] 李月,石要武,马海涛,等. 湮没在色噪声背景下微弱方波信号的混沌检测方法[J]. 电子学报,2004,32(1):87-90.
Li Yue, Shi Yaowu, Ma Haitao, et al. Chaotic detection method for weak square wave signal submerged in colored noise[J]. Acta Electronica Sinica, 2004,32(1):87-90.
- [6] Chen H, Varshney P K, Kay S M, et al. Theory of stochastic resonance effect in signal detection part I: dixed detectors[J]. IEEE transactions on Signal Processing,2005,55(7):3172-3185.
- [7] 叶青华,黄海宁,张春华. 用于微弱信号检测的随机共振系统设计[J]. 电子学报,2009,37(1):216-220.
Ye Qinghua, Huang Haining, Zhang Chunhua. Design of stochastic resonance systems in weak signal detection[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(1): 216-220.
- [8] Kaiser J F. On a simple algorithm to calculate the energy' of signal[C]//Proc IEEE Int Conf Account, Speech, Signal Processing. Albuquerque, NM: [s. n.],1990:381-384.
- [9] 龚光鲁. 随机微分方程及其应用概要[M]. 北京:清华大学出版社,2008:47-54.
Gong Guanglu. Stochastic differential equations and application summary[M]. Beijing: Tsinghua University Press,2008:47-54.
- [10] Boudra A O, Cexus J C. IF estimation using empirical mode decomposition and nonlinear Teager energy operator[C]//IEEE First International Symposium on Control Communications and Signal Processing. [S. l.]: IEEE, 2004:45-48.
- [11] 高清山,张天骐,黄铤,等. 基于 Simulink 的微弱 BPSK 信号解调[J]. 微计算机信息,2010,26(24):207-209.
Gao Qingshan, Zhang Tianqi, Huang Yao, et al. Simulation studies on chaos demodulation BPSK signal based on Simulink tools[J]. 2010,26(24):207-209.

作者简介:孙文军(1987-),男,博士,研究方向:数字通信信号检测,E-mail:djresearch@126.com;芮国胜(1968-),男,教授,研究方向:信号分析与处理,小波分析与应用;张洋(1979-),男,讲师,研究方向:非线性滤波与弱信号检测技术;王林(1985-),男,博士,研究方向:数字通信信号检测。

