

文章编号:1004-9037(2013)03-0313-06

非圆传播算子 DOA 估计算法

孙心宇 周建江

(南京航空航天大学电子信息工程学院,南京,210016)

摘要:传播算子方法(Propagator method, PM)是一种常用的波达方向估计算法,但传统 PM 算法在阵元数较小时估计精度较低。本文针对非圆信号,提出了一种非圆传播算子 DOA 估计算法。该算法首先对接收信号进行扩展,而后对扩展信号进行子阵划分,最后利用 PM 方法获得非圆传播算子。算法将信号的非圆特性与传统 PM 算法相结合,既具有传统 PM 算法无需计算协方差函数的特点,又去除了峰值搜索过程,减小了算法运算量。同时非圆特性的引入,使算法估计精度有了大幅度提高。通过计算量分析说明了算法的计算复杂度较小,并通过仿真验证了算法的有效性。

关键词:阵列信号;波达方向估计;非圆信号;传播算子方法

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

PM Method for Noncircular Signals

Sun Xinyu, Zhou Jianjiang

(College of Information Science and Technology, Nanjing University of
Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: Propagation method is a commonly used method in direction of arrival (DOA) estimation. However, when the number of sensors is small, the accuracy of estimation is not satisfying. Aiming at noncircular signals, a new noncircular PM method is proposed. Firstly, the received signal is extended. And then the extended signal is partitioned into two subarrays. Finally, the noncircular propagator is obtained by the conditional PM method. The method employs the combination of the noncircularity and the propagation method. It has neither the eigenvalue factorization of the extended correlation matrix nor the peak searching processing. So the computational load is much lower. The comparison and simulation prove that the proposed method has low computational load and good estimation accuracy.

Key words: array signal; direction of arrival (DOA) estimation; noncircular signal; propagator method (PM)

引 言

波达方向估计(Direction of arrival, DOA)是阵列信号处理中的重要研究部分^[1-3]。在信噪比较低、快拍数较少和多个信源位置相近时,传统的 DOA 估计算法的性能不能满足要求。随着非圆信号概念的提出,利用信号的非圆特性提高 DOA 估计算法的性能成为了研究的热点。特别是在低信噪比和小快拍数时,估计性能有了较大的提高^[4-5]。

针对经典 MUSIC 算法, Gounon 提出了一种

基于非圆信号的非 MUSIC 算法(MUSIC for non-circular signals, NC-MUSIC)^[6]。通过非圆特性的利用,提高了 DOA 估计精度与可测信源数,但算法中包含有峰值搜索过程,实时性较差。为了提高算法的效率,Charge 提出了 NC-MUSIC 算法的多项式求根解法^[7]。

针对传统旋转不变子空间(Estimation of signal parameters via rotational variance techniques, ESPRIT)算法, Haardt 等提出了基于非圆信号的酉-ESPRIT 算法(Unitary ESPRIT for noncircular sources, NC-UESPRIT)^[8],通过酉变换获得实值

矩阵后进行 DOA 估计。该算法同 NC-MUSIC 算法一样,提高了估计精度和可测信源数。Tayem 和 Kwon 提出了共轭 ESPRIT 算法 (Conjugate ESPRIT, C-SPRIT)^[9],利用构造出的新协方差矩阵提高估计精度和可测信源数。文献[10-11]提出了非圆 ESPRIT 的实值算法,简化了运算过程。

非圆 MUSIC 算法与非圆 ESPRIT 算法都需要计算扩展协方差函数,并对其进行特征值分解,接收信号的扩展使得它们的计算量急剧增大。为了减小计算量,人们研究了针对非圆信号的传播算子方法 (Propagator method, PM)。文献[12]在 2008 年提出了扩展传播算子方法 (Extended PM, EPM),并研究了该算法的实值过程。但 EPM 算法需要进行一维峰值搜索,未能充分体现 PM 算法的优点,同时 EPM 算法的估计精度有待提高。

针对 EPM 算法存在的峰值搜索以及估计精度问题,本文提出了一种利用分割矩阵进行 DOA 估计的非圆 PM 算法。此算法充分利用信号的非圆特性对接收信号进行了扩展,然后利用分割矩阵扩大了估计矩阵维数,从而在提高估计精度的同时去除了峰值搜索过程,保留了 PM 算法无需计算协方差函数,也无需对协方差函数进行特征值分解的优点,降低了算法的运算量。

1 数据模型

对于 M 个阵元的等间距线性阵列,阵元间距为 d 。设有 K 个波长为 λ ,非圆率为 1 的窄带非圆信号从不同的角度 θ_k 入射,接收矩阵可以表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{X}(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \cdots \quad x_M(t)]^T$$

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t) \quad s_2(t) \quad \cdots \quad s_K(t)]^T$$

$$s_k(t) = r_{1,k}(t)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(\theta_K)]$$

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [1 \quad \alpha_k^1 \quad \cdots \quad \alpha_k^{M-1}]$$

$$\alpha_k^1 = \exp\left(j2\pi \frac{d}{\lambda} \cos\theta_k\right)$$

$$\mathbf{n}(t) = [n_1(t) \quad n_2(t) \quad \cdots \quad n_M(t)]$$

式中: $(\cdot)^T$ 表示转置运算, $\mathbf{S}(t)$ 表示接收信号, \mathbf{A} 表示导向矩阵, $\mathbf{a}(\theta_k)$ 表示第 k 个信号的导向矢量, $\mathbf{n}(t)$ 表示均值为 0, 方差为 σ^2 的高斯白噪声。

扩展接收信号可以表示为

$$\tilde{\mathbf{X}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \mathbf{X}^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \\ \mathbf{A}_x^* \mathbf{T}_s^* \end{bmatrix} \mathbf{S}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{n}(t) \\ \mathbf{n}^*(t) \end{bmatrix} =$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_x \mathbf{S}(t) + \tilde{\mathbf{n}}(t) \quad (2)$$

式中: \mathbf{T}_s 为对角矩阵,且对角线元素的绝对值都为 1,可以表示为

$$\mathbf{T}_s = \text{diag}\{e^{j\varphi_1} \quad e^{j\varphi_2} \quad \cdots \quad e^{j\varphi_K}\} \quad (3)$$

式中: φ_i 为任意角度值; $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示对角阵。

2 算法表述

为了提高算法的估计精度,本文提出了一种非圆 PM 算法。算法无需计算扩展协方差函数,也无需峰值搜索过程,降低了运算量。由于非圆特性的利用,相较于传统 PM 算法,非圆 PM 算法的估计精度有了大幅度的提高。

将扩展接收信号 $\tilde{\mathbf{X}}(t)$ 划分为两个子阵,可以表示为

$$\tilde{\mathbf{X}}_1(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(1:M-1) \\ \mathbf{X}^*(2:M) \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{X}}_2 = \tilde{\mathbf{X}}(2:2M-1) \quad (4)$$

其中 $\mathbf{X}(n:m)$ 表示取矩阵 \mathbf{X} 的 n 至 m 行,划分后的子阵所对应的导向矢量可以表示为

$$\tilde{\mathbf{A}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(1:M-1) \\ \mathbf{A}^* \mathbf{T}_s^*(2:M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}(1:M-1) \\ \tilde{\mathbf{A}}(M+2:2M) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_2 = \tilde{\mathbf{A}}(2:2M-1)$$

易得

$$\tilde{\mathbf{A}}_2 = \tilde{\mathbf{A}}_1 \Psi$$

$$\Psi = \text{diag}\{\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_K\} \quad (6)$$

式中: Ψ 为包含有相位差的 $K \times K$ 维对角阵,估计出 Ψ 中各元素的值即估计出了信号的来向。

为了估计 Ψ 值,对导向矢量分析如下。

将 $\tilde{\mathbf{A}}_1$ 与 $\tilde{\mathbf{A}}_2$ 进行拼接后得到矩阵 $\tilde{\mathbf{C}}$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_1 \\ \tilde{\mathbf{A}}_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

对 $\tilde{\mathbf{A}}_1$ 进行分割可以得到

$$\tilde{\mathbf{A}}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{11} \\ \tilde{\mathbf{A}}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_1(1:K) \\ \tilde{\mathbf{A}}_1(K+1:2M-2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $\tilde{\mathbf{A}}_{11}$ 为 $\tilde{\mathbf{A}}_1$ 的前 K 行所对应的矩阵,且非奇异,剩余部分为 $\tilde{\mathbf{A}}_{12}$ 。

将式(8)代入 $\tilde{\mathbf{C}}$ 中,可得

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{11} \\ \tilde{\mathbf{C}}_1 \end{bmatrix}, \text{其中 } \tilde{\mathbf{C}}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{A}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{A}}_{11} \Psi \\ \tilde{\mathbf{A}}_{12} \Psi \end{bmatrix} \quad (9)$$

根据 PM 算法可以得到表达式

$$\tilde{\mathbf{C}}_1 = \mathbf{P}^H \tilde{\mathbf{A}}_{11} \quad (10)$$

将以上对导向矢量的分析引入扩展接收信号矩阵中,拼接扩展接收信号矩阵的子阵可得

$$\mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{X}}_1(t) \\ \tilde{\mathbf{X}}_2(t) \end{bmatrix} \quad (11)$$

对应的协方差函数估计值为

$$\hat{\mathbf{R}}_{F_L} = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L \mathbf{F}(t) \mathbf{F}^H(t) \quad (12)$$

对 $\mathbf{F}(t)$ 或协方差函数进行分块后可以得到

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \end{bmatrix} \text{ 与 } \hat{\mathbf{R}}_{F_L} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_1 & \hat{\mathbf{R}}_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中对 \mathbf{F} 进行行分割, \mathbf{F}_1 表示 \mathbf{F} 的前 K 行, \mathbf{F}_2 表示 \mathbf{F} 的后 $4M-4-K$ 行。对 $\hat{\mathbf{R}}_{F_L}$ 进行列分割, $\hat{\mathbf{R}}_1$ 表示 $\hat{\mathbf{R}}_{F_L}$ 的左边 K 列, $\hat{\mathbf{R}}_2$ 表示 $\hat{\mathbf{R}}_{F_L}$ 的右边 $4M-4-K$ 列。下面的分析以协方差函数为例,对接收矩阵的处理过程相同。

由式(10),可以得到

$$\mathbf{R}_1 \hat{\mathbf{P}}_{\text{csm}}^H = \mathbf{R}_2 \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{\text{csm}} = (\hat{\mathbf{R}}_1^H \hat{\mathbf{R}}_1)^{-1} \hat{\mathbf{R}}_1^H \hat{\mathbf{R}}_2 \quad (15)$$

其中 $\hat{\mathbf{P}}_{\text{csm}}$ 表示非圆传播算子。根据式(9)对非圆传播算子进行分块,可以得到

$$\hat{\mathbf{P}}_{\text{csm}}^H = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{P}}_1^T & \hat{\mathbf{P}}_2^T & \hat{\mathbf{P}}_3^T \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

式中: $\hat{\mathbf{P}}_1$ 的维数为 $(2M-2-K) \times K$, 是一个列满秩矩阵, $\hat{\mathbf{P}}_2$ 的维数为 $K \times K$, $\hat{\mathbf{P}}_3$ 的维数为 $(2M-2-K) \times K$ 。由式(10)可以得到

$$\tilde{\mathbf{A}}_{12} = \hat{\mathbf{P}}_1 \tilde{\mathbf{A}}_{11} \quad (17)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{11} \Psi = \hat{\mathbf{P}}_2 \tilde{\mathbf{A}}_{11} \quad (18)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{12} \Psi = \hat{\mathbf{P}}_3 \tilde{\mathbf{A}}_{11} \quad (19)$$

将式(17)代入式(19)中可以得到

$$\hat{\mathbf{P}}_1 \tilde{\mathbf{A}}_{11} \Psi = \hat{\mathbf{P}}_3 \tilde{\mathbf{A}}_{11} \quad (20)$$

由式(16)可知 $\hat{\mathbf{P}}_1$ 存在左逆矩阵,可以得到表达式

$$\hat{\mathbf{P}}_1^\# \hat{\mathbf{P}}_3 = \tilde{\mathbf{A}}_{11} \Psi \tilde{\mathbf{A}}_{11}^{-1} \quad (21)$$

其中 $(\cdot)^\#$ 表示广义逆运算。对表达式 $\hat{\mathbf{P}}_1^\# \hat{\mathbf{P}}_3$ 进行特征值分解可得

$$\hat{\mathbf{P}}_1^\# \hat{\mathbf{P}}_3 = \mathbf{E} \hat{\Psi} \mathbf{E}^{-1} \quad (22)$$

$$\hat{\Psi} = \text{diag} \{ \xi_1 \quad \xi_2 \quad \cdots \quad \xi_K \}$$

$$\xi_n = \exp \left(j 2 \pi \frac{d}{\lambda} \cos \theta_n \right) \quad (23)$$

式中 $\hat{\Psi}$ 为特征值组成的对角阵, \mathbf{E} 为对应的特征向量。

3 算法复杂度分析

为了体现非圆 PM 算法 (PM for noncircular signals, NC-PM) 在运算复杂度上的降低,下面将 NC-PM 算法与典型的非圆 DOA 估计算法进行比较。典型的非圆 DOA 估计算法有 NC-MUSIC 算法, NC-UESPRIT 算法, EPM 算法等。其中, NC-MUSIC 算法需要计算特征值分解扩展协方差函数,还包含一维峰值搜索过程, NC-UESPRIT 算法需要对扩展后的实值协方差矩阵进行特征值分解, EPM 算法无需计算协方差函数,但含有一维峰值搜索过程。

对各算法的运算量进行数值上的分析,不考虑复数加减法所需的运算量,只计算复乘次数。对于实值计算,一次复乘相当于 4 次实值计算,换算后获得最终的计算量。 $M \times L$ 维矩阵计算协方差需要的运算量为 $M^2 L$, $M \times M$ 维矩阵的特征值分解计算量为 $O(M^3)$ 。设 L 为采样数, M 为均匀线阵阵元数, K 为信源数,其中 $L \gg 2M$ 。结果如表 1 所示。表 1 中, EIG $M \times M$ 表示过程中对 $M \times M$ 的矩阵进行特征值分解;步长 0.1° 表示峰值搜索的步长为 0.1° 。

表 1 非圆 DOA 估计算法复杂度对比表

算法	一维估计算法 运算量	估计中的 EIG 过程	峰值 搜索
NC- MUSIC	$O(2M^2 L + 6M \times$ $(2M-K) \times 900)$	EIG $2M \times 2M$	步长 0.1°
NC- UESPRIT	$O(M^2 L)$	EIG $2M \times 2M$ EIG $K \times K$	无
EPM	$O(2MLK + 6M \times$ $(2M-K) \times 900)$	无	步长 0.1°
NC-PM	$O((4M-4)LK)$	EIG $K \times K$	无

设 L 为 100, M 为 8, K 为 3, 分别计算表 1 中 4 种算法的运算量

$$C_{\text{NC-MUSIC}} = O(2 \times 8^2 \times 100 + 6 \times 8 \times (2 \times 8 - 2) \times 900) = 617\ 600$$

$$C_{\text{NC-UESPRIT}} = O(8^2 \times 100) = 6\ 400$$

$$C_{\text{EPM}} = O(2 \times 8 \times 100 \times 2 + 6 \times 8 \times (2 \times 8 - 2) \times 900) = 608\ 000$$

$$C_{\text{NC-PM}} = (4 \times 8 - 4) \times 100 \times 2 = 5\ 600$$

从上面的比较中,可见峰值搜索的运算复杂度较大,因此 NC-UESPRIT 算法与 NC-PM 算法去

除了峰值搜索过程,降低了运算复杂度。NC-PM 算法的运算量小于 NC-MUSIC 算法与 EPM 算法,即在复运算非圆 DOA 估计算法中,NC-PM 算法的计算量最小。

4 算法性能仿真分析

将本文提出的 NC-PM 算法与双 L 形阵列 DOA 估计算法^[13]中提取出的基于圆信号的子阵 PM 算法 (Subarray propagator method, SPM) 进行比较。SPM 通过物理上的子阵分解获得了旋转因子,即包含相位差的对角阵。NC-PM 算法则是充分利用了信号的非圆特性,通过分割扩展矩阵获得了旋转因子,因此提高了算法的可估计信源数。SPM 算法要求信源数小于阵元数的一半,NC-PM 算法只要求信源数小于阵元数,使可估计信源数提高了一倍。NC-PM 算法与 SPM 算法都需要获得旋转因子,故一般只用于线性阵列中。

为了体现算法的性能,将 NC-PM 算法与传统的 DOA 估计算法,以及基于非圆信号的扩展 DOA 估计算法进行比较。仿真基于均匀线阵,阵元间距为半波长,由于算法针对非圆率为 1 的信号,因此假设入射信号都是 BPSK 信号,各信源的信噪比相同。蒙特卡洛仿真次数为 100。各算法中若需要峰值搜索过程,则设定搜索步长为 0.1° 。

实验 1 与传统 DOA 估计算法比较不同信噪比的估计精度

比较对象为 NC-PM 算法、MUSIC 算法、ESPRIT 算法以及 SPM 算法。比较方式为均方根误差 (Root mean square error, RMSE) 随入射信噪比 (Signal to noise ratio, SNR) 的变化, RMSE 定义为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K E[(\hat{\theta}_i - \theta_i)^2]} \quad (24)$$

式中: θ_i 表示第 i 个信源入射角度的真实值, $\hat{\theta}_i$ 表示 θ_i 的估计值。仿真中阵元数为 7, 入射信源数为 3, 入射角度分别为 $25^\circ, 40^\circ, 60^\circ$, 快拍数为 100。信源入射 SNR 从 -5 dB 变化至 30 dB。仿真结果如图 1 所示。从图 1 中可以看出, NC-PM 算法估计精度在相同入射 SNR 时优于传统的 DOA 估计算法, 特别是在小信噪比情况下。当信噪比为 0 dB 时, NC-PM 算法的 RMSE 值比 MUSIC 算法提高了约 4.5° , 相较于 ESPRIT 算法提高了约 1° 。

实验 2 与传统 DOA 估计算法比较不同快拍数的估计精度

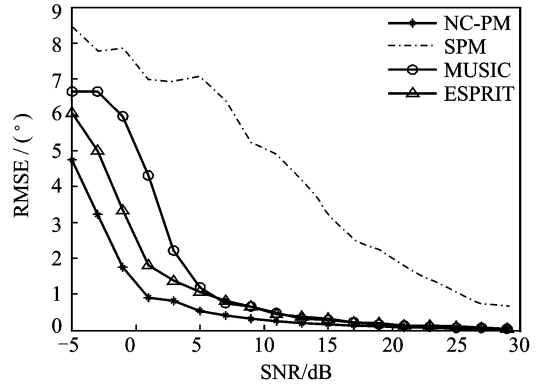


图 1 RMSE 随 SNR 变化的性能曲线 (与传统算法比较)

比较对象与实验 1 相同, 比较方式为 RMSE 随快拍数的变化。信源入射 SNR 设为 20 dB, 快拍数从 10 变化至 200, 其余假设条件与实验 1 一致。仿真结果如图 2 所示。从图 2(a) 中可以看出 SPM 算法估计精度虽然随着快拍数增大而不断地提高, 但其总体性能相对较差, 其余 3 种算法在图中基本近似, 估计精度都较好。为了更加清晰地体现算法性能, 将 NC-PM 算法、MUSIC 算法与 ESPRIT 算法在图 2(b) 中进行了放大处理。可以明显地看出 NC-PM 算法的估计精度较 MUSIC 算法与 ESPRIT 算法都有所提高。

实验 3 非圆 DOA 估计算法间比较不同信噪比下的估计精度

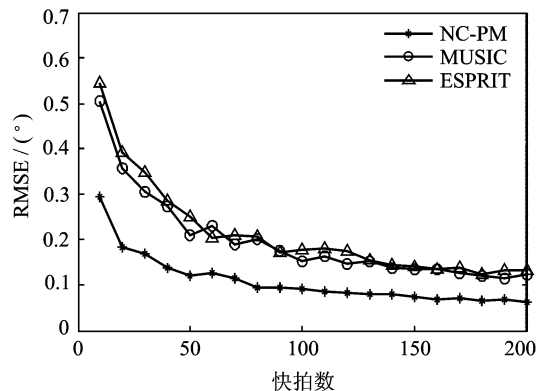
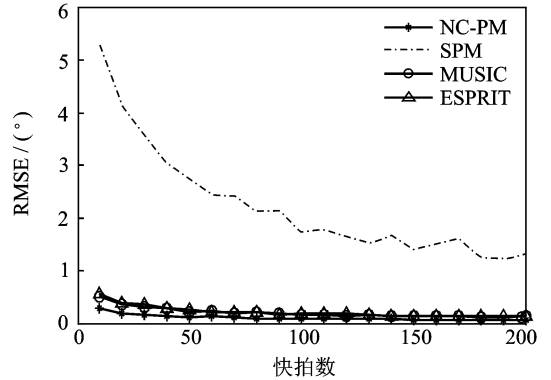


图 2 RMSE 随快拍数变化的性能曲线 (与传统算法比较)

比较对象为 NC-PM 算法、EPM 算法、NC-MUSIC 算法以及 NC-ESPRIT 算法。比较方式为 RMSE 随入射 SNR 的变化。仿真中阵元数为 7, 入射信源数为 2, 入射角度分别为 25° 和 40° , 入射 SNR 从 -5 dB 变化至 30 dB, 快拍数为 400。仿真结果如图 3 所示。从图 1 中可以看出 NC-PM 算法优于 EPM 与 NC-UESPRIT 算法, 略逊于 NC-MUSIC 算法, 但 NC-MUSIC 算法计算复杂度高, 需要峰值搜索。故综合而言 NC-PM 算法有较好的实用性。

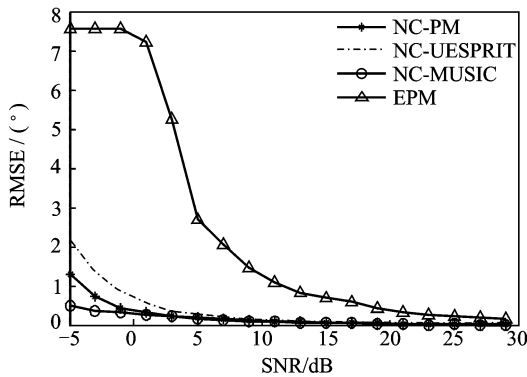


图 3 RMSE 随 SNR 变化的性能曲线(与非圆算法比较)

实验 4 非圆 DOA 估计算法间比较不同快拍数的估计精度

比较对象与实验 3 相同, 比较方式为 RMSE 随快拍数的变化。信源入射 SNR 为 20 dB, 快拍数从 10 变化至 400 , 其余假设条件与实验 3 一致。仿真结果如图 4 所示。从图 4(a)中可以看出 EPM 算法遵循了 RMSE 随快拍数变化的规律, 但估计精度不高, 其余 3 种算法的估计精度近似。为了更加清晰地体现它们的性能, 在图 4(b)中放大了图 4(a)的下半部分。从图 4(b)中可以看出 3 种算法在快拍数较大时估计精度差别较小, 在快拍数较小时, NC-MUSIC 算法最优, NC-PM 算法次之, 都优于 NC-UESPRIT 算法。

5 结束语

本文针对非圆信号的 DOA 估计, 提出了一种非圆 PM 算法。NC-PM 算法无需计算扩展协方差函数, 也无需峰值搜索过程。通过对计算复杂度的分析可以看出, NC-PM 算法与现有的 NC-MUSIC 算法、NC-UESPRIT 算法以及 EPM 算法相比降低了算法的复杂度。通过仿真可知, NC-PM 算法的估计精度优于 NC-UESPRIT 算法与 EPM 算法, 略逊于 NC-MUSIC 算法, 但计算量远优于 NC-

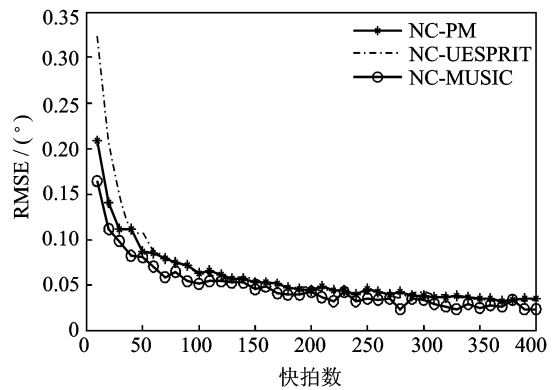
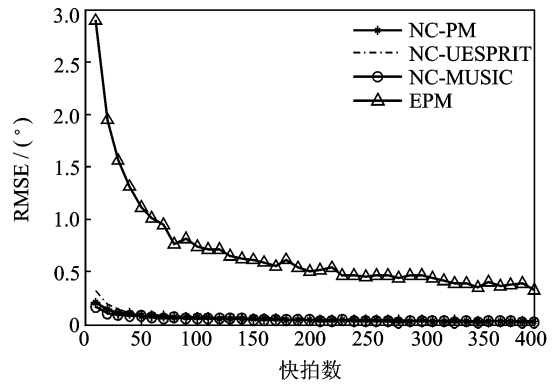


图 4 RMSE 随快拍数变化的性能曲线(与非圆算法比较)

MUSIC 算法。综合而言 NC-PM 算法兼顾了实时性和估计精度。

参考文献:

- [1] 韩勇, 乔晓林, 金铭, 等. 基于 Toeplitz 矩阵的酉变换波达角估计算法[J]. 数据采集与处理, 2011, 26(1): 52-56.
Han Yong, Qiao Xiaolin, Jin Ming, et al. Unitary transformation DOA algorithm based on toeplitz matrix [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2011, 26(1): 52-56.
- [2] 邓键敏, 吴瑛. 基于辅助阵元的二维波达方向估计算法[J]. 数据采集与处理, 2011, 26(3): 269-274.
Deng Jianmin, Wu Ying. 2-D DOA estimation algorithm based on auxiliary sensor [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2011, 26(3): 269-247.
- [3] 王鼎, 龚辉, 吴瑛. 基于四阶累积量的二维波达方向估计改进算法[J]. 数据采集与处理, 2007, 22(3): 342-346.
Wang Ding, Gong Hui, Wu Ying. Improved algorithm for 2-D DOA estimation based on fourth-order cumulates [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2007, 22(3): 342-346.
- [4] 刘剑. 非圆信号波达方向估计算法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2007.
Liu Jian. DOA estimation algorithms for noncircular

- signals using sensor arrays[D]. National University of Defense Technology, 2007.
- [5] 郑春第,解春维,李有才. 基于实值特征值分解的求根 MUSIC 算法[J]. 数据采集与处理, 2010, 25 (2): 154-159.
Zheng Chundi, Xie Chunwei, Li Youcai. Root MUSIC algorithm based on real-valued eigenvalue decomposition [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2010, 25 (2): 154-159.
- [6] Gounon P, Adnet C, Galy J. Localisation agulaire de signaux non circulaires [J]. Traitement du Signal, 1998, 15 (1): 17-23.
- [7] Charge P, Wang Y D, Saillard J. A non-circular sources direction finding method using polynomial rooting[J]. Signal Processing, 2001, 18: 1765-1770.
- [8] Haardt M, Romer F. Enhancements of unitary ESPRIT for non-circular sources [C] // International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. [S. l.]: ICASSP, 2004: 101-104.
- [9] Tayem N, Kwon H M. Conjugate ESPRIT(C-SPRIT) [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagator, 2004, 52 (10): 2618-2624.
- [10] 郑春第,冯大政,周祎,等. 基于非圆信号的实值 ESPRIT 算法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30 (1): 130-133.
Zheng Chundi, Feng Dazheng, Zhou Yi, et al. A real-value algorithm of ESPRIT via exploitation of non-circular sources property[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2008, 30(1): 130-133.
- [11] 郑春第,冯大政,雷革. 一种利用非圆信号特点的实值 DOA 估计算法[J]. 数据采集与处理, 2009, 24 (2): 193-197.
Zheng Chundi, Feng Dazheng, Lei Ge. DOA estimation algorithm for non-circular sources using real-value algorithm [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2009, 24(2): 193-197.
- [12] 刘剑,黄知涛,周一宇. 基于扩展传播算子的非圆信号测向方法[J]. 信号处理, 2008, 24 (4): 556-560.
Liu Jian, Huang Zhitao, Zhou Yiyu. Extend propagator method for direction estimation of noncircular signals [J]. Signal Processing, 2008, 24 (4): 556-560.
- [13] Tayem N, Kwon H M. L-shape 2-dimensional arrival angle estimation with propagator method [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagator, 2005, 53 (1): 1622-1630.

作者简介:孙心宇(1983-),女,博士研究生,研究方向:阵列信号处理, E-mail: sunxinyu@nuaa.edu.cn; 周建江(1962-),男,教授,博士生导师,研究方向:雷达目标特性分析。