

文章编号:1004-9037(2013)03-0280-04

# 一种虚拟 MIMO 中的低复杂度功率分配算法

王大鸣<sup>1</sup> 吕璐<sup>1,2</sup> 窦冬冬<sup>1</sup> 崔维嘉<sup>1</sup>

(1. 解放军信息工程大学信息工程学院, 郑州, 450002; 2. 解放军 73617 部队, 南京, 210049)

**摘要:**针对放大转发(Amplify-forward, AF)方式下,虚拟多输入多输出(Virtual-multiple input multiple output, V-MIMO)系统中的功率分配问题,提出一种基于线性注水原理的低复杂度功率分配算法。该算法通过快速排除信道条件较差的协作用户,并利用各协作用户功率值之间的线性递推关系式,将最优功率分配算法中的迭代运算转化为线性运算,在实现功率快速分配的同时,达到显著降低算法复杂度的目的。瑞利信道下的仿真结果表明,采用该算法所获得的系统容量和中断概率性能与最优功率分配算法相当。

**关键词:**虚拟多输入多输出;功率分配;线性注水;低复杂度

**中图分类号:** TN929.5

**文献标志码:** A

## Fast Power Allocation in Virtual-MIMO Systems

Wang Daming<sup>1</sup>, Lü Lu<sup>1,2</sup>, Dou Dongdong<sup>1</sup>, Cui Weijia<sup>1</sup>

(1. Information and System Engineering Institute, PLA Information Engineering University, Zhengzhou, 450002, China; 2. Unit 73617 of PLA, Nanjing, 210049, China)

**Abstract:** A power allocation algorithm based on linear water-filling with low complexity is proposed for the amplify-forward (AF) virtual-multiple input multiple output (V-MIMO) systems. The coordinated users with poor channel condition are excluded quickly, and the linear recursive relations among the remaining coordinated users are exploited to change the iterative calculation of optimal power allocation algorithm into linear allocation, which greatly simplifies the algorithm with quick power allocation. Simulations under Rayleigh fading circumstance show that the capacity and outage probability performance of the proposed algorithm are comparable to those of the optimal one.

**Key words:** virtual MIMO; power allocation; linear water-filling; low complexity

## 引 言

多输入多输出(Multiple input multiple output, MIMO)技术实现了空间分集增益和复用增益,极大地提高了系统的传输速率,成为未来移动通信的首选。然而,由于移动终端尺寸和成本等因素的限制,实际难以满足天线间相关性的要求,这一问题成为 MIMO 技术实用化的瓶颈。

Sendonaris 等人提出了协作分集<sup>[1]</sup>的思想:当源节点到目的节点的信道状态很差时,可以使其与周围的用户进行协作,形成虚拟多输入多输出(Virtual-multiple input multiple output, V-MI-

MO)系统(也称为协作 MIMO),用户之间共享彼此的天线,从而获得类似 MIMO 的分集增益。

功率分配技术是 V-MIMO 中的重要问题<sup>[2,3]</sup>。文献[4]在多中继的 MIMO 系统中,研究了基于 MMSE 准则的协作用户选择及功率优化方案。文献[5]研究了解码转发(Decode and forward, DF)系统中,使系统总发射功率最小化的多协作用户间功率分配问题。文献[6]在 AF 系统中,在满足用户需求的情况下,提出了一种总功率最小化的功率分配算法。文献[7]探讨了总功率一定的情况下,系统容量最大的中继系统最优功率分配。

理论上以最大化容量为目标的最优功率分配,

需要经过多次迭代注水运算才能求出最优解。因此,如何减少迭代次数,降低运算量成为该领域目前研究的重点<sup>[8,9]</sup>。

## 1 系统模型

V-MIMO 系统模型如图 1 所示。考虑到实际的中继系统中,用户终端同时收发信息会带来严重的干扰,通常考虑时分的半双工 AF 协作系统。整个系统由  $N$  个源用户  $S_i$ ,  $M$  个协作用户  $R_i$  ( $i=1, 2, \dots, M, M \geq N$ ) 以及基站  $D$  构成。其中,各用户和基站仅配置单天线,假设  $S_i$  和  $D$  之间衰落很大,不存在直传链路,并且每个源用户  $S_i$  仅选择一个协作用户帮助其进行转发数据(记为  $R_i$ );  $h_{si}$  和  $h_{id}$  分别是协作用户  $R_i$  和源用户与基站之间的信道系数。假设  $S_i, D$  和  $R_i$  间的所有信道都服从瑞利衰落,各处的噪声均为零均值,方差为  $N_0$  的加性高斯白噪声。此时,  $R_i$  和  $D$  之间就形成了一个 V-MIMO 信道。

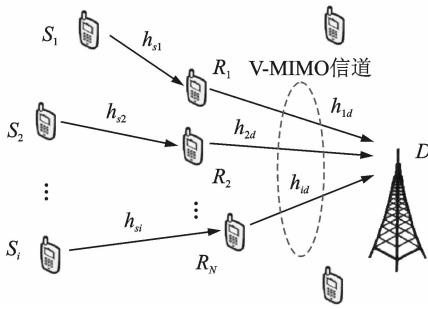


图 1 多源 V-MIMO 系统示意图

整个协作过程分为两个时隙。第 1 个时隙中,源用户  $S_i$  通过广播信道向  $R_i$  发送信号,功率为  $P_i$ ,  $R_i$  收到的信号分别为

$$y_{si} = \sqrt{P_i} h_{si} x_i + n_i \quad (1)$$

第 2 个时隙,这些用户经过正交信道(比如时分、时分多址信道)向  $D$  转发该数据。此时基站接收到  $R_i$  的转发信号  $y_{id}$  可以表示为

$$y_{id} = \beta_i h_{id} y_{si} + n_d \quad (2)$$

式中放大系数  $\beta_i = \frac{\sqrt{P_i}}{\sqrt{P_i |h_{si}|^2 + N_0}}$ 。将式(1)代入

式(2)可得

$$y_{id} = \beta_i h_{si} h_{id} \sqrt{P_i} x_i + \beta_i h_{id} n_i + n_d \quad (3)$$

该信号的信噪比可以表示为

$$\gamma_i = \frac{\beta_i^2 P_i |h_{si}|^2 |h_{id}|^2}{(\beta_i^2 |h_{id}|^2 + 1) N_0} =$$

$$\frac{1}{N_0} \frac{P_i^2 |h_{si}|^2 |h_{id}|^2}{P_i |h_{si}|^2 + P_i |h_{id}|^2 + N_0}$$

$$P_i \frac{1}{N_0} \frac{|h_{si}|^2 |h_{id}|^2}{|h_{si}|^2 + |h_{id}|^2 + \frac{N_0}{P_i}} \quad (4)$$

在高信噪比情况下,忽略  $\frac{N_0}{P_i}$  不计,并假设  $H_i =$

$$\frac{1}{N_0} \frac{|h_{si}|^2 |h_{id}|^2}{|h_{si}|^2 + |h_{id}|^2}, \text{ 则有}$$

$$\gamma_i = P_i H_i \quad (5)$$

整个 V-MIMO 系统的容量最大化问题可以描述为

$$\max: C = \sum_{i=1}^N \log_2(1 + P_i H_i)$$

$$\text{s. t. } \sum_{i=1}^N P_i \leq P, \text{ 并且 } P_i \geq 0, \forall i \quad (6)$$

## 2 最优功率分配算法

以 V-MIMO 系统总容量为优化目标的最优注水算法,可以通过构造拉格朗日函数来求解

$$L = \sum_{i=1}^N \log_2(1 + H_i P_i) - \lambda \left( \sum_{i=1}^N P_i - P \right) \quad (7)$$

对  $P_i$  求偏导并令其等零可以得到

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = \frac{1}{\ln 2} \frac{H_i}{1 + H_i P_i} - \lambda = 0 \quad (8)$$

$$\frac{H_i}{1 + H_i P_i} = \lambda \ln 2 \quad (9)$$

可以推出

$$P_i = \left( \frac{1}{\lambda \ln 2} - \frac{1}{H_i} \right)^+ \quad (10)$$

此时,利用迭代算法快速确定注水水位  $\alpha =$

$\frac{1}{\lambda \ln 2}$ , 成为问题的关键。文献[10]给出了一种快速

迭代算法,其初始值和迭代值如下

$$\alpha_0 = \frac{1}{N} \left( P + \sum_{i=1}^N \frac{1}{H_i} \right) \quad (11)$$

$$\alpha \leftarrow \alpha + \mu \frac{1}{N^*} \left( P - \sum_{i=1}^N P_i \right) \quad (12)$$

式中:  $\mu$  ( $0 < \mu < 1$ ) 为步长,  $N^*$  表示当前实际分到功率的用户数。该方法实现了注水水位  $\alpha$  的快速收敛,但每次的迭代运算量并没有减少,需要进行大约  $2N+1$  次加法运算以及 2 次乘法运算,其运算复杂度为  $O(N)$ ,整个算法运算量为  $O(kN)$ ,其中  $k$  为迭代次数,  $N$  为协作用户数。

## 3 基于线性注水的功率分配算法

通过观察式(9)可以得到各协作用户功率分配值的关系式

$$\frac{H_i}{1 + H_i P_i} = \frac{H_j}{1 + H_j P_j} \quad (13)$$

$$P_j = P_i + \frac{H_j - H_i}{H_i H_j} = P_i + \frac{1}{H_i} - \frac{1}{H_j} \quad (14)$$

可以看出上面的式子是一个递推关系式,因此,只要确定了某个用户的发射功率,就能求出其他用户的功率值。下面介绍如何求出其中一个用户的功率值。

由于所有用户的功率之和满足约束条件

$$\sum_{j=1}^N P_j = N \left( P_i + \frac{1}{H_i} \right) - \sum_{j=1}^N \frac{1}{H_j} \leq P \quad (15)$$

即

$$P_i \leq \frac{1}{N} \left( P - \frac{N}{H_i} + \sum_{j=1}^N \frac{1}{H_j} \right) \quad (16)$$

由式(16)就能确定各用户的功率,但是上面的结果并不一定满足  $P_i > 0$ ,为此可以将各用户的  $H_n$  状态值进行排序,然后把状态值较小的用户功率  $P_k$  置为 0,同时将  $\sum_{i=1}^N \frac{1}{H_i}$  更新为  $\sum_{i=1}^N \frac{1}{H_i} - \frac{1}{H_k}$ 。

这里不妨假设  $\frac{1}{H_1} \leq \frac{1}{H_2} \leq \dots \leq \frac{1}{H_N}$ ,则  $P_1 \leq P_2 \leq \dots \leq P_N$ ,根据式(16)有

$$P_1 = \frac{1}{N} \left( P - \frac{N}{H_1} + \sum_{i=1}^N \frac{1}{H_i} \right) \quad (17)$$

此时,如果  $P_1 \leq 0$ ,则令  $P_1 = 0$ ,同时将该用户排除。然后,再求出第 2 个用户的功率值

$$P_2 = \frac{1}{N} \left( P - \frac{N-1}{H_2} + \sum_{i=2}^N \frac{1}{H_i} \right) \quad (18)$$

依次类推,直至当  $P_m > 0$  时,就可以依次求出剩下用户的功率值。整个过程的运算量大概为  $2N+M$  次加法和  $M$  次乘法,其复杂度为  $O(N)$ ,仅相当于传统算法中一次迭代的运算量,大大降低了算法的复杂度。

### 4 仿真结果与性能分析

根据 V-MIMO 的协作模型搭建 Matlab 仿真平台。仿真使用 2PSK 调制,所有信道均服从瑞利衰落,以迭代功率分配和平均功率分配算法为参照,在不同的信噪比和用户数量条件下,对系统容量以及中断概率进行仿真。

**仿真 1** 将系统用户数量设为 16,以平均信噪比为变量,对系统容量进行仿真,结果如图 2 所示。

从图 2 中可以看出,所有算法的容量性能在系统平均信噪比提高的同时都得到了较大改善。其中平均功率分配不考虑信道状态信息,性能较差;但是随着信噪比的提高,平均功率分配算法性能接

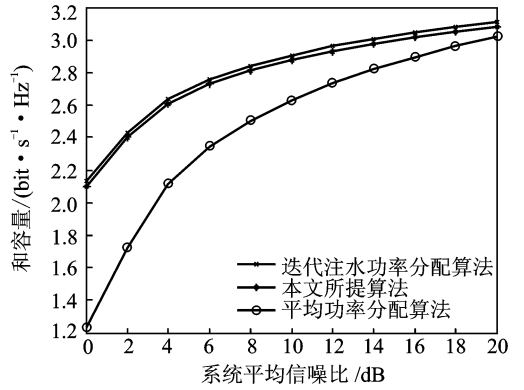


图 2 各算法的系统容量曲线

近于其他算法;本文所提出的算法较平均功率分配算法相比性能有较大的提升,与迭代功率分配算法性能相当。

**仿真 2** 图 3 是目标速率为 3 bit/(s · Hz) 时各算法系统中中断概率性能曲线。

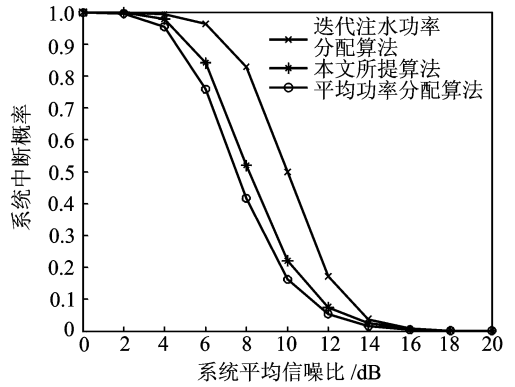


图 3 各算法的系统中断概率曲线

从图 3 中可以看到,平均功率分配性能最差,迭代功率分配性能最优,本文所提算法与迭代功率分配性能相差不多。

**仿真 3** 图 4 显示了平均信噪比为 5 dB 时,不同用户数量下各算法的系统容量性能曲线。

在总功率一定的情况下,随着参与协作用户数

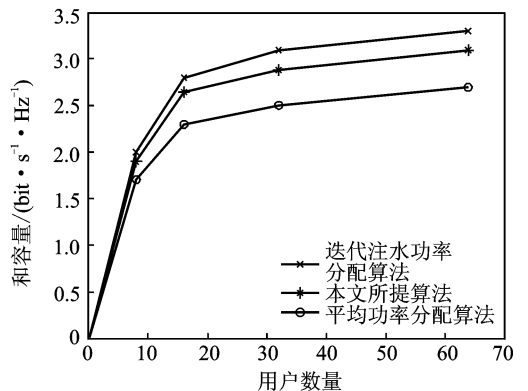


图 4 不同用户数量下各算法系统和容量曲线

量的增加,各算法下的系统容量均有增加,这是因为系统拥有了更多传输条件较好的信道,但随着用户数量继续增加,信道条件的改善趋于平缓,性能改善不明显。

## 5 结束语

本文对多源单中继的 V-MIMO 模型进行了分析,在高信噪比条件下,推导了协作系统的容量表达式。通过各用户间功率值的线性递推关系式,将最优功率分配算法中的迭代运算转化为线性运算,该算法可以快速地将信道较差的用户从协作集合中剔除,最终大大降低了算法的复杂度。仿真结果表明,该算法与迭代功率分配相比系统容量与中断概率相差不大,在性能和复杂度上取得了良好的折中。

### 参考文献:

- [1] Sendonaris A, Erkip E, Aazhang B. User cooperation diversity-part I, II [J]. IEEE Transactions on Communications, 2003, 51(11):1927-1948.
- [2] Sachin K, Raviraj A. Relay selection and power allocation in cooperative cellular networks [J]. IEEE Transactions on Wireless Communication, 2010, 9(5): 1676-1685.
- [3] Shankhanaad M, Mohammad M R, Vijay K B. Joint relay selection and power allocation for decode-and-forward cellular relay network with imperfect CSI [C]//Global Telecommunications Conference (GLOBECOM). Houston, TX, USA: IEEE Press, 2011: 1-5.
- [4] Patrick C, Rodrigo C L. Joint iterative power allocation and relay selection for cooperative MIMO systems using discrete stochastic algorithms[C]//Wireless Communication Systems (ISWCS), 2011 8th International Symposium on Aachen, Germany: IEEE Press, 2011: 432-436.
- [5] Kanchan V, Daryl R, Brian D W. Joint power allocation and relay selection for multiuser cooperative communication[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(4):1255-1260.
- [6] Yong Cheng, Marius P. Joint optimization of source power allocation and distributed relay beamforming in multi-user peer-to-peer relay networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(12): 4852-4860.
- [7] Saurabh T, Yindi J, Shahram S. Joint relay selection and power allocation for two-way relay networks[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011,18(2):91-94.
- [8] Moonchang C, Junggyun P, Sooyong C. Low complexity multiple relay selection scheme for cognitive relay networks[C]// Vehicular Technology Conference (VTC Fall). San Francisco, CA: IEEE Press, 2011:1-5.
- [9] 陈松,郑娜娥,王大鸣,等. 基于 QOE 效用函数的多用户 OFDM 系统功率分配算法[J]. 数据采集与处理,2011,26(6):648-653.  
Chen Song, Zheng Na'e, Wang Daming, et al. QOE utility function-based power allocation algorithm in multiuser OFDM system [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2011, 26(6):648-653.
- [10] Jang J, Lee B, Lee Y H. Transmit power and bit allocations for OFDM systems in a fading channel [C]//Global Telecommunications Conference (GLOBECOM). South Korea:IEEE Press, 2003:858-862.

**作者简介:**王大鸣(1971-),男,教授,研究方向:无线移动通信系统中的关键技术,E-mail: zhengnaecshz@163.com; 吕璐(1984-),男,硕士研究生,研究方向:V-MIMO 中的资源分配技术; 窦冬冬(1986-),男,硕士研究生,研究方向:分布式 MIMO 检测技术; 崔维嘉(1976-),男,讲师,研究方向:自组织网和蜂窝网络融合技术。