

文章编号:1004-9037(2012)01-0117-04

基于高阶导数改进的经验模态分解算法

贾桂锋 袁胜发 唐成文

(华中农业大学工学院,武汉,430070)

摘要:经验模态分解(Empirical mode decomposition, EMD)自提出以来已广泛用于信号检测与处理,但其存在很多的缺陷,如频率混叠现象等。为了减轻混叠现象,提取真实的频率成分,本文分析了信号及其一阶导数和二阶导数的关系,作出一种用信号二阶导数的极值点处的信号值取代原EMD算法中的信号极值点进行三次样条插值的方法,其余计算流程不变,仍采用镜像拓延法改善端点效应。仿真结果与原EMD计算结果对比表明,基于信号二阶导数改进的算法能准确分解出信号中幅值分量表现不明显的高频信号,具有实用价值。

关键词:经验模态分解;频率混叠;固有模态函数;二阶导数

中图分类号:TN911.7

文献标识码:A

Modified Empirical Mode Decomposition Algorithm Based on Higher Derivative

Jia Guifeng, Yuan Shengfa, Tang Chengwen

(College of Engineering, Huazhong Agricultural University, Wuhan, 430070, China)

Abstract: Empirical mode decomposition (EMD) has lots of defects, such as the frequency aliasing phenomena. To reduce the aliasing, it is helpful to analyze the relationship between the signal and its first-order and second-order derivatives. Consequently, a modified empirical mode decomposition (MEMD) interpolation points algorithm is proposed, based on the extremes of the second-order derivative of the signal. Experiment represented that the derivative of signal can clearly characterize the frequency characteristics of high frequency component whose amplitude characteristic is not obvious in the mixed signal. The comparative experiments show that MEMD extract the high frequency, and small value components form signal is better and more accurate than the original EMD.

Key words: empirical mode decomposition; frequency aliasing; intrinsic mode function; second derivative

引 言

希尔伯特黄变换(Hilbert Huang transform, HHT)算法自提出以来受到广泛的关注和研究。1998年,学者黄锬提出了希尔伯特黄变换^[1],该算法由经验模态分解和希尔伯特变换组成,经验模态分解(Empirical mode decomposition, EMD)算法将一个复杂的信号分解成若干个本征模态函数(Intrinsic mode function, IMF),分解得到的IMF分量分别包含了原信号的不同时间尺度的局部特

征信息。EMD处理非线性、非平稳信号的性能优于傅里叶变换和小波变换等信号处理算法^[2-3],并且具有良好的自适应性。该算法在机械故障诊断信号处理领域中已有很多应用,如结构健康监测^[4]、轴的断裂振动分析^[5]等。但EMD也存在很多问题,若信号中含有间断高频弱噪声干扰的情况下,EMD的分解结果会发生模态混叠现象。由于实际信号往往含有噪声,可以看作是一种高频噪声,会导致模态混叠现象。还有其他一些问题,如端点处理问题,停止准则,对异常间断信号处理等,不少学者对其进行改进和完善^[6],如端点拓延神经网络,

支持向量机预测^[7],减少频率混叠的 EEMD^[8]方法等取得了一定的成果。

1 算法原理及改进

1.1 算法原理

EMD 分解是将信号 $x(t)$ 分解成不同特征尺度的 IMF。本征模态函数需满足两个条件:(1)极值与过零点的个数相等或最多相差为 1 个;(2)在任意一点由信号的极大值和极小值构成的包络线均值为零。EMD 分解过程首先是搜索信号 $x(t)$ 的极值并分别对极大值和极小值进行三次样条插值得信号上下包络线,然后计算上下包络线均值 $m(t)$,定义信号与 $m(t)$ 的差值为

$$h(t) = x(t) - m(t) \quad (1)$$

若 $h(t)$ 不符合 IMF 条件,再将 $h(t)$ 作为 $x(t)$ 进行迭代分解直到 $h(t)$ 满足本征模态函数的停止准则。其分解结果为

$$x(t) = \sum_{i=1}^n imf_i(t) + r_n(t) \quad (2)$$

式中: $imf_i(t)$ 为第 i 个 IMF, $r_n(t)$ 为分解余量。

1.2 改进的经验模态分解

改进的 EMD 是将常规经验模态分解的基于信号极值的插值改为基于信号的高阶导数极值点处进行三次样条插值的方法。复合信号往往含有不同频率的分量,当高频信号的幅值较小时就会导致该分量的幅值特征表现不明显而淹没在信号中,如图 1 所示的信号,由分量 $4\sin(54t)$, $\sin(126t)$ 和 $6.8t$ 合成的信号,而分量 $\sin(126t)$ 的特征未能体现在信号中,这时若通过信号的极值进行三次样条插值是不会将隐含在信号中高频信号分离出来,因此经典的经验模态分解有一定的局限性。高频信号的极值特征虽然不能在复合信号中表现出来,但能够在信号的导数中表现出一定的特征,利用这些特

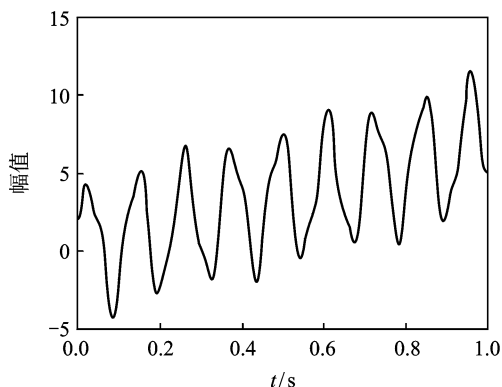


图 1 复合信号 $y = 4 * \sin(54 * t) + \sin(126 * t) + 6.8 * t$

特征可以将信号中隐含的高频小分量信号成分提取出来,这正是本文所讨论的问题。

2 信号及其导数的关系

信号的一阶导数反映了信号的变化率,零点对应信号的极值点。信号的二阶导数反映了信号的凹凸性和拐点,也反映了一阶导数的极值点,以上述信号为例说明信号及其导数的关系。如图 2 所示,实线和虚线分别是一阶导数和信号,虚线上的‘*’点是分量 $\sin(126 * t)$ 的极值点处,可以看出一阶导数的极值点与‘*’点没有明显的对应关系,但在‘*’点处,一阶导数有拐点或极值点,这就是 $\sin(126 * t)$ 分量在一阶导数上表现的微弱的特征。

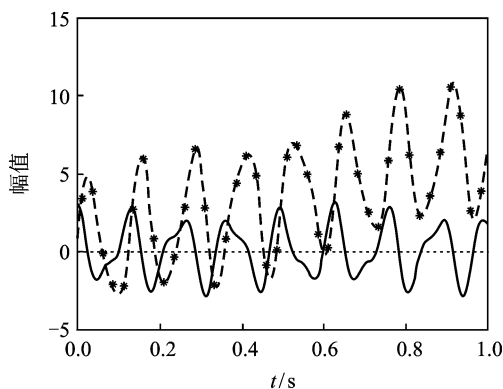


图 2 信号和信号的一阶导数

图 3 所示的是二阶导数与信号的关系,二阶导数的极值点个数与‘*’点的个数相等,这说明 $\sin(126 * t)$ 分量的特征在信号的二阶导数中表现出来了,因此对二阶导数极值点处的信号值进行插值 MEMD(multi-distinguish analysis EMD)方法可以提取高频小分量成分。

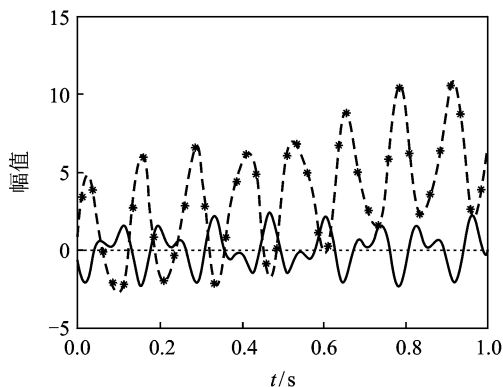


图 3 信号和信号的二阶导数

假设一个信号由 3 个分量合成,前两项幅值分

别为 a 和 b , 频率分别为 h_1 和 h_2 , $r(t)$ 为常数项, 如式(3)所示, f_2 是高频小幅值分量信号, 则 $h_1 < h_2$, $a > b$. $d(t), d^2(t), d^n(t)$ 分别是函数的一阶导数, 二阶导数和 n 阶导数, 如式(4-6)所示, 可以得出, n 阶导数的各分量幅值为 $a * h_1^n, b * h_2^n$. 因为 a, b 是定值且 $h_2 > h_1$, 当导数的阶数 n 增大时, 必然有 $bh_2^n > ah_1^n$, 此时分量 f_2 的 n 阶导数极值特征就能体现出来, 利用导数体现出来的特征改进 EMD 算法来提取隐含的分量。

$$\text{signal}(t) = af_1(h_1t) + bf_2(h_2t) + r(t) \quad (3)$$

$$d(t) = ah_1f_1(h_1t) + bh_2f_2(h_2t) \quad (4)$$

$$d^2(t) = ah_1^2f_1(h_1t) + bh_2^2f_2(h_2t) \quad (5)$$

$$d^n(t) = ah_1^n f_1(h_1t) + bh_2^n f_2(h_2t) \quad (6)$$

综上所述, 对信号求导能将幅值特征表现不明显的高频小分量信号的频率特征清晰地刻画在信号的导数上, 导数的阶数越高, h_2^n 和 h_1^n 对 $d^n(t)$ 影响越大, 其频率特征表现的越明显, 将导数的这个性质用在 EMD 算法中具有很好的实用价值。阶数的选择与所需要的精度有关。考虑到计算量和分解精度, 本文选用信号的二阶导数来改进 EMD 算法。

3 基于二阶导极值插值经验模态算法的分解实例

以上述信号 $y = 4\sin(54t) + \sin(126t) + 6.8t$ 为例进行处理, 该信号由 8.6 Hz, 20.1 Hz 和直流分量 $6.8t$ 构成的复合信号, 高频信号 20.1 Hz 隐含在复合信号中, 用 MEMD 和 EMD 对该信号进行分解对比, 在 Malab 上实现。

首先 MEMD 计算信号的二阶导数, 并搜索其所有的极值点, 对二阶导数极值点处的信号值进行三次样条插值, 如图 4 所示, 实线是信号, 实线上的 ‘*’ 点即是二阶导数极值点所对应的函数值的插值点, 虚线是三次样条插值信号的上下包络线。

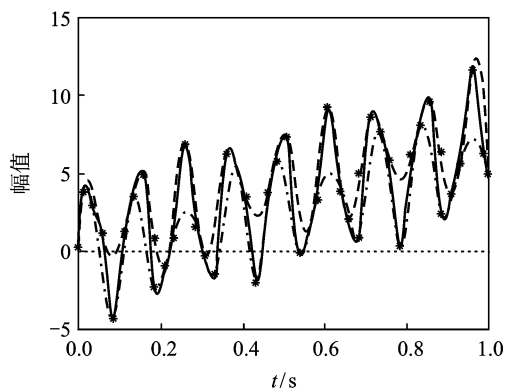


图 4 改进算法的三次样条插值

仿真分解得到的第一 IMF 如图 5 所示, 实线和虚线分别是 MEMD 和常规 EMD 的第一 IMF 分量, 可以看出, MEMD 的第一分量频率是 20 Hz, 而 EMD 的第一分量约为 9 Hz。

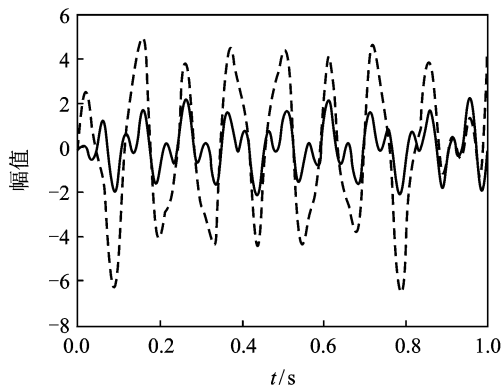


图 5 MEMD 和常规 EMD 的第一 IMF 分量

MEMD 准确地将 20.1 Hz 成分提取出来, 而 EMD 未能将分量 20.1 Hz 提取, 直接提取出了 8.6 Hz 分量信号, 造成频率混叠。改进的 EMD 算法对高频小分量信号比常规 EMD 敏感, 能够准确提取隐含在信号中的高频小分量信号。

比较第二 IMF 分量, 如图 6 所示, 实线和虚线分别是 MEMD 和 EMD 的第二分量, MEMD 的第二分量频率为 9 Hz, 即信号分量 $4\sin(54t)$, 而 EMD 的第二分量频率约为 3 Hz, 已经是虚假分量, 没有实质意义。

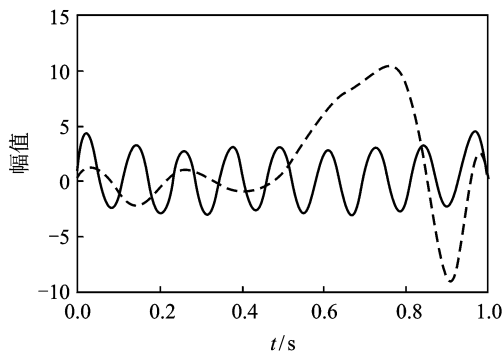


图 6 改进的 EMD 和常规 EMD 的第二 IMF 分量

再比较第三 IMF 分量, 如图 7 所示, 第三分量均是虚假分量, 无实质意义, 应当停止分解, 剩下的分量即为分解余量。

图 8 所示的是处理后的残余分量, 实线和虚线分别是 MEMD 和 EMD 的余量。信号的直流分量是 $2 * t$, MEMD 的分解余量更接近信号的直流分量, 且比 EMD 的稳定。

从实验对比中可以得出, MEMD 算法对信号

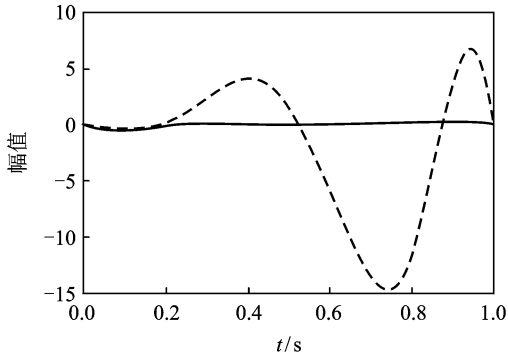


图 7 改进的 EMD 和常规 EMD 的第三 IMF 分量

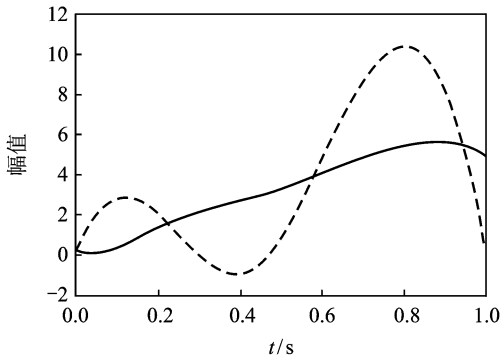


图 8 改进的 EMD 和常规 EMD 的余量

中幅值特征表现不明显的高频小分量信号比 EMD 灵敏,具有很好的提取性能和实用价值,提高了分解的精度。

4 结束语

信号的导数能将信号中幅值特征表现不明显的高频小分量信号清晰地刻画在导数上,导数的阶数越高,其拾取高频信号的特征能力就越强,对比实验表明基于信号二阶导数极值插值方法改进的 MEMD 算法能准确提取出隐含信号中高频小分量成分。但其要求随机信号具有连续性。信号二阶导数的极值点和高频小分量信号极值点在时域上的对应关系和信号导数的阶数选择与计算量的问题还待进一步的深入研究。

参考文献:

[1] Huang N E, Shen Zheng, Long S R. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [C]//Proceeding of The Royal Society. London: [s. n.], 1998, A454:903-995.

- [2] 胡劲松,杨世锡,吴昭同,等. 旋转机械振动信号基于 EMD 的 HT 和 STFT 时频分析比较[J]. 汽轮机技术, 2002, 44(6):336-338.
Hu Jinsong, Yang Shixi, Wu Zhaotong, et al. The comparison of vibration signals' time-frequency analysis between EMD-based HT and STFT method in rotating machinery [J]. Turbine Technology 2002, 44(6):336-338.
- [3] 杨世锡,胡劲松,吴昭同. 旋转机械振动信号基于 EMD 的希尔伯特变换和小波变换时频分析比较[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(6):103-107.
Yang Shixi, Hu Jingsong, Wu Zhaotong, et al. The comparison of vibration signals' time-frequency analysis between EMD-based HT and WT method in rotating machinery [J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(6):103-107.
- [4] Darryll Pinesa, Liming Salvino. Structural health monitoring using empirical mode decomposition and the Hilbert phase[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 294:97-124.
- [5] Guo D, Peng Z K. Vibration analysis of a cracked rotor using Hilbert-Huang transform[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21:3030-3041.
- [6] 秦毅,秦树人,毛永芳. 改进的 Hilbert-Huang 变换在信号瞬态特征提取中的应用[J]. 振动与冲击, 2008, 27(11):129-133.
Qin Yi, Qin Shuren, Mao Yongfang. Application of improved Hilbert-Huang transform in transient feature extraction[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(11):129-133.
- [7] 程军圣,于德介,杨宇. 基于支持向量回归机的 Hilbert-Huang 变换端点效应问题的处理方法[J]. 机械工程学报, 2006, 42(4):23-31.
Cheng Junsheng, Yu Dejie, Yang Yu. Process method for end effects of Hilbert-Huang transform based on support vector regression machines [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(4):23-31.
- [8] Yaguo Lei. Application of the EEMD method to rotor fault diagnosis of rotating machinery [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23: 1327-133.

作者简介:贾桂锋(1986-),男,硕士研究生,研究方向:信号检测与处理, E-mail: guifeng@webmail. hzau. edu. cn; 袁胜发(1969-),男,博士,研究方向:机械故障诊断;唐成文(1986-),男,硕士研究生,研究方向:液压控制系统设计。