文章编号:1004-9037(2012)01-0096-05

# 基于重叠分段和 FrFT 的 VCO 非线性度检测方法

莫正军 涂亚庆 刘良兵 肖 玮 林 勇

(后勤工程学院信息工程系,重庆,401311)

摘要:VCO非线性度检测是实现其非线性度精确校正的前提。针对目前基于微元法和分数阶傅里叶变换的VCO 非线性度检测方法在抗噪性、实时性等方面存在的不足,提出了一种基于重叠分段和分数阶傅里叶变换的VCO 非线性度检测方法。所提方法采取重叠分段的策略以抑制噪声干扰,在分数阶傅里叶变换域进行幅度峰值搜索 时改用收敛速度快的黄金分割法以增强实时性。仿真实验表明所提方法具有良好的抗噪性,分段重叠率为0.25 时其检测的均方根误差约为现有方法的1/2;当重叠率小于2/3时,其实时性也优于现有方法。 关键词:压控振荡器;非线性度;分数阶傅里叶变换;黄金分割法

**中图分类号:**TN752 文献标识码:A

## VCO Nonlinearity Detection Method Based on Overlapped Subsection and FrFT

Mo Zhengjun, Tu Yaqing, Liu Liangbing, Xiao Wei, Lin Yong

(Department of Information Engineering, Logistical Engineering University, Chongqing, 401311, China)

**Abstract**: As the precondition for correcting voltage controlled oscillator (VCO) nonlinearity precisely, the detection of VCO nonlinearity is worthy of theoretical and practical study. Since the noise immunity and the real-time performance of the method based on element analytic and fractional Fourier transform (FrFT) still cannot satisfy the desire, a VCO nonlinearity detection method based on overlapped subsection and FrFT is proposed. The noise immunity is improved by overlapped subsection. The real-time performance is enhanced by adopting the fast converged golden section method to search the peak value in fractional Fourier transform domain. Simulation shows the better noise immunity of the proposed method. The RMSE of the proposed method is about half of the present method when the overlapped ratio is 0.25 and the real-time performance of the proposed method can exceed the present one's while the overlapped ratio is less than 2/3.

Key words: VCO; nonlinearity; FrFT; golden section method

## 引

言

压 控振 荡器 (Voltage controlled oscillator, VCO) 是一种振荡频率随控制电压变化的可调信 号源,作为发射机载波源、扩频通讯载波源及混频 器本振源在雷达、声纳、无线电通信等领域获得了 广泛应用。作为VCO 的典型应用,线性调频连续波 雷达的发射机要求其产生随时间线性变化的频率, 但由于受电调元件变容二极管固有非线性等因素 的影响,VCO 的调频线性度一般只能达到百分之 几甚至更差<sup>[1]</sup>,因此对 VCO 进行扫频非线性度校 正具有重要意义。作为扫频非线性度校正的前提, VCO 非线性度的检测精度直接决定了校正精度。 VCO 非线性度检测属于非平稳信号瞬时频率估计 范畴。文献[2]结合短时傅里叶变换和小波分析对 VCO 进行非线性度检测,算法简单,但不易选择合 适的短时傅里叶变换窗函数和小波参数。文献[3] 介绍了一种数据驱动的变窗长伪 Wigner-Ville 分 布的频率检测方法,该法在较高信噪比和采样率下

**基金项目**:国家自然科学基金(60871098)资助项目;重庆市自然科学基金(CSTC2011BA2015)重点资助项目。 **收稿日期**:2011-01-10;**修订日期**:2011-06-27

频率检测精度较高,但方法计算复杂度大、实时性 较差。文献[4]利用希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang transform, HHT)进行非平稳信号频率检 测,检测出的瞬时频率具有真实的物理意义,但端 点效应和求解算法对检测精度有较大的影响。

分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier transform, FrFT)作为一种时频分析工具,克服了传统 Fourier 变换不能获取信号局部谱的缺点,在分析 非平稳信号尤其是线性调频(Linear frequency modulation, LFM)信号方面具有优势,近年来在 信号处理领域得到广泛应用。文献[5]给出了一种 基于微元法和FrFT 的VCO 非线性度检测方法,该 法检测精度优于基于Wigner-Ville 分布的方法,但 实时性较差且没有考虑噪声的影响。本文在文献 [5]的基础上考虑噪声影响,对分段方式和最佳分 数阶比的搜索策略进行了改进,以改善其抗噪性和 实时性。

## 1 FrFT 简介

FrFT的定义较多,文献[6]给出了一种最常用的定义,此处不再赘述。在工程实践中运用 FrFT,需采用离散化的形式。本文采用文献[6]中 的快速分解算法,其计算速度几乎与FFT相当,被 公认为目前计算速度最快的一种FrFT数值计算 方法,适用于实时性要求较高的场合。

上述快速分解算法要求对原始信号进行量纲 归一化处理,这里选用离散尺度归一化处理<sup>[7]</sup>。令 时宽 $\Delta t$ 等于观测时间 $t_0$ 、带宽 $\Delta f$ 等于采样率 $f_s$ ,即 信号的时、频域表示分别限定在区间[ $-t_0/2, t_0/2$ ] 和[ $-f_s/2, f_s/2$ ]上。尺度因子 $S = \sqrt{\Delta t/\Delta f} = \sqrt{t_0/f_s}$ 。原来的时域区间除以S变换成归一化的区 间[ $-\sqrt{t_0 \cdot f_s}/2, \sqrt{t_0 \cdot f_s}/2$ ],原来的频域区间乘 以 S 也变换成归一化的区间[ $-\sqrt{t_0 \cdot f_s}/2$ ],这就完成了对采样信号的归一化处 理。

## 2 检测方法

对VCO 扫频信号进行分段,当段长足够小时, 分段信号近似为LFM 信号。首先利用FrFT 检测出 分段信号的调频率,接着利用该调频率构造一时域 信号与分段信号时域相乘得到一近似平稳信号,再 采用常规方法估计出其频率即为分段信号的初始 频率。据估计出的调频率和初始频率得到分段信号 任意点的频率,最后综合各分段信号估计值得最终 的检测结果。

#### 2.1 重叠分段

将待测 VCO 扫频信号以合适的段长进行分 段,使每一段信号都近似为LFM 信号,由于分段信 号后半段频率估计误差较前半段大,再考虑到数据 截短带来的频谱泄露及噪声的影响,采用重叠分段 的方式来提高非线性度检测精度。处理过的 VCO 扫频信号可记为

$$s(t) = a_0 \exp\left[j2\pi \int f(t) dt\right] + w(t) \qquad (1)$$

式中: $a_0$  为信号幅值,f(t)为信号瞬时频率,w(t)为零均值高斯白噪声。设s(t)的采样率为 $f_s$ 、分段长 度为L、分段重叠率为 $\alpha$ ,采样数据总长用N表示、 分段信号用 $s_i$ 表示,则分段数 $M = \operatorname{ceil}\left(\frac{N-L}{L-\alpha L}\right) +$ 1,其中ceil 表示向着正无穷方向最近取整。设离散 的s(t)用s(n), $n=1,2,\cdots,N$ 表示,则分段信号可 表示为

$$s_{i} = \begin{cases} s [(i-1)(L-\alpha L)+1 : (i-1)(L-\alpha L)+L] \\ i = 1, 2, \cdots, M-1 \\ s(N-L+1 : N) & i = M \end{cases}$$
(2)

此处将分段信号作为独立信号,式(2)中 $s_i$ 的时间序列皆可表示为 $t'=0,1/f_s,\dots,(L-1)/f_s$ 。

#### 2.2 分段信号调频率检测

近似为LFM 信号的分段信号  $s_i$  可用式(3)表示,其中  $\phi_i$ ,  $f_{i0}$ ,  $\mu_i$  分别表示  $s_i$  的初始相位、初始频率和调频率。

$$s_i \approx a_0 \exp(j\phi_i + j2\pi f_{i0}t' + j\pi\mu_i t'^2) \qquad (3)$$

LFM 信号的参数检测,以色列学者 Shimon P 等人提出了经典的离散多项式变换(Discrete polynomial transform, DPT)法,其通过多次解调原信 号达到分离各参数的目的,只需两次 FFT 和两次 一维搜索即可估计出所有参数,运算量小,但在低 信噪比下估计精度不高,在0 dB 时估计量的方差 比 Cramer-Rao 界高出 60%<sup>[8]</sup>,由于该法是基于 FFT 的,当采样数据点数过少时,噪声影响和频谱 泄露严重,进而不能有效地检测出LFM 信号参数。 牛顿迭代法与最大似然估计法类似,其计算量不 大、精度高但其迭代初始值依靠二维搜索获取,搜 索运算量较大且搜索步长取值不当时会导致迭代 局部收敛<sup>[9]</sup>。

LFM 信号在分数阶 Fourier 域具有良好的时频聚集性,采样信号通过 FrFT 能将时域的噪声均匀地分散到整个时频平面,在任何分数阶 Fourier 域都不会出现能量聚集,从而削弱了噪声对检测的影响,故利用 FrFT 能够精确地检测其调频率等参数。利用 FrFT 检测LFM 信号调频率是以分数阶比 p 为变量进行扫描,形成信号能量在参数(p,u)平面上的二维分布,在该平面进行幅值平方的峰值搜索,搜索出峰值对应的最佳分数阶比即可检测出 LFM 信号的调频率<sup>[10]</sup>。设*s*;搜索出的最佳分数阶 比为 port,则有

$$\hat{\mu} = -\cot(p_{\text{opt}}\pi/2) \tag{4}$$

FrFT 在离散化之前对信号进行了归一化处理,故式(4)中的µ不能作为µ;的最终估计值,需作去归一化处理,即

$$\hat{\mu}_i = \hat{\mu} f_s / t_0 = \hat{\mu} / S^2$$
 (5)

#### 2.3 最佳分数阶比搜索

为获取高精度的 $\hat{\mu}_i$ ,必须以很小的步长  $\Delta p$  进 行扫描,这势必增加 FrFT 的次数和二维搜索的复 杂度,从而降低算法的实时性。在保证精度的前提 下,为尽可能地提高算法的实时性,采取先粗略搜 索后精确搜索的策略:首先,在 $p \in [0.5, 1.5]$ 内以 0.1 为步长搜索出最佳分数阶比的粗略值  $p_{0.1}$ ;然 后,在 $p \in (p_{0.1} - 0.1, p_{0.1} + 0.1)$ 内搜索出最佳分 数阶比的精确值  $p_{opt}$ 。鉴于黄金分割法<sup>[11]</sup>收敛速度 快,最佳分数阶比的精确搜索采用黄金分割法,其 步骤如下

(1)  $\Im a = p_{0.1} - 0.1, b = p_{0.1} + 0.1, \Leftrightarrow p_1 = a + w(b-a), p_2 = a - w(b-a), \notin w = (\sqrt{5} - 1)/2_{\circ}$ 

(2) 设信号序列的 p 阶 FrFT 用  $F_p$  表示,计算  $Y_1 = \max(|F_{p_1}|^2), Y_2 = \max(|F_{p_2}|^2)$ 。

(3) 如果 $Y_1 > Y_2$ ,令 $a = p_2$ , $p_2 = p_1 \coprod Y_2 = Y_1$ , 否则令 $b = p_1$ , $p_1 = p_2 \coprod Y_1 = Y_2$ 。

(4) 若区间(a,b)未收敛到预设的精度,则转
 到第(2)步,否则 p<sub>opt</sub>=(a+b)/2。

另外,考虑到分段信号足够短与频率调制的连续性,相邻两段信号调频率变化不大,对应的最佳 分数阶比相差很小,算法利用上一段信号估计出的 最佳分数阶比来缩小当前段信号最佳分数阶比的 搜索范围,以进一步提高实时性。 值得注意的是,当被检测信号的信噪比过低时,该搜索算法可能失效。

#### 2.4 初始频率估计

用估计出的调频率 $\hat{\mu}_i$ 构造信号 exp( $-j\pi\hat{\mu}_i t^2$ ) 并将其与 $s_i$ 时域相乘,得到新的信号序列 $s'_i$ 如式 (6)所示 $s'_i$ 近似为平稳信号,其频率即 $s_i$ 初始点频 率的估计值。估计 $s'_i$ 频率时先用FFT 估计初始点 频率的粗略值,在粗略值附近再进行频谱细化得到 初始点频率的精确估计值 $f_{i0}$ 。

$$s'_{i} = a_{0} \exp[j\phi_{i} + j2\pi f_{i0}t' + j\pi(\mu_{i} - \hat{\mu}_{i})t'^{2}]$$
$$\approx a_{0} \exp(j\phi_{i} + j2\pi f_{i0}t')$$
(6)

#### 2.5 检测结果

利用估计出的调频率  $\hat{f}_{i}$  和初始频率  $f_{i0}$ 计算 分段信号 $s_i$  任意点的频率  $\hat{f}_i$  如式(7)所示。综合所 有分段信号频率就得到整段 VCO 扫频信号的频率  $\hat{f}_i$ ,其中相邻两段信号重叠部分的频率取两次估 计值的平均值。

$$\hat{f}_{i} = \hat{f}_{i0} + \hat{\mu}_{i}t'$$
 (7)

用整段信号的频率估计值 f 减去理想的 VCO 扫频频率 f<sub>ideal</sub>就检测出了任意时刻的频率非线性 误差,即

$$f_{\epsilon} = f - f_{\text{ideal}} \tag{8}$$

最后检测出 VCO 扫频非线性度 ∂ 如式(9)所示,其中 B 为 VCO 扫频的带宽。

$$\delta = \frac{|f_{\varepsilon}|_{\max}}{B} \times 100\% \tag{9}$$

## 3 方法流程与复杂度分析

#### 3.1 方法流程

本文所提方法的流程如下,流程图如图1所示。



步骤如下:

(1) 待测 VCO 扫频信号时域重叠分段;

(2) 估计分段信号的调频率;

(3)估计分段信号的初始点频率;

(4) 估计分段信号的任意点频率;

(5) 计算 VCO 扫频信号任意时刻的频率、非 线性误差和非线性度。

### 3.2 复杂度分析

当选取的重叠率增大时,需要处理的分段信号 随之增多,这将增加计算的复杂度。为说明重叠率 对计算复杂度的影响,表1给出了分段信号长度为 512、分数阶比 *p* 精确到 10<sup>-7</sup>时,本文方法和文献 [5]方法处理分段信号的计算复杂度。

表1 分段信号计算复杂度

方法	FrFT 次数	FFT 次数	计算复杂度
本文方法	42	1	$O[43L\log_2(L)]$
文献[5]方法	125	1	$O[126L\log_2(L)]$

由表1可知,所提方法处理分段信号的复杂度 约为文献[5]方法的1/3,只要计算出其在不同重叠 率下需处理的分段信号数,即可得出其总的计算复 杂度。图2给出了采样信号总长为51 200、分段信号 长为512,重叠率α从0.05变化到0.95时两种方法 的计算复杂度,由图2可知,当α<2/3 时,本文方法 的实时性优于文献[5]方法。





## 4 仿真实验

为验证所提方法的有效性,在 Matlab 软件中 进行仿真实验,并与文献[5]方法进行对比。设 VCO 扫频信号的非线性度为5%,扫频周期T为5 s,观测时间 $t_0$ 为5 s,采样率 $f_s$ =10 240 Hz,中心频 率 $f_0$ =300 Hz,带宽为400 Hz,扫频非线性用正弦 调制模拟,调制周期为1 s,分段长度L=512,则仿 真实验中的理论时频曲线如式(10)所示。仿真实验 先后对相同重叠率下不同信噪比和相同信噪比下 不同重叠率的VCO 非线性度进行了检测。

 $f = 100 + 80t + 20\sin(2\pi t)$  (10) 式中  $t \in [0,5]$ 

## 4.1 相同重叠率下不同信噪比的对比实验

重叠率  $\alpha$  = 0.25、信噪比 SNR 取 - 2~10 dB 时,进行 13 组 Monte-Carlo 实验,每组实验次数为 200。图3 给出了SNR = 2 dB 时的检测结果,图4 给 出了实验的均方根误差(Root-mean-square error, RMSE)。由图 3,4 可知两种方法的检测精度都随 信噪比的提高而提高,在不同的信噪比下本文的检 测精度都明显优于文献[5]方法,表明重叠分段确 实能抑制噪声、提高检测精度。







图 4 不同信噪比检测结果的均方根误差

### 4.2 相同信噪比下不同重叠率的对比实验

在信噪比SNR=5 dB、重叠率  $\alpha$  取 0.05~0.65 的条件下进行 13 组实验,每组实验为 200 次 Monte-Carlo 实验。图5 给出了实验的RMSE。由 图 5 可知在不同的重叠率下本文方法的检测精度 都优于文献[5]方法,且当  $\alpha < 0.35$  时,其检测精度 随重叠率的增大而提高,当  $\alpha > 0.35$  时,其检测精 度变化不大。当重叠率增大时计算复杂度将增加、 检测实时性将降低,因而在工程应用中重叠率的选



图5 不同重叠率检测结果的均方根误差

择需依据具体检测精度和实时性要求而定。

## 5 结束语

本文提出了一种基于重叠分段和 FrFT 的 VCO 非线性度检测方法,通过选择合理的分段长 度和重叠率,能够准确检测出不同信噪比下的 VCO 扫频非线性度;与文献[5]方法相比,采用黄 金分割法搜索最佳分数阶比,可大幅降低分段信号 检测的计算复杂度;将分段信号在时域视为独立信 号避免了文献[5]方法中繁琐的去调频处理,简化 了流程;仿真实验中,重叠率为 0.25 时,本方法检 测的 RMSE 约为文献[5]方法的 1/2;当重叠率小 于 2/3 时,其实时性也优于文献[5]方法。

#### 参考文献:

- 郑伟,陆广华,陈卫东,等.线性度校正的新方法与系 统应用[J].火控雷达技术,2005,34(4):12-15.
   Zheng Wei, Lu Guanghua, Chen Weidong, et al. Novel method for linearity correcting and system application[J]. Fire Control Radar Technology, 2005, 34(4):12-15.
- [2] 任开春,涂亚庆.LFMCW 雷达线性度的检测新方法
  [J].现代雷达,2006,28(8):13-17.
  Ren Kaichun, Tu Yaqing. A new method of testing frequency modulation linearity of a LFMCW radar
  [J]. Modern Radar,2006,28(8):13-17.
- [3] Vladimir K, LJubiša S. Instantaneous frequency estimation using the Wigner distribution with varying and data-driven window length [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(9):2315-2325.
- [4] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non - stationary time series analysis [C] // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. Great

Britain: the Royal Society, 1998.

- [5] 徐宝松,涂亚庆,刘良兵.一种基于微元法和分数阶傅 里叶变换的 VCO 非线性度检测方法[J].电子测量与 仪器学报,2008,22(5):117-122.
  Xu Baosong, Tu Yaqing, Liu Liangbing. VCO nonlinearity detection method based on element analytic and FRFT [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument,2008,22(5):117-122.
- [6] Haldun M O, Orhan A M, Alper K, et al. Digital computation of the fractional fourier transform [J].
   IEEE Transaction on Signal Processing, 1996, 44(9): 2141-2150.
- [7] 赵兴浩,邓兵,陶然.分数阶傅里叶变换数值计算中的 量纲归一化[J].北京理工大学学报,2005,25(4): 360-364.

Zhao Xinghao, Deng Bing, Tao Ran. Dimensional normalization in the digital computation of the fractional Fourier transform[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology,2005,25(4):360-364.

- [8] Shimon P, Boaz P. Linear FM signal parameter estimation from discrete-time observations [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1991,27(4):607-615.
- [9] 胥嘉佳,刘渝,邓振森.LFM 信号参数估计的牛顿迭 代方法初始值研究[J].电子学报,2009,37(3):598-602.

Xu Jiajia, Liu Yu, Deng Zhenmiao. The starting point problem of parameters estimation for LFM signal based on Newton's method[J]. Acta Electronica Sinica, 2009,37(3):598-602.

- [10] 陶然,齐林,王越. 分数阶 Fourier 变换的原理与应用
  [M].北京:清华大学出版社,2004:111-113.
  Tao Ran, Qi Lin, Wang Yue. Theory and applications of the fractional Fourier transform [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004:111-113.
- [11] 李春明.优化方法[M].南京:东南大学出版社,2009: 46-47.

Li Chunming. Optimization method [M]. Nanjing: Southeast University Press, 2009:46-47.

作者简介:莫正军(1986-),男,硕士研究生,研究方向:数字 信号处理与智能控制,E-mail:mzjo07\_007@163.com;涂 亚庆(1963-),男,教授,研究方向:信号处理与系统、智能检 测与控制、智能仪表与装置;刘良兵(1981-),男,讲师,研究 方向:信号处理;肖玮(1982-),女,博士,研究方向:信号处 理与嵌入式系统;林勇(1986-),男,硕士研究生,研究方向: 信号处理。