

# 空间通信载波多普勒频偏的局部聚类捕获算法

张兆维<sup>1,2</sup>, 王帅威<sup>1</sup>, 杜 帅<sup>1</sup>, 吴 同<sup>1</sup>, 邱帅博<sup>3</sup>, 刘 琳<sup>1</sup>, 左加阔<sup>1,4</sup>, 潘 甦<sup>1</sup>

(1. 南京邮电大学物联网学院, 南京 210003; 2. 南京大学计算机软件新技术全国重点实验室, 南京 210023; 3. 南京邮电大学通达学院计算机工程学院, 扬州 225127; 4. 北京邮电大学泛网无线通信教育部重点实验室, 北京 100876)

**摘 要:** 与地面通信不同, 空间通信通常涉及相距很远且高速飞行的信号载体。此时, 信号传输会面临两个困难: 远距离路径损耗导致的低信噪比(Signal-to-noise-ratio, SNR)和高速相对运动引起的高动态多普勒频偏。针对多普勒频偏捕获, 低SNR要求一个很长的累积周期来累积很多个信号。但是, 在这个长累积周期内, 高动态多普勒频偏扩散所有信号的总能量到一个很宽的频率区间。为解决此能量扩散问题, 本文提出一种局部聚类捕获(Local-clustering-acquisition, LCA)算法。该算法首先利用全局范围内最大元素来构造一个局部范围, 然后从局部范围内选择若干个较大元素并进行聚类, 最后从聚类结果中搜索最大的簇来获得捕获结果。理论分析和仿真验证结果表明, 相较于现有算法, LCA算法在提升捕获概率方面展现出显著优势。

**关键词:** 空间通信; 多普勒捕获; 能量扩散; 局部范围; 聚类

**中图分类号:** TN929.5 **文献标志码:** A

## Local-Clustering-Acquisition for Carrier Doppler-Shift in Space Communications

ZHANG Zhaowei<sup>1,2</sup>, WANG Shuaiwei<sup>1</sup>, DU Shuai<sup>1</sup>, WU Tong<sup>1</sup>, QIU Shuaibo<sup>3</sup>, LIU Lin<sup>1</sup>, ZUO Jiakuo<sup>1,4</sup>, PAN Su<sup>1</sup>

(1. School of Internet of Things, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China; 2. State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210023, China; 3. School of Computer Engineering, Tongda College, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Yangzhou 225127, China; 4. Key Laboratory of Universal Wireless Communications, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

**Abstract:** Different from ground communications, space communications usually involve signal vehicles that travel over long-distance at a high speed. In these scenarios, the signal transmission faces two difficulties: A low signal-to-noise-ratio (SNR) caused by the long-distance path-loss and a dynamic Doppler-shift caused by the high-speed movement. For Doppler-shift acquisition, the low SNR requires a long-time accumulation to accumulate a large number of signals. However, during this period, the dynamic Doppler-shift disperses all signals' total energy over a wide frequency range. To address the energy dispersion problem, this paper proposes a local-clustering-acquisition (LCA) algorithm. The LCA algorithm uses the largest elements from the global-ranges to construct a local-range, then selects some large elements from this local-range for clustering, and finally searches the largest cluster from the

**基金项目:** 江苏省研究生科研与实践创新计划(SJCX23\_0288, SJCX24\_0334); 南京大学计算机软件新技术全国重点实验室资助项目(KFKT2024B41); 北京邮电大学泛网无线通信教育部重点实验室资助项目(KFKT-2022105)。

**收稿日期:** 2024-01-24; **修订日期:** 2024-09-27

clustering results to obtain the acquisition result. Theoretical analysis and simulation validation results demonstrate the LCA algorithm's significant advantages in increasing acquisition probability, as compared with the existing algorithms.

**Key words:** space communications; Doppler-shift acquisition; energy dispersion; local range; clustering

## 引言

近几十年来,人类在太空探索领域屡创佳绩,比如“祝融”“天问”和“嫦娥”等项目的巨大成功。在这些璀璨成就背后,空间通信技术始终如同生命线般重要。与地面通信不同,空间通信通常面临两个困难:(1)信号的远距离传输(比如几百至几亿公里)造成很大的路径损耗,从而导致非常低的信噪比(Signal-to-noise-ratio, SNR)<sup>[1-2]</sup>;(2)载体(比如火箭、卫星或探测器等)的高动态运动引起载波频率发生大偏移,即高动态多普勒频偏<sup>[3-4]</sup>。

在载波频率同步(包括捕获和跟踪两个环节)过程中,多普勒频偏捕获是同步的前提条件。现有的捕获算法很多,比如参数估计法、滑动相关法、压缩感知法<sup>[5]</sup>和快速傅立叶变换(Fast Fourier transform, FFT)法<sup>[6-7]</sup>等。由于低复杂度和快速搜索等优点,FFT算法在空间通信中得到了最广泛应用。但是低SNR和高动态运动都对多普勒频偏捕获造成了严重影响。

在低SNR场景下,信号非常微弱并被大量噪声淹没。为解决低SNR问题,传统策略是长时间累积很多个信号<sup>[8-10]</sup>,以聚集信号能量。文献[8]总结了相干、非相干和差分等3种常用的累积方式,其中非相干方式<sup>[9]</sup>最为常用。文献[10]检测并消除信号相位的反转限制,以进一步延长累积时间。但是这些长时间累积算法都建立在恒定多普勒频偏假设条件下。

在高动态运动场景下,载体的高速运动导致多普勒频偏呈现出时变性。此时时频分析工具往往具有显著优势,比如短时傅里叶变换(Short-time Fourier transform, STFT)<sup>[11]</sup>、小波变换<sup>[12]</sup>和分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier transform, FRFT)<sup>[13-14]</sup>等。文献[11]中,STFT算法采用自适应窗长以适应不同加速度,其中短时窗口可由小波变换进一步改进。FRFT算法穷尽式地搜索并补偿加速度,从而消除多普勒频偏的漂移。但是,无论是STFT还是小波变换,都依赖较高的SNR。虽然FRFT算法效果显著,但需要很高的计算复杂度。

在低SNR和高加速度都存在的场景下,高动态多普勒频偏将长时间累积的信号能量扩散到一个宽频率区间,从而导致能量扩散<sup>[15]</sup>。目前已经有很多种算法解决能量扩散,具体分为以下两类:

(1) 缩小搜索范围以减弱噪声能量。双向误差扫描算法<sup>[16]</sup>根据正误差或负误差来判断搜索方向,从而缩小搜索范围至原来的一半。两阶段搜索算法<sup>[17-18]</sup>通过粗捕获缩小搜索范围,然后在精捕获阶段更高效地找到捕获结果。为进一步缩小搜索范围,迭代搜索算法<sup>[19-20]</sup>继续改进了两阶段搜索算法。梳状搜索算法<sup>[21-22]</sup>利用若干较大元素构建一个更小的梳状搜索范围。比如,文献[17]采用模糊逻辑搜索作为精捕获来缩小粗捕获中的顺序搜索。SRC(Search-range-correction)算法<sup>[20]</sup>利用前面若干个累计周期内捕获结果来迭代校正后续累积周期的搜索范围。JCS(Joint-comb-search)算法<sup>[21]</sup>利用每个较大元素构造一个小段且离散的频率区间。

(2) 补偿加速度以增强信号能量。文献[23]按照一定的搜索步长以穷尽式地补偿加速度,进而抵消高动态多普勒频偏的漂移,但是这需要很高的计算复杂度。导频辅助算法<sup>[24-25]</sup>插入额外的导频信号来辅助估计加速度,但是这会降低信号传输效率。FRFT算法<sup>[13-14]</sup>搜索最佳旋转角度并加以补偿,从而重新聚集信号能量,但是这也需要很高的计算复杂度。另外,CFFT(Clustering-FFT)算法<sup>[26]</sup>和CSHC(Comb-search and hierarchical-clustering)算法<sup>[27]</sup>都借鉴聚类思想以聚集已扩散的信号能量,但是这些聚

类算法<sup>[26-27]</sup>仅考虑一个累积周期内信号元素,却忽略了所有累积周期内所有信号元素之间的相关性。

针对空间通信载波多普勒频偏,本文提出一种局部聚类捕获(Local-clustering-acquisition, LCA)算法。LCA算法首先构造一个很窄的局部范围以包含更少的噪声元素,然后采用聚类以聚集所有累积周期内很多信号元素。本文贡献如下:

- (1) LCA算法构造一个很窄的局部范围,仅包含很少的噪声元素,从而减弱噪声能量;
- (2) LCA算法采用聚类以聚集所有累积周期内很多个具有相关性(即频率距离很近)的信号元素,从而增强信号能量;
- (3) LCA算法既能够减弱噪声能量又能够增强信号能量,从而获得一个更高的捕获概率。

## 1 信号模型

空间通信中,考虑一对处于高动态状态的信号发送端和接收端(比如火箭、卫星或探测器等)。发送端和接收端之间的相对速度 $v_d$ 和相对加速度 $v_a$ 如图1所示。它们将会引起信号载波频率发生高动态多普勒频偏 $f_d$ 及其加速度 $f_a$ ,即

$$f_d = \frac{v_d}{v_c} f_c, \quad f_a = \frac{v_a}{v_c} f_c \quad (1)$$

式中: $v_c = 3 \times 10^8$  m/s为光速; $f_c$ 表示载波频率,载波频率同步要求:接收端从接收到的码元信号中捕获高动态多普勒频偏。

经离散化采样后,一个码元周期内的信号可以表示为 $\mathbf{r} = \{r_0, r_1, \dots, r_{N-1}\}$ ,其中,第 $n$ 个元素 $r_n$  ( $0 \leq n \leq N-1$ )为

$$r_n = \frac{A}{\sqrt{N}} b e^{j \left[ 2\pi \left( \frac{f_{d,0}}{f_s} n + \frac{f_a}{2f_s^2} n^2 \right) + \varphi_0 \right]} + \omega_n \quad (2)$$

式中: $A/\sqrt{N}$ 为码元幅度, $b \in \{-1, +1\}$ 为速率为 $R_b$ 的码元信息, $j$ 为虚数单位, $f_{d,0}$ 和 $f_a$ 分别为多普勒频偏的初始值和加速度, $f_s$ 为采样频率, $\varphi_0$ 为初始相位, $\omega_n$ 为方差为 $\sigma^2$ 的加性复数高斯白噪声。由此可得码元的长度 $N = f_s/R_b$ 和信噪比 $\text{SNR} = A^2/\sigma^2$ 。

针对多普勒频偏捕获,低信噪比要求一个很长累积周期来累积很多个码元,从而聚集信号能量。由于接收端未知码元信息,本文采用非相干累积方式并得到累积结果 $\mathbf{r}_{\text{acc}} = \{r_{\text{acc},0}, r_{\text{acc},1}, \dots, r_{\text{acc},N_i-1}\}$ ,即

$$\mathbf{r}_{\text{acc}} = \sum_{i=0}^{L-1} |\text{fft}(\mathbf{r}^{[i]})|^2 \quad (3)$$

式中: $\text{fft}(\mathbf{r}^{[i]})$ 表示对第 $i$ 个接收码元 $\mathbf{r}^{[i]}$ 进行 $N_i$  ( $N_i \geq N$ )点FFT运算; $L$ 表示累积周期长度。式(3)表示 $L$ 个码元累积,每个码元能量是 $A^2$ ,即总能量为 $LA^2$ 。

Nyquist采样要求:采样频率 $f_s$ 应当不低于两倍最大多普勒频偏 $f_{d,\text{max}}$ 即 $f_s \geq 2f_{d,\text{max}}$ ,其中 $f_{d,\text{max}} = v_{d,\text{max}} f_c / v_c$ , $v_{d,\text{max}}$ 为相对速度 $v_d$ 的最大值。由此可得 $[-f_{d,\text{max}}, f_{d,\text{max}}] \subseteq [-f_s/2, f_s/2]$ 。

相较于整个频率区间 $[-f_s/2, f_s/2]$ ,一个更窄的频率区间 $[-f_{d,\text{max}}, f_{d,\text{max}}]$ 也足够包含此多普勒频偏 $f_d$ 。因此,仅需要从这个更窄的频率区间内搜索多普勒频偏,这个频率区间 $[-f_{d,\text{max}}, f_{d,\text{max}}]$ 就被称为全局范围。

在全局范围 $R = [-f_{d,\text{max}}, f_{d,\text{max}}]$ 中,传统的FFT捕获算法搜索最大元素 $r_{\text{acc},\hat{\lambda}_{\text{max}}} = \max \mathbf{r}_{\text{acc}}$ ,即

$$\hat{\lambda}_{\text{max}} = \arg \max \mathbf{r}_{\text{acc}} \quad \text{s.t.} \quad \hat{\lambda}_{\text{max}} f_s / N_i \in R \quad (4)$$

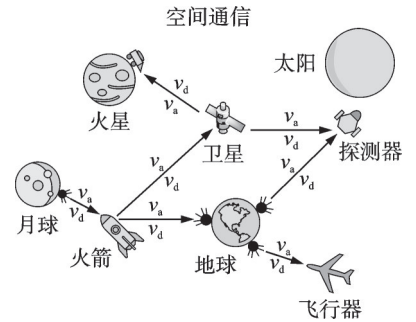


图1 空间通信场景

Fig.1 Space communication scenarios

根据最大元素  $r_{\text{acc}, \hat{\lambda}_{\text{max}}}$  的索引  $\hat{\lambda}_{\text{max}}$ , 又得到多普勒频偏捕获结果  $\hat{f}_d$ , 即

$$\hat{f}_d = \frac{\hat{\lambda}_{\text{max}}}{N_f} f_s \quad (5)$$

在多普勒频偏加速度  $f_a$  很大的情况下, 高动态多普勒频偏  $f_d$  在一个累积周期内也并不是恒定的, 而是会快速地从  $f_{d,0}$  变化到  $f_{d,0} + f_a L/R_b$ 。这说明多个信号总能量不再聚集到单个频率点, 而是扩散到一个频率区间  $[f_{d,0}, f_{d,0} + f_a L/R_b]$ 。

令  $N_{\text{sig}}, N_{\text{noi}}$  和  $N_{\text{total}}$  分别表示信号元素个数、噪声元素个数和元素总个数, 即

$$\begin{cases} N_{\text{sig}} = \left\lfloor \frac{|f_a L/R_b|}{f_s/N_f} + 1 \right\rfloor \\ N_{\text{noi}} = \left\lfloor \frac{2f_{d,\text{max}} - |f_a L/R_b|}{f_s/N_f} \right\rfloor \\ N_{\text{total}} = N_{\text{sig}} + N_{\text{noi}} = \frac{2f_{d,\text{max}}}{f_s/N_f} + 1 \end{cases} \quad (6)$$

由式(6)可知, 一个累积周期内  $L$  个码元的总能量(即  $LA^2$ )会扩散到  $N_{\text{sig}}$  个频率距离相近(即具有相关性)的信号元素上, 造成了严重的能量扩散问题。

## 2 LCA 算法

LCA算法的处理流程为: 首先利用全局范围内最大元素来构造一个局部范围, 然后从局部范围内选择若干个较大元素进行聚类, 最后从聚类结果中搜索最大的簇来得到捕获结果, 如图2所示。

(1)  $\hat{f}_d^{[t]}$  和  $R_{\text{local}}^{[t]}$

接收  $TL$  个码元  $\{r^{[0]}, r^{[1]}, \dots, r^{[T-1]}\}$ , 并依次将其平均划分到  $T$  个累积周期。其中, 第  $t$  个 ( $0 \leq t \leq T-1$ ) 累积周期的累积结果  $r_{\text{acc}}^{[t]}$  为

$$r_{\text{acc}}^{[t]} = \sum_{i=tL}^{(t+1)L-1} |\text{fft}(r^{[i]})|^2 \quad (7)$$

从  $r_{\text{acc}}^{[t]}$  中, 搜索最大元素  $r_{\text{acc}, \hat{\lambda}_{\text{max}}^{[t]}}^{[t]} = \max r_{\text{acc}}^{[t]}$ , 其中  $\hat{\lambda}_{\text{max}}^{[t]}$  为

$$\hat{\lambda}_{\text{max}}^{[t]} = \arg \max r_{\text{acc}}^{[t]} \text{ s.t. } \hat{\lambda}_{\text{max}}^{[t]} f_s / N_f \in R \quad (8)$$

将  $\hat{\lambda}_{\text{max}}^{[t]}$  代入式(5), 得到粗捕获结果  $\hat{f}_d^{[t]}$ , 即

$$\hat{f}_d^{[t]} = \frac{\hat{\lambda}_{\text{max}}^{[t]}}{N_f} f_s \quad (9)$$

除  $\hat{f}_d^{[t]}$  以外的其他  $T-1$  个粗捕获结果  $\left\{ \left\{ \hat{f}_d^{[0]}, \hat{f}_d^{[1]}, \dots, \hat{f}_d^{[T-1]} \right\} \setminus \left\{ \hat{f}_d^{[t]} \right\} \right\}$  为第  $t$  个累积周期构造一个局部范围  $R_{\text{local}}^{[t]}$ , 其中“ $\setminus$ ”表示集合相减运算符号。  $R_{\text{local}}^{[t]}$  表示为

$$R_{\text{local}}^{[t]} = \left[ \max \left\{ \hat{f}_{\text{min}}^{[t]} - \frac{TLf_{a,\text{max}}}{R_b}, -f_{d,\text{max}} \right\}, \min \left\{ \hat{f}_{\text{max}}^{[t]} + \frac{TLf_{a,\text{max}}}{R_b}, f_{d,\text{max}} \right\} \right] \subseteq R \quad (10)$$

式中:  $\hat{f}_{\text{min}}^{[t]} = \min \left\{ \left\{ \hat{f}_d^{[0]}, \hat{f}_d^{[1]}, \dots, \hat{f}_d^{[T-1]} \right\} \setminus \left\{ \hat{f}_d^{[t]} \right\} \right\}$  和  $\hat{f}_{\text{max}}^{[t]} = \max \left\{ \left\{ \hat{f}_d^{[0]}, \hat{f}_d^{[1]}, \dots, \hat{f}_d^{[T-1]} \right\} \setminus \left\{ \hat{f}_d^{[t]} \right\} \right\}$ 。

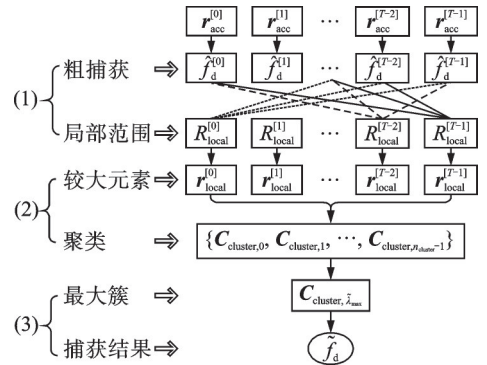


图2 LCA算法流程图

Fig.2 Flow chart of LCA algorithm

(2)  $r_{\text{local}}^{[\ell]}$  和  $\{C_{\text{cluster},0}, C_{\text{cluster},1}, \dots, C_{\text{cluster},n_{\text{cluster}}-1}\}$

令  $\alpha_{\text{local}} (0 < \alpha_{\text{local}} \ll 1)$  表示局部系数。计算  $n_{\text{local}}^{[\ell]}$ , 其表达式为

$$n_{\text{local}}^{[\ell]} = \max \left\{ \alpha_{\text{local}} \frac{\min \left\{ \hat{f}_{\text{max}}^{[\ell]} + \frac{TLf_{a,\text{max}}}{R_b}, f_{a,\text{max}} \right\} - \max \left\{ \hat{f}_{\text{min}}^{[\ell]} - \frac{TLf_{a,\text{max}}}{R_b}, -f_{a,\text{max}} \right\}}{f_s/N_f} + 1, \left\lfloor \frac{f_{a,\text{max}}L/R_b}{f_s/N_f} + 1 \right\rfloor \right\} \quad (11)$$

式中:  $f_{a,\text{max}} = v_{a,\text{max}} f_c / v_c$ ;  $v_{a,\text{max}}$  表示  $v_a$  的最大值。选择  $n_{\text{local}}^{[\ell]}$  个较大元素  $r_{\text{local}}^{[\ell]} = \{r_{\text{local},0}^{[\ell]}, r_{\text{local},1}^{[\ell]}, \dots, r_{\text{local},n_{\text{local}}^{[\ell]}-1}^{[\ell]}\}$ , 其中第  $i$  个元素  $r_{\text{local},i}^{[\ell]}$  为

$$r_{\text{local},i}^{[\ell]} = \begin{cases} r_{\text{acc},I_{\text{local},0}^{[\ell]}}^{[\ell]} = \max r_{\text{acc}}^{[\ell]} & i = 0; \text{ s.t. } I_{\text{local},0}^{[\ell]} f_s / N_f \in R_{\text{local}}^{[\ell]} \\ r_{\text{acc},I_{\text{local},i}^{[\ell]}}^{[\ell]} = \max r_{\text{acc}}^{[\ell]} \setminus \{r_{\text{local},0}^{[\ell]}, r_{\text{local},1}^{[\ell]}, \dots, r_{\text{local},i-1}^{[\ell]}\} & 1 \leq i \leq n_{\text{local}}^{[\ell]} - 1; \text{ s.t. } I_{\text{local},i}^{[\ell]} f_s / N_f \in R_{\text{local}}^{[\ell]} \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $I_{\text{local},i}^{[\ell]}$  表示  $r_{\text{local},i}^{[\ell]}$  在  $r_{\text{acc}}^{[\ell]}$  中的源索引。

令  $\text{dist}(r_{\text{local},i_1}^{[\ell]}, r_{\text{local},i_2}^{[\ell]})$  表示任意两个不同元素  $r_{\text{local},i_1}^{[\ell]}$  和  $r_{\text{local},i_2}^{[\ell]}$  之间的距离, 其表达式为

$$\text{dist}(r_{\text{local},i_1}^{[\ell]}, r_{\text{local},i_2}^{[\ell]}) = |I_{\text{local},i_1}^{[\ell]} - I_{\text{local},i_2}^{[\ell]}| \quad i_1 \neq i_2 \text{ 且 } t_1 \neq t_2 \quad (13)$$

聚类开始, 每个元素  $r_{\text{local},i}^{[\ell]}$  都被视为一个单独的簇, 从而形成初始簇  $\{C_{\text{cluster},0}, C_{\text{cluster},1}, \dots, C_{\text{cluster},n_{\text{cluster}}-1}\}$ ,

其中  $n_{\text{cluster}} = \sum_{i=0}^{T-1} n_{\text{local}}^{[i]}$  表示簇的总个数。

此时,  $n_{\text{cluster}}$  个簇构造一个  $n_{\text{cluster}} \times n_{\text{cluster}}$  簇间距离矩阵  $M$ , 其中, 第  $i$  行第  $k$  列元素  $M_{i,k}$  为

$$M_{i,k} = \frac{1}{N_{\text{cluster},i} N_{\text{cluster},k}} \sum_{x_1 \in C_{\text{cluster},i}} \sum_{x_2 \in C_{\text{cluster},k}} \text{dist}(x_1, x_2) \quad i \neq k \quad (14)$$

式中:  $N_{\text{cluster},i}$  和  $N_{\text{cluster},k}$  分别表示两个簇  $C_{\text{cluster},i}$  和  $C_{\text{cluster},k}$  中元素个数。从簇间距离矩阵  $M$  中, 搜索最小元素  $M_{i^*,k^*} (i^* < k^*)$ , 即

$$M_{i^*,k^*} = \min M \quad (15)$$

聚类条件包括距离阈值  $\delta_{\text{dis}}$  和个数阈值  $\delta_{\text{num}}$ , 表达式为

$$\begin{cases} M_{i^*,k^*} \leq \delta_{\text{dis}} = \left\lfloor \frac{Tf_{a,\text{max}}L/R_b}{f_s/N_f} \right\rfloor \\ N_{\text{cluster},i^*} + N_{\text{cluster},k^*} \leq \delta_{\text{num}} = T \left\lfloor \frac{f_{a,\text{max}}L/R_b}{f_s/N_f} + 1 \right\rfloor \end{cases} \quad (16)$$

由式(16)可得距离阈值和个数阈值能够覆盖所有累积周期内具有相关性的所有信号元素。当  $M_{i^*,k^*}$  满足式(16)中的聚类条件时, 聚类继续,  $C_{\text{cluster},i^*}$  和  $C_{\text{cluster},k^*}$  两个簇合并为一个簇, 即

$$C_{\text{cluster},i^*} = C_{\text{cluster},i^*} \cup C_{\text{cluster},k^*} \quad (17)$$

根据式(17), 更新距离矩阵  $M$ , 即删除第  $k^*$  行和第  $k^*$  列, 并重新计算第  $i^*$  行和第  $i^*$  列, 即

$$\begin{cases} n_{\text{cluster}} = n_{\text{cluster}} - 1 \\ M_{i^*,k^*} = d_{\text{avg}}(C_{\text{cluster},i^*}, C_{\text{cluster},k^*}) \\ M_{k^*,i^*} = M_{i^*,k^*} \end{cases} \quad (18)$$

从更新后矩阵  $M$  中, 继续搜索最小元素  $M_{i^*,k^*}$ , 并判断其是否仍然满足聚类条件。若不满足, 则聚类结束; 反之则聚类继续, 直至结束。聚类结束时, 可得聚类结果  $C_{\text{cluster}} = \{C_{\text{cluster},0}, C_{\text{cluster},1}, \dots, C_{\text{cluster},n_{\text{cluster}}-1}\}$ 。

(3)  $C_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}}$  和  $\tilde{f}_d$

**定义 1** 对于包含  $N_{\text{cluster}, i}$  个元素的簇  $C_{\text{cluster}, i}$  ( $0 \leq i \leq n_{\text{cluster}} - 1$ ), 其大小  $S_{\text{cluster}, i}$  定义为所有元素的总和, 其位置  $\bar{I}_{\text{cluster}, i}$  定义为所有元素索引的平均值, 其表达式分别为

$$\begin{cases} S_{\text{cluster}, i} = \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{r_{\text{local}, k}^{[t]} \in C_{\text{cluster}, i}} r_{\text{local}, k}^{[t]} \\ \bar{I}_{\text{cluster}, i} = \frac{1}{N_{\text{cluster}, i}} \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{r_{\text{local}, k}^{[t]} \in C_{\text{cluster}, i}} I_{\text{local}, k}^{[t]} \end{cases} \quad (19)$$

从  $\{C_{\text{cluster}, 0}, C_{\text{cluster}, 1}, \dots, C_{\text{cluster}, n_{\text{cluster}} - 1}\}$  中, 搜索最大簇  $C_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}} = \max\{C_{\text{cluster}, 0}, C_{\text{cluster}, 1}, \dots, C_{\text{cluster}, n_{\text{cluster}} - 1}\}$ , 即

$$\tilde{\lambda}_{\max} = \arg \max\{C_{\text{cluster}, 0}, C_{\text{cluster}, 1}, \dots, C_{\text{cluster}, n_{\text{cluster}} - 1}\} \quad (20)$$

将  $\tilde{\lambda}_{\max}$  代入式(19)中, 可进一步得到最大簇  $C_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}}$  的位置  $\bar{I}_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}}$ , 即

$$\bar{I}_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}} = \frac{1}{N_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}}} \sum_{r_{\text{local}, k}^{[t]} \in C_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}}} I_{\text{local}, k}^{[t]} \quad (21)$$

根据最大簇  $C_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}}$  的位置  $\bar{I}_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}}$ , 又得到多普勒频偏的捕获结果  $\tilde{f}_d$ , 其表达式为

$$\tilde{f}_d = \frac{\bar{I}_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}}}{N_f} f_s = \frac{\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{r_{\text{local}, k}^{[t]} \in C_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}}} I_{\text{local}, k}^{[t]}}{N_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\max}} N_f} f_s \quad (22)$$

LCA算法的信号处理流程如算法 1 所示。

#### 算法 1 LCA算法

输入:  $\{r^{[0]}, r^{[1]}, \dots, r^{[T-1]}\}$

输出:  $\tilde{f}_d$

(1) For  $t = 0; t < T; t++$

(2) 根据式(7), 计算  $r_{\text{acc}}^{[t]}$

(3) 根据式(8,9), 搜索  $\hat{\lambda}_{\max}^{[t]}$  并计算  $\hat{f}_d^{[t]}$

(4) End

(5) For  $t = 0; t < T; t++$

(6) 根据式(10), 计算  $R_{\text{local}}^{[t]}$

(7) 根据式(11,12), 计算  $n_{\text{local}}^{[t]}$  并选择  $r_{\text{local}}^{[t]}$

(8) End

(9) For  $t_1 = 0; t_1 < T; t_1++$

(10) For  $i_1 = 0; i_1 < n_{\text{local}}^{[t_1]}; i_1++$

(11) For  $t_2 = 0; t_2 < T, t_2 \neq t_1; t_2++$

(12) For  $i_2 = 0; i_2 < n_{\text{local}}^{[t_2]}; i_2++$

(13) 根据式(13), 计算  $\text{dist}(r_{\text{local}, i_1}^{[t_1]}, r_{\text{local}, i_2}^{[t_2]})$

(14) End

(15) End

(16) For  $i_2 = 0; i_2 < n_{\text{local}}^{[t_1]}, i_2 \neq i_1; i_2++$

(17) 根据式(13), 计算  $\text{dist}(r_{\text{local}, i_1}^{[t_1]}, r_{\text{local}, i_2}^{[t_2]})$

- (18) End  
 (19) End  
 (20)End  
 (21)聚类开始:令  $n_{\text{cluster}} = 0$   
 (22)For  $t = 0; t < T; t++$   
 (23) For  $i = 0; i < n_{\text{local}}^{[t]}; i++$   
 (24)  $\mathbf{C}_{\text{cluster}, n_{\text{cluster}}} = \{r_{\text{local}, i}^{[t]}\}, n_{\text{cluster}}++$   
 (25) End  
 (26)End  
 (27)For  $i = 0; i < n_{\text{cluster}}; i++$   
 (28) For  $k = 0; k < n_{\text{cluster}}, k \neq i; k++$   
 (29) 根据式(14),计算  $M_{i, k}$   
 (30) End  
 (31)End  
 (32)根据式(15),搜索  $M_{i', k'}$   
 (33)While  $M_{i', k'}$ 满足式(16)  
 (34) 根据式(17),合并  $\mathbf{C}_{\text{cluster}, i'}$  和  $\mathbf{C}_{\text{cluster}, k'}$   
 (35) 根据式(18),更新  $\mathbf{M}$   
 (36)End  
 (37)聚类结束:得到  $\{\mathbf{C}_{\text{cluster}, 0}, \mathbf{C}_{\text{cluster}, 1}, \dots, \mathbf{C}_{\text{cluster}, n_{\text{cluster}} - 1}\}$   
 (38)For  $i = 0; i < n_{\text{cluster}}; i++$   
 (39) 根据式(19),计算  $S_{\text{cluster}, i}$  和  $\bar{I}_{\text{cluster}, i}$   
 (40)End  
 (41) 根据式(20),搜索  $\tilde{\lambda}_{\text{max}}$   
 (42) 根据式(21),计算  $\bar{I}_{\text{cluster}, \tilde{\lambda}_{\text{max}}}$   
 (43) 根据式(22),得到  $\tilde{f}_d$

接下来,求解  $\tilde{f}_d$  的捕获概率  $\tilde{p}_{\text{LCA}}$ 。为了简化计算,将接收到的码元  $r_n$  与  $\sqrt{2}/\sigma$  相乘,从而将复数噪声转为两个标准正态分布。

令  $\mathbf{r}_{\text{acc}}^{[t]}$  中  $(0 \leq t \leq T-1)N_{\text{noi}}$  个噪声元素和  $N_{\text{sig}}$  个信号元素分别为  $\mathbf{r}_{\text{noi}}^{[t]} = \{r_{\text{noi}, 0}^{[t]}, r_{\text{noi}, 1}^{[t]}, \dots, r_{\text{noi}, N_{\text{noi}}-1}^{[t]}\}$  和  $\mathbf{r}_{\text{sig}}^{[t]} = \{r_{\text{sig}, 0}^{[t]}, r_{\text{sig}, 1}^{[t]}, \dots, r_{\text{sig}, N_{\text{sig}}-1}^{[t]}\}$ 。  $\mathbf{r}_{\text{noi}}^{[t]}$  中  $N_{\text{noi}}$  个噪声元素是独立同分布的,它们的概率密度函数(Probability density function, PDF)  $\chi_{\text{noi}, 2L}^2(x)$  为

$$\chi_{\text{noi}, 2L}^2(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^L \Gamma(L)} x^{L-1} e^{-x/2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (23)$$

式中:  $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-y} y^{x-1} dy$  ( $x > 0$ ) 表示伽玛函数。

此时,任一个噪声元素  $r_{\text{noi}, i}^{[t]}$  ( $0 \leq i \leq N_{\text{noi}} - 1$ ) 的累积分布函数(Cumulative distribution function, CDF)  $G_{\text{noi}}(x)$  为

$$G_{\text{noi}}(x) = \int_0^x \chi_{\text{noi}, 2L}^2(y) dy \quad (24)$$

同理,  $r_{\text{sig}}^{[t]}$  中  $N_{\text{sig}}$  个信号元素也是独立同分布。此时, 它们的 PDF  $\chi_{\text{sig}, 2L}^2(x)$  为

$$\chi_{\text{sig}, 2L}^2(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( \frac{x}{\theta} \right)^{\frac{L-1}{2}} e^{-\frac{x+\theta}{2}} J_{L-1}(\sqrt{\theta x}) & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (25)$$

式中:  $J_{L-1}(x)$  表示第一类  $L-1$  阶贝塞尔函数;  $\theta = 2LA^2/(N_{\text{sig}}\sigma^2)$ 。

此时, 任一个信号元素  $r_{\text{sig}, i}^{[t]} (0 \leq i \leq N_{\text{sig}} - 1)$  的 CDF  $G_{\text{sig}}(x)$  为

$$G_{\text{sig}}(x) = \int_0^x \chi_{\text{sig}, 2L}^2(y) dy \quad (26)$$

令  $\tilde{r}_{\text{noi}}^{[t]} = \{\tilde{r}_{\text{noi}, 0}^{[t]}, \tilde{r}_{\text{noi}, 1}^{[t]}, \dots, \tilde{r}_{\text{noi}, N_{\text{noi}}-1}^{[t]}\}$  表示噪声元素  $r_{\text{noi}}^{[t]}$  的次序统计量, 使得  $\tilde{r}_{\text{noi}, 0}^{[t]} \leq \tilde{r}_{\text{noi}, 1}^{[t]} \leq \dots \leq \tilde{r}_{\text{noi}, N_{\text{noi}}-1}^{[t]}$ 。此时, 第  $i$  个 ( $0 \leq i \leq N_{\text{noi}} - 1$ ) 噪声元素  $\tilde{r}_{\text{noi}, i}^{[t]}$  的 CDF  $\tilde{G}_{\text{noi}, i}^{[N_{\text{noi}}]}(x)$  和 PDF  $\tilde{g}_{\text{noi}, i}^{[N_{\text{noi}}]}(x)$ 。令  $\tilde{r}_{\text{sig}}^{[t]} = \{\tilde{r}_{\text{sig}, 0}^{[t]}, \tilde{r}_{\text{sig}, 1}^{[t]}, \dots, \tilde{r}_{\text{sig}, N_{\text{sig}}-1}^{[t]}\}$  表示信号元素  $r_{\text{sig}}^{[t]}$  的次序统计量, 使得  $\tilde{r}_{\text{sig}, 0}^{[t]} \leq \tilde{r}_{\text{sig}, 1}^{[t]} \leq \dots \leq \tilde{r}_{\text{sig}, N_{\text{sig}}-1}^{[t]}$ 。此时, 第  $i$  个 ( $0 \leq i \leq N_{\text{sig}} - 1$ ) 信号元素  $\tilde{r}_{\text{sig}, i}^{[t]}$  的 CDF  $\tilde{G}_{\text{sig}, i}^{[N_{\text{sig}}]}(x)$  和 PDF  $\tilde{g}_{\text{sig}, i}^{[N_{\text{sig}}]}(x)$  具体表达式分别为

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{G}_{\text{noi}, i}^{[N_{\text{noi}}]}(x) &= \Pr(\tilde{r}_{\text{noi}, i}^{[t]} < x) = \sum_{k=i}^{N_{\text{noi}}-1} \frac{N_{\text{noi}}!}{(N_{\text{noi}} - (k+1))!(k+1)!} [G_{\text{noi}}(x)]^{k+1} [1 - G_{\text{noi}}(x)]^{N_{\text{noi}}-k-1} \\ \tilde{G}_{\text{sig}, i}^{[N_{\text{sig}}]}(x) &= \Pr(\tilde{r}_{\text{sig}, i}^{[t]} < x) = \sum_{k=i}^{N_{\text{sig}}-1} \frac{N_{\text{sig}}!}{(N_{\text{sig}} - (k+1))!(k+1)!} [G_{\text{sig}}(x)]^{k+1} [1 - G_{\text{sig}}(x)]^{N_{\text{sig}}-k-1} \\ \tilde{g}_{\text{noi}, i}^{[N_{\text{noi}}]}(x) &= \frac{\partial \tilde{G}_{\text{noi}, i}^{[N_{\text{noi}}]}(x)}{\partial x} = \frac{N_{\text{noi}}!}{(N_{\text{noi}} - (i+1))!(i+1)!} [\tilde{G}_{\text{noi}, i}^{[N_{\text{noi}}]}(x)]^i [1 - \tilde{G}_{\text{noi}, i}^{[N_{\text{noi}}]}(x)]^{N_{\text{noi}}-i-1} \chi_{\text{noi}, 2L}^2(x) \\ \tilde{g}_{\text{sig}, i}^{[N_{\text{sig}}]}(x) &= \frac{\partial \tilde{G}_{\text{sig}, i}^{[N_{\text{sig}}]}(x)}{\partial x} = (i+1) \frac{N_{\text{sig}}!}{(N_{\text{sig}} - (i+1))!(i+1)!} [\tilde{G}_{\text{sig}, i}^{[N_{\text{sig}}]}(x)]^i [1 - \tilde{G}_{\text{sig}, i}^{[N_{\text{sig}}]}(x)]^{N_{\text{sig}}-i-1} \chi_{\text{sig}, 2L}^2(x) \end{aligned} \right. \quad (27)$$

因此, 传统 FFT 捕获算法下捕获结果  $\hat{f}_d^{[t]}$  的捕获概率  $p$  为

$$p = \Pr\{\tilde{r}_{\text{noi}, N_{\text{noi}}-1}^{[t]} < \tilde{r}_{\text{sig}, N_{\text{sig}}-1}^{[t]}\} = \int_0^\infty \int_0^x \tilde{g}_{\text{noi}, N_{\text{noi}}-1}^{[N_{\text{noi}}]}(y) \tilde{g}_{\text{sig}, N_{\text{sig}}-1}^{[N_{\text{sig}}]}(x) dx dy = \int_0^\infty \tilde{G}_{\text{noi}, N_{\text{noi}}-1}^{[N_{\text{noi}}]}(x) \tilde{g}_{\text{sig}, N_{\text{sig}}-1}^{[N_{\text{sig}}]}(x) dx \quad (28)$$

在  $T$  个捕获结果  $\{\hat{f}_d^{[0]}, \hat{f}_d^{[1]}, \dots, \hat{f}_d^{[T-1]}\}$  都错误的情况下, 它们均匀地分布在  $[-f_{d, \max}, f_{d, \max}]$  内, 并具有相同的 CDF, 即  $Z(x) = (x + f_{d, \max})/2f_{d, \max}$ 。此时,  $\hat{f}_{\max}^{[t]}$  和  $\hat{f}_{\min}^{[t]}$  的 CDF 分别可以表示为  $Z_{\max}(x) = [Z(x)]^{T-1}$  和  $Z_{\min}(x) = 1 - [1 - Z(x)]^{T-1}$ 。因此,  $\hat{f}_{\max}^{[t]}$  和  $\hat{f}_{\min}^{[t]}$  的平均值  $\bar{f}_{\max}^{[t]}$  和  $\bar{f}_{\min}^{[t]}$  可分别表示为

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{f}_{\max}^{[t]} &= \int_{-f_{d, \max}}^{f_{d, \max}} x dZ_{\max}(x) = \frac{T-2}{T} f_{d, \max} \\ \bar{f}_{\min}^{[t]} &= \int_{-f_{d, \max}}^{f_{d, \max}} x dZ_{\min}(x) = -\frac{T-2}{T} f_{d, \max} \end{aligned} \right. \quad (29)$$

根据式(29), 可得局部范围  $R_{\text{local}}^{[t]}$  包含真实多普勒频偏的概率  $p_{\text{local}}^{[t]}$  为

$$p_{\text{local}}^{[t]} = 1 - (1-p)^{T-1} \frac{\bar{f}_{\max}^{[t]} - \bar{f}_{\min}^{[t]}}{2f_{d, \max}} = 1 - \frac{2}{T} (1-p)^{T-1} \quad (30)$$



令  $N_{\text{loc-total}}^{[t]}$  表示局部范围  $R_{\text{local}}^{[t]}$  内的元素总个数, 包括  $N_{\text{loc-sig}}^{[t]}$  个信号元素和  $N_{\text{loc-noi}}^{[t]}$  个噪声元素, 表达式为

$$\begin{cases} N_{\text{loc-total}}^{[t]} = \frac{W_{\text{local}}^{[t]}}{f_s/N_f} + 1 < N_{\text{total}} \\ N_{\text{loc-sig}}^{[t]} = N_{\text{sig}} \\ N_{\text{loc-noi}}^{[t]} = N_{\text{loc-total}}^{[t]} - N_{\text{loc-sig}}^{[t]} < N_{\text{noi}} \end{cases} \quad (31)$$

式中:  $W_{\text{local}}^{[t]} = \min\{\hat{f}_{\text{max}}^{[t]} + TLf_{a,\text{max}}/R_b, f_{d,\text{max}}\} - \max\{\hat{f}_{\text{min}}^{[t]} - TLf_{a,\text{max}}/R_b, -f_{d,\text{max}}\}$ 。令  $\mathbf{r}_{\text{loc-noi}}^{[t]} = \{r_{\text{loc-noi},0}^{[t]}, r_{\text{loc-noi},1}^{[t]}, \dots, r_{\text{loc-noi},N_{\text{loc-noi}}^{[t]}-1}^{[t]}\}$  和  $\tilde{\mathbf{r}}_{\text{loc-noi}}^{[t]} = \{\tilde{r}_{\text{loc-noi},0}^{[t]}, \tilde{r}_{\text{loc-noi},1}^{[t]}, \dots, \tilde{r}_{\text{loc-noi},N_{\text{loc-noi}}^{[t]}-1}^{[t]}\}$  分别表示  $R_{\text{local}}^{[t]}$  内噪声元素及其次序统计量, 使得  $\tilde{r}_{\text{loc-noi},0}^{[t]} \leq \tilde{r}_{\text{loc-noi},1}^{[t]} \leq \dots \leq \tilde{r}_{\text{loc-noi},N_{\text{loc-noi}}^{[t]}-1}^{[t]}$ 。此时, 第  $i$  个 ( $0 \leq i \leq N_{\text{loc-noi}}^{[t]} - 1$ ) 噪声元素  $\tilde{r}_{\text{loc-noi},i}^{[t]}$  的 CDF  $\tilde{G}_{\text{noi},i}^{[N_{\text{loc-noi}}^{[t]}]}(x)$  和 PDF  $\tilde{g}_{\text{noi},i}^{[N_{\text{loc-noi}}^{[t]}]}(x)$ 。同理, 令  $\mathbf{r}_{\text{loc-sig}}^{[t]} = \{r_{\text{loc-sig},0}^{[t]}, r_{\text{loc-sig},1}^{[t]}, \dots, r_{\text{loc-sig},N_{\text{loc-sig}}^{[t]}-1}^{[t]}\}$  和  $\tilde{\mathbf{r}}_{\text{loc-sig}}^{[t]} = \{\tilde{r}_{\text{loc-sig},0}^{[t]}, \tilde{r}_{\text{loc-sig},1}^{[t]}, \dots, \tilde{r}_{\text{loc-sig},N_{\text{loc-sig}}^{[t]}-1}^{[t]}\}$  分别表示  $R_{\text{local}}^{[t]}$  内信号元素及其次序统计量, 使得  $\tilde{r}_{\text{loc-sig},0}^{[t]} \leq \tilde{r}_{\text{loc-sig},1}^{[t]} \leq \dots \leq \tilde{r}_{\text{loc-sig},N_{\text{loc-sig}}^{[t]}-1}^{[t]}$ 。类似的, 第  $i$  个 ( $0 \leq i \leq N_{\text{loc-sig}}^{[t]} - 1$ ) 信号元素  $\tilde{r}_{\text{loc-sig},i}^{[t]}$  的 CDF  $\tilde{G}_{\text{sig},i}^{[N_{\text{loc-sig}}^{[t]}]}(x)$  和 PDF  $\tilde{g}_{\text{sig},i}^{[N_{\text{loc-sig}}^{[t]}]}(x)$  具体表达式为

$$\begin{cases} \tilde{G}_{\text{noi},i}^{[N_{\text{loc-noi}}^{[t]}]}(x) = \Pr(\tilde{r}_{\text{loc-noi},i}^{[t]} < x) = \\ \sum_{k=i}^{N_{\text{loc-noi}}^{[t]}-1} \frac{N_{\text{loc-noi}}^{[t]}!}{(N_{\text{loc-noi}}^{[t]} - (k+1))!(k+1)!} [G_{\text{noi}}(x)]^{k+1} [1 - G_{\text{noi}}(x)]^{N_{\text{loc-noi}}^{[t]} - k - 1} > \tilde{G}_{\text{noi},i}^{[N_{\text{loc-noi}}^{[t]}]}(x) \\ \tilde{G}_{\text{sig},i}^{[N_{\text{loc-sig}}^{[t]}]}(x) = \Pr(\tilde{r}_{\text{loc-sig},i}^{[t]} < x) = \\ \sum_{k=i}^{N_{\text{loc-sig}}^{[t]}-1} \frac{N_{\text{loc-sig}}^{[t]}!}{(N_{\text{loc-sig}}^{[t]} - (k+1))!(k+1)!} [G_{\text{sig}}(x)]^{k+1} [1 - G_{\text{sig}}(x)]^{N_{\text{loc-sig}}^{[t]} - k - 1} = \tilde{G}_{\text{sig},i}^{[N_{\text{loc-sig}}^{[t]}]}(x) \\ \tilde{g}_{\text{noi},i}^{[N_{\text{loc-noi}}^{[t]}]}(x) = \frac{\partial \tilde{G}_{\text{noi},i}^{[N_{\text{loc-noi}}^{[t]}]}(x)}{\partial x} = \\ (i+1) \frac{N_{\text{loc-noi}}^{[t]}!}{(N_{\text{loc-noi}}^{[t]} - (i+1))!(i+1)!} [\tilde{G}_{\text{noi},i}^{[N_{\text{loc-noi}}^{[t]}]}(x)]^i [1 - \tilde{G}_{\text{noi},i}^{[N_{\text{loc-noi}}^{[t]}]}(x)]^{N_{\text{loc-noi}}^{[t]} - i - 1} \chi_{\text{noi},2L}^2(x) \\ \tilde{g}_{\text{sig},i}^{[N_{\text{loc-sig}}^{[t]}]}(x) = \frac{\partial \tilde{G}_{\text{sig},i}^{[N_{\text{loc-sig}}^{[t]}]}(x)}{\partial x} = \\ (i+1) \frac{N_{\text{loc-sig}}^{[t]}!}{(N_{\text{loc-sig}}^{[t]} - (i+1))!(i+1)!} [\tilde{G}_{\text{sig},i}^{[N_{\text{loc-sig}}^{[t]}]}(x)]^i [1 - \tilde{G}_{\text{sig},i}^{[N_{\text{loc-sig}}^{[t]}]}(x)]^{N_{\text{loc-sig}}^{[t]} - i - 1} \chi_{\text{sig},2L}^2(x) = \tilde{g}_{\text{sig},i}^{[N_{\text{loc-sig}}^{[t]}]}(x) \end{cases} \quad (32)$$

令  $\mathbf{r}_{\text{local-noi}}^{[t]} = \{r_{\text{local-noi},0}^{[t]}, r_{\text{local-noi},1}^{[t]}, \dots, r_{\text{local-noi},n_{\text{local-noi}}^{[t]}-1}^{[t]}\}$  表示  $\mathbf{r}_{\text{local}}^{[t]}$  中的噪声元素,  $\mathbf{r}_{\text{local-sig}}^{[t]} = \{r_{\text{local-sig},0}^{[t]}, r_{\text{local-sig},1}^{[t]}, \dots, r_{\text{local-sig},n_{\text{local-sig}}^{[t]}-1}^{[t]}\}$  表示  $\mathbf{r}_{\text{local}}^{[t]}$  中的信号元素, 其中  $n_{\text{local-sig}}^{[t]}$  和  $n_{\text{local-noi}}^{[t]}$  分别表示  $\mathbf{r}_{\text{local}}^{[t]}$  中信号元素个数和噪声元素个数, 可得

$$\begin{cases} n_{\text{local-sig}}^{[t]} + n_{\text{local-noi}}^{[t]} = n_{\text{local}}^{[t]} \ll N_{\text{loc-toal}}^{[t]} < N_{\text{total}} \\ n_{\text{local-noi}}^{[t]} < N_{\text{loc-noi}}^{[t]} < N_{\text{noi}} \\ n_{\text{local-sig}}^{[t]} \leq N_{\text{loc-sig}}^{[t]} = N_{\text{sig}} \end{cases} \quad (33)$$

由式(33)可得从局部范围  $R_{\text{local}}^{[t]}$  内选择  $n_{\text{local}}^{[t]}$  个较大元素有更高的概率选到信号元素, 因为局部范围

$R_{\text{local}}^{[t]}$  内噪声元素个数  $N_{\text{loc-sig}}^{[t]}$  满足条件  $N_{\text{loc-sig}}^{[t]} \leq N_{\text{noi}}$ 。

在  $f_d \in R_{\text{local}}^{[t]}$  的条件下,  $r_{\text{local}}^{[t]}$  包含至少  $i$  个信号元素 (即  $n_{\text{loc-sig}}^{[t]} \geq i$ ) 的概率  $P_{\text{ex-sig}, i|\text{local}}^{[t]} (1 \leq i \leq N_{\text{sig}})$  可表示为

$$P_{\text{ex-sig}, i|\text{local}}^{[t]} = \Pr(n_{\text{loc-sig}}^{[t]} \geq i) = \Pr(\tilde{r}_{\text{loc-noi}, N_{\text{loc-noi}}^{[t]} - n_{\text{loc-sig}}^{[t]} + i - 1} < \tilde{r}_{\text{loc-sig}, N_{\text{loc-sig}}^{[t]} - i}) = \int_0^\infty \tilde{G}_{\text{noi}, N_{\text{loc-noi}}^{[t]} - n_{\text{loc-sig}}^{[t]} + i - 1}(x) \tilde{g}_{\text{sig}, N_{\text{loc-sig}}^{[t]} - i}(x) dx \quad (34)$$

更进一步可得  $n_{\text{loc-sig}}^{[t]} = i (1 \leq i \leq N_{\text{sig}})$  的概率  $P_{\text{local-sig}, i|\text{local}}^{[t]} (1 \leq i \leq N_{\text{sig}})$ , 表达式为

$$P_{\text{local-sig}, i|\text{local}}^{[t]} = \begin{cases} 1 - P_{\text{ex-sig}, 1|\text{local}}^{[t]} & i = 0 \\ P_{\text{ex-sig}, i|\text{local}}^{[t]} - P_{\text{ex-sig}, i+1|\text{local}}^{[t]} & 1 \leq i \leq N_{\text{sig}} - 1 \\ P_{\text{ex-sig}, N_{\text{sig}}|\text{local}}^{[t]} & i = N_{\text{sig}} \end{cases} \quad (35)$$

考虑到  $f_d \in R_{\text{local}}^{[t]}$  的概率  $p_{\text{local}}^{[t]}$ , 可得  $n_{\text{loc-sig}}^{[t]} = i (1 \leq i \leq N_{\text{sig}})$  的概率  $P_{\text{local-sig}, i}^{[t]} = \Pr\{n_{\text{loc-sig}}^{[t]} = i\}$ , 表达式为

$$P_{\text{local-sig}, i}^{[t]} = \begin{cases} p_{\text{local}}^{[t]}(1 - P_{\text{ex-sig}, 1|\text{local}}^{[t]}) + (1 - p_{\text{local}}^{[t]}) & i = 0 \\ p_{\text{local}}^{[t]}(P_{\text{ex-sig}, i|\text{local}}^{[t]} - P_{\text{ex-sig}, i+1|\text{local}}^{[t]}) & 1 \leq i \leq N_{\text{sig}} - 1 \\ p_{\text{local}}^{[t]} P_{\text{ex-sig}, N_{\text{sig}}|\text{local}}^{[t]} & i = N_{\text{sig}} \end{cases} \quad (36)$$

在聚类过程中, 所有信号元素聚为一个信号簇  $C_{\text{cluster-sig}} = \{r_{\text{local-sig}}^{[0]}, r_{\text{local-sig}}^{[1]}, \dots, r_{\text{local-sig}}^{[T-1]}\}$ , 此时信号簇  $C_{\text{cluster-sig}}$  中信号元素总个数  $n_{\text{cluster-sig}}$  为

$$n_{\text{cluster-sig}} = \sum_{t=0}^{T-1} n_{\text{local-sig}}^{[t]} \quad (37)$$

其余噪声元素聚成  $n_{\text{cluster}} - 1$  个噪声簇。最终, 信号簇和噪声簇构成聚类结果  $C_{\text{cluster}}$  表达式为

$$C_{\text{cluster}} = \{C_{\text{cluster-sig}}, C_{\text{cluster-noi}, 0}, C_{\text{cluster-noi}, 1}, \dots, C_{\text{cluster-noi}, n_{\text{cluster}} - 2}\} \quad (38)$$

所有噪声簇  $\{C_{\text{cluster-noi}, 0}, C_{\text{cluster-noi}, 1}, \dots, C_{\text{cluster-noi}, n_{\text{cluster}} - 2}\}$  中最大簇  $C_{\text{cluster-noi-max}} = \max\{C_{\text{cluster-noi}, 0}, C_{\text{cluster-noi}, 1}, \dots, C_{\text{cluster-noi}, n_{\text{cluster}} - 2}\}$ 。根据式(20), 捕获结果的正确与否取决于信号簇  $C_{\text{cluster-sig}}$  和最大噪声簇  $C_{\text{cluster-noi-max}}$ 。若  $C_{\text{cluster-noi-max}} < C_{\text{cluster-sig}}$ , 则捕获结果正确, 否则, 捕获结果错误。最大噪声簇  $C_{\text{cluster-noi-max}}$  的大小与其元素个数  $n_{\text{cluster-noi-max}}$  息息相关, 但  $n_{\text{cluster-noi-max}}$  并不是常数, 而是由  $T$  组较大元素  $\{r_{\text{local}}^{[0]}, r_{\text{local}}^{[1]}, \dots, r_{\text{local}}^{[T-1]}\}$  决定的。从  $r_{\text{loc-noi}}^{[t]}$  的  $N_{\text{loc-noi}}^{[t]}$  个噪声元素中, 选择  $n_{\text{local-noi}}^{[t]}$  个噪声来构成  $r_{\text{local-noi}}^{[t]}$ , 这共有  $\frac{N_{\text{loc-noi}}^{[t]}!}{(N_{\text{loc-noi}}^{[t]} - n_{\text{local-noi}}^{[t]})! n_{\text{local-noi}}^{[t]}!}$  种组合, 其中  $0 \leq i_{\text{noi}}^{[t]} \leq \frac{N_{\text{loc-noi}}^{[t]}!}{(N_{\text{loc-noi}}^{[t]} - n_{\text{local-noi}}^{[t]})! n_{\text{local-noi}}^{[t]}!}$  种组

合  $r_{\text{local-noi}}^{[t, i_{\text{noi}}^{[t]}]}$ , 表达式为

$$r_{\text{local-noi}}^{[t, i_{\text{noi}}^{[t]}}} = \{r_{\text{local-noi}, 0}^{[t, i_{\text{noi}}^{[t]}}], r_{\text{local-noi}, 1}^{[t, i_{\text{noi}}^{[t]}}], \dots, r_{\text{local-noi}, n_{\text{local-noi}}^{[t]} - 1}^{[t, i_{\text{noi}}^{[t]}}]\} \quad (39)$$

纳入信号元素  $r_{\text{local-sig}}^{[t]}$ , 式(39)可以构造  $T$  组较大元素  $\{r_{\text{local}}^{[0, i_{\text{noi}}^{[0]}}], r_{\text{local}}^{[1, i_{\text{noi}}^{[1]}}], \dots, r_{\text{local}}^{[T-1, i_{\text{noi}}^{[T-1]}}]\}$ , 表达式为

$$\begin{cases} r_{\text{local}}^{[0, i_{\text{noi}}^{[0]}}} = \{r_{\text{local-noi}, 0}^{[0, i_{\text{noi}}^{[0]}}], r_{\text{local-noi}, 1}^{[0, i_{\text{noi}}^{[0]}}], \dots, r_{\text{local-noi}, n_{\text{local-noi}}^{[0]} - 1}^{[0, i_{\text{noi}}^{[0]}}], r_{\text{local-sig}}^{[0]}\} \\ \vdots \\ r_{\text{local}}^{[T-1, i_{\text{noi}}^{[T-1]}}} = \{r_{\text{local-noi}, 0}^{[T-1, i_{\text{noi}}^{[T-1]}}], r_{\text{local-noi}, 1}^{[T-1, i_{\text{noi}}^{[T-1]}}], \dots, r_{\text{local-noi}, n_{\text{local-noi}}^{[T-1]} - 1}^{[T-1, i_{\text{noi}}^{[T-1]}}], r_{\text{local-sig}}^{[T-1]}\} \end{cases} \quad (40)$$

式中: 信号元素  $\{r_{\text{local-sig}}^{[0]}, r_{\text{local-sig}}^{[1]}, \dots, r_{\text{local-sig}}^{[T-1]}\}$  是固定的。  $n_{\text{cluster-noi-max}}$  是由  $T$  组较大元素  $\{r_{\text{local}}^{[0, i_{\text{noi}}^{[0]}}], r_{\text{local}}^{[1, i_{\text{noi}}^{[1]}}], \dots, r_{\text{local}}^{[T-1, i_{\text{noi}}^{[T-1]}}]\}$  所决定的, 而信号元素  $\{r_{\text{local-sig}}^{[0]}, r_{\text{local-sig}}^{[1]}, \dots, r_{\text{local-sig}}^{[T-1]}\}$  却是固定的, 因此需要求解  $n_{\text{local-sig}}^{[t]} = k_j (0 \leq t \leq T-1)$  时  $n_{\text{cluster-noi-max}} = i$  的概率, 记为  $P_{\text{cluster-noi-max}, i|\text{all-sig}, k_0, k_1, \dots, k_{T-1}}$ 。

$P_{\text{cluster-noi-max}, i|\text{all-sig}, k_0, k_1, \dots, k_{T-1}}$  求解算法如算法 2 所示。

**算法 2**  $P_{\text{cluster-noi-max}, i|\text{all-sig}, k_0, k_1, \dots, k_{T-1}}$  求解算法

输入:  $n_{\text{local-sig}}^{[t]} (0 \leq t \leq T-1)$

输出:  $P_{\text{cluster-noi-max}, i|\text{all-sig}, k_0, \dots, k_{T-1}}$

(1) 计算  $n_{\text{local-noi}}^{[t]} = n_{\text{local}}^{[t]} - n_{\text{local-sig}}^{[t]} (0 \leq t \leq T-1)$

(2) For  $\tau^{[0]} = 0; \tau^{[0]} \leq \frac{N_{\text{loc-noi}}^{[0]}!}{(N_{\text{loc-noi}}^{[0]} - n_{\text{local-noi}}^{[0]})! n_{\text{local-noi}}^{[0]}!}; \tau^{[0]}++$

(3) For  $\tau^{[1]} = 0; \tau^{[1]} \leq \frac{N_{\text{loc-noi}}^{[1]}!}{(N_{\text{loc-noi}}^{[1]} - n_{\text{local-noi}}^{[1]})! n_{\text{local-noi}}^{[1]}!}; \tau^{[1]}++$

(4) ...

(5) For  $\tau^{[T-1]} = 0; \tau^{[T-1]} \leq \frac{N_{\text{loc-noi}}^{[T-1]}!}{(N_{\text{loc-noi}}^{[T-1]} - n_{\text{local-noi}}^{[T-1]})! n_{\text{local-noi}}^{[T-1]}!}; \tau^{[T-1]}++$

(6) 根据式(39,40),得到  $\{r_{\text{local}}^{[0, \tau^{[0]}]}, r_{\text{local}}^{[1, \tau^{[1]}]}, \dots, r_{\text{local}}^{[T-1, \tau^{[T-1]}]}\}$

(7) 根据式(13~18),对  $\{r_{\text{local}}^{[0, \tau^{[0]}]}, r_{\text{local}}^{[1, \tau^{[1]}]}, \dots, r_{\text{local}}^{[T-1, \tau^{[T-1]}]}\}$  进行聚类,并得到聚类结果

$$C_{\text{cluster}}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]}, \text{即 } C_{\text{cluster}}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]} = \left\{ C_{\text{cluster-sig}}, C_{\text{cluster-noi}, 0}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]}, C_{\text{cluster-noi}, 1}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]}, \dots, C_{\text{cluster-noi}, n_{\text{cluster}}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]} - 2}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]} \right\},$$

其中  $n_{\text{cluster}}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]}$  表示簇的总个数。

(8) 搜索最大噪声簇  $C_{\text{cluster-noi-max}}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]}$ , 即  $C_{\text{cluster-noi-max}}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]} = \left\{ C_{\text{cluster-noi}, 0}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]}, C_{\text{cluster-noi}, 1}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]}, \dots, \right.$

$$\left. C_{\text{cluster-noi}, n_{\text{cluster}}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]} - 2}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]} \right\}$$

(9) 计算  $C_{\text{cluster-noi-max}}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]}$  中噪声元素个数  $n_{\text{cluster-noi-max}}^{[\tau^{[0]}, \tau^{[1]}, \dots, \tau^{[T-1]}]}$

(10) End

(11) ...

(12) End

(13) End

(14) 得到  $P_{\text{cluster-noi-max}, i|\text{all-sig}, k_0, k_1, \dots, k_{T-1}}$  表达式为

$$P_{\text{cluster-noi-max}, i|\text{all-sig}, k_0, k_1, \dots, k_{T-1}} =$$

$$\left\{ n_{\text{cluster-noi-max}}^{[0, \dots, 0]}, \dots, n_{\text{cluster-noi-max}}^{[k_0, \dots, k_0]} \right\} \times \frac{N_{\text{loc-noi}}^{[0]}!}{(N_{\text{loc-noi}}^{[0]} - (n_{\text{local}}^{[0]} - k_0))! (n_{\text{local}}^{[0]} - k_0)!} \times \frac{N_{\text{loc-noi}}^{[1]}!}{(N_{\text{loc-noi}}^{[1]} - (n_{\text{local}}^{[1]} - k_1))! (n_{\text{local}}^{[1]} - k_1)!} \times \dots \times \frac{N_{\text{loc-noi}}^{[T-1]}!}{(N_{\text{loc-noi}}^{[T-1]} - (n_{\text{local}}^{[T-1]} - k_{T-1}))! (n_{\text{local}}^{[T-1]} - k_{T-1})!} \quad (41)$$

式中:  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  用于统计  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  中  $k$  的个数。由此可得  $P_{\text{cluster-noi-max}, i; \text{cluster-sig}, K}$  表达式为

$$P_{\text{cluster-noi-max}, i; \text{cluster-sig}, K} = \sum_{n_{\text{cluster-sig}}=K} [P_{\text{cluster-noi-max}, i|\text{all-sig}, k_0, k_1, \dots, k_{T-1}} \times P_{\text{all-sig}, k_0, k_1, \dots, k_{T-1}}] = \quad (42)$$

$$\sum_{k_0 + k_1 + \dots + k_{T-1} = K} [P_{\text{cluster-noi-max}, i|\text{all-sig}, k_0, k_1, \dots, k_{T-1}} \times P_{\text{loc-clus-sig}, k_0}^{[0]} \times P_{\text{loc-clus-sig}, k_1}^{[1]} \times \dots \times P_{\text{loc-clus-sig}, k_{T-1}}^{[T-1]}]$$

考虑  $P_{\text{cluster-noi-max}, i; \text{cluster-sig}, K}$  中  $i$  和  $K$  的所有情形, 得到捕获结果  $\tilde{f}_d$  的捕获概率  $\tilde{p}_{\text{LCA}}$ , 其表达式为

$$\tilde{p}_{\text{LCA}} = \sum_{i < K} P_{\text{cluster-noi-max}, i; \text{cluster-sig}, K} \times 1 + \sum_{i > K} P_{\text{noi-max}, i; \text{cluster-sig}, K} \times 0 + \sum_{i=K} P_{\text{cluster-noi-max}, i; \text{cluster-sig}, K} \times p = p + (1-p) \sum_{i=1}^{TN_{\text{sig}}-1} \sum_{K=i+1}^{TN_{\text{sig}}} P_{\text{cluster-noi-max}, i; \text{cluster-sig}, K} - p \sum_{i=2}^{TN_{\text{sig}}} \sum_{K=1}^{i-1} P_{\text{cluster-noi-max}, i; \text{cluster-sig}, K} \quad (43)$$

### 3 仿真分析

为了验证本文所提 LCA 算法的捕获概率, 假定捕获结果  $\tilde{f}_d$  处于真实多普勒频偏  $f_d$  的可容忍阈值  $\rho$  内, 即  $|\tilde{f}_d - f_d| \leq \rho$ , 就认为捕获结果  $\tilde{f}_d$  是正确的。在本节中, 信号发送端和接收端之间的信号仿真参数如表 1 所示。

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

参数	数值	参数	数值
初始相对速度 $v_{d,0}/(\text{km} \cdot \text{s}^{-1})$	10.8	码元速率 $R_b/(\text{kb} \cdot \text{s}^{-1})$	6.0
最大相对速度 $v_{d,\text{max}}/(\text{km} \cdot \text{s}^{-1})$	18.0	初始相位 $\varphi_0$	$[-\pi, \pi]$
相对加速度 $v_a/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	$200 \times 9.8$	FFT 点数 $N_f$	2 048
最大相对加速度 $v_{a,\text{max}}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	$250 \times 9.8$	累积周期个数 $T$	3
初始多普勒频偏 $f_{d,0}/\text{MHz}$	1.08	累积周期长度 $L$	180
最大多普勒频偏 $f_{d,\text{max}}/\text{MHz}$	1.8	元素总个数 $N_{\text{total}}$	601
多普勒频偏加速度 $f_a/(\text{kHz} \cdot \text{s}^{-1})$	196	噪声元素个数 $N_{\text{noi}}$	599
最大多普勒加速度 $f_{a,\text{max}}/(\text{kHz} \cdot \text{s}^{-1})$	245	信号元素个数 $N_{\text{sig}}$	2
载波频率 $f_c/\text{GHz}$	30.0	局部系数 $\alpha_{\text{local}}$	0.05
采样频率 $f_s/\text{MHz}$	12.288	可容忍误差 $\rho/\text{kHz}$	12.0

图 3 给出捕获概率  $\tilde{p}_{\text{LCA}}$  随 SNR 的变化关系。由图 3 可知 STFT 算法在每个短时窗口都受噪声干扰, 且短时窗口内信号能量不足, 要求较高 SNR。在低 SNR 情况下, STFT 算法的捕获概率迅速下降。FFT 算法<sup>[15]</sup>面临着严重的能量扩散问题, 信号能量微弱, 仅获得较低的捕获概率。SRC 算法<sup>[20]</sup>利用前两个累积周期的粗捕获结果, 迭代地校正后续搜索范围, 提高了捕获概率。CFFFT 算法和 CSHC 算法都采用聚类思想来聚集一个累积周期内多个信号元素, 提高信号捕获概率。本文提出的 LCA 算法首先构造一个更窄的局部范围来减少噪声元素, 然后采用聚类来聚集所有累积周期内的很多个信号元素, 进一步提高了捕获概率。

图 4 给出了一个实例来解释局部范围。540 个码元划分到 3 个累积周期, 并得到 3 个累积结果  $\{r_{\text{acc}}^{[0]}, r_{\text{acc}}^{[1]}, r_{\text{acc}}^{[2]}\}$ , 其中 6 个信号元素是  $\{r_{\text{acc}, 180}^{[0]}, r_{\text{acc}, 181}^{[0]}\}, \{r_{\text{acc}, 181}^{[1]}, r_{\text{acc}, 182}^{[1]}\}$  和  $\{r_{\text{acc}, 182}^{[2]}, r_{\text{acc}, 183}^{[2]}\}$ 。基于 3 个最大元素, 即  $r_{\text{acc}, 256}^{[0]}, r_{\text{acc}, 181}^{[1]}$  和  $r_{\text{acc}, -48}^{[2]}$ , 可知 3 个粗捕获结果:  $\hat{f}_d^{[0]}$  是错误的,  $\hat{f}_d^{[1]}$  是正确的,  $\hat{f}_d^{[2]}$  是错误的。

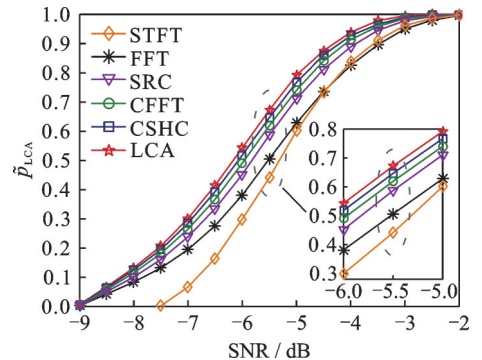


图 3 不同信噪比时的捕获概率  $\tilde{p}_{\text{LCA}}$

Fig.3 Acquisition probability  $\tilde{p}_{\text{LCA}}$  versus SNR

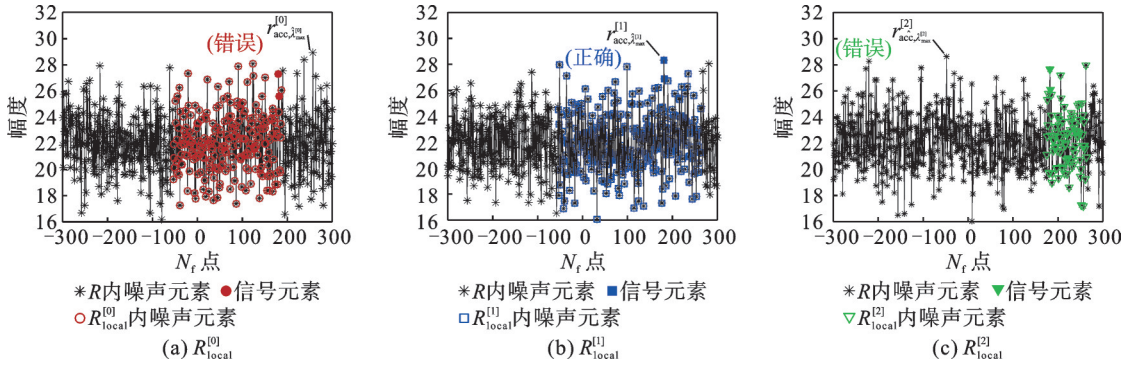


图4 局部范围  $\{R_{local}^{[0]}, R_{local}^{[1]}, R_{local}^{[2]}\}$

Fig.4 Local-ranges  $\{R_{local}^{[0]}, R_{local}^{[1]}, R_{local}^{[2]}\}$

由图4可得如下结论:

- (1)从图4(a)可以看出,第0个周期内局部范围  $R_{local}^{[0]}$  仅包含  $181+48+12=241$  个元素,包括2个信号元素和239个噪声元素。与搜索范围  $R$  相比,局部范围  $R_{local}^{[0]}$  减少  $599-241=358$  个噪声元素。
- (2)从图4(b)可以看出,第1个周期内局部范围  $R_{local}^{[1]}$  仅包含  $256+48+12=316$  个元素,包括2个信号元素和314个噪声元素。与搜索范围  $R$  相比,局部范围  $R_{local}^{[1]}$  减少  $599-314=285$  个噪声元素。
- (3)从图4(c)可以看出,第2个周期内局部范围  $R_{local}^{[2]}$  仅包含  $256-181+12=87$  个元素,包括2个信号元素和85个噪声元素。与搜索范围  $R$  相比,局部范围  $R_{local}^{[2]}$  减少了  $599-85=514$  个噪声元素。

图5给出了较大元素  $\{r_{local}^{[0]}, r_{local}^{[1]}, r_{local}^{[2]}\}$  及其聚类结果  $\{C_{cluster,0}, C_{cluster,1}, \dots, C_{cluster,20}\}$ 。由图5可得如下结论:

- (1)如图5(a)所示,  $r_{local}^{[0]}$  包含11个噪声元素和1个信号元素,  $r_{local}^{[1]}$  包含13个噪声元素和2个信号元素,  $r_{local}^{[2]}$  包含2个噪声元素和2个信号元素。
- (2)如图5(b)所示,聚类结果  $\{C_{cluster,0}, C_{cluster,1}, \dots, C_{cluster,20}\}$  包含20个噪声簇和1个信号簇即  $C_{cluster,15}$ , 信号簇  $C_{cluster,15}$  由5个具有强相关性(频率距离很近)的信号元素 ( $r_{acc,180}^{[0]}, r_{acc,181}^{[1]}, r_{acc,182}^{[1]}, r_{acc,182}^{[2]}$  和  $r_{acc,183}^{[2]}$ ) 组成,且是最大簇,由此可得正确的捕获结果。

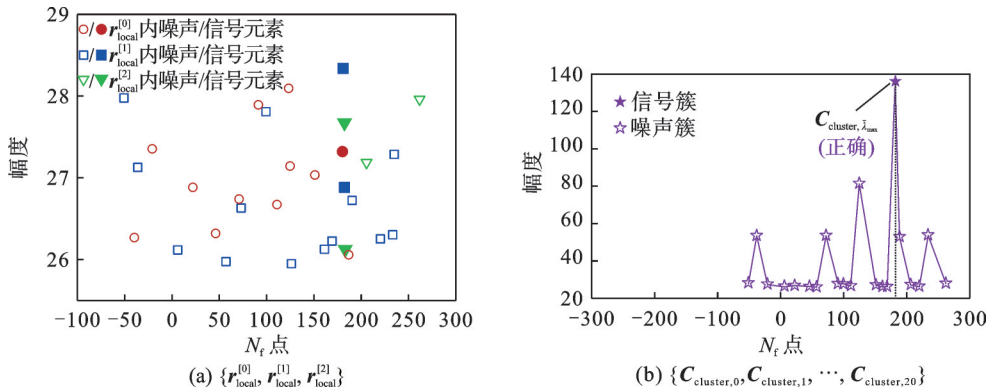


图5 较大元素  $\{r_{local}^{[0]}, r_{local}^{[1]}, r_{local}^{[2]}\}$  及其聚类结果  $\{C_{cluster,0}, C_{cluster,1}, \dots, C_{cluster,20}\}$

Fig.5 Large element  $\{r_{local}^{[0]}, r_{local}^{[1]}, r_{local}^{[2]}\}$  and clustering results  $\{C_{cluster,0}, C_{cluster,1}, \dots, C_{cluster,20}\}$

基于图4和图5的实例数据,表2总结了LCA算法相比较传统FFT算法的优势如下:

- (1)与搜索范围  $R$  相比,任意一个局部范围  $R_{local}^{[r]}$  包含更少的噪声元素,比如  $N_{loc-noi}^{[2]} = 85 \ll N_{noi} = 599$ ;
- (2)与FFT算法仅搜索最大元素不同,LCA算法搜索最大簇(包含多个元素)作为捕获结果,比如

最大簇  $C_{\text{cluster}, 15}$  包含 5 个信号元素  $\{r_{\text{acc}, 180}^{[0]}, r_{\text{acc}, 181}^{[1]}, r_{\text{acc}, 182}^{[1]}, r_{\text{acc}, 182}^{[2]}, r_{\text{acc}, 183}^{[2]}\}$ ;

(3) LCA 算法的信号簇包含所有累积周期内很多个信号元素, 能够最大限度地聚集很多个信号元素的总能量, 比如  $S_{\text{cluster}, 15} = r_{\text{acc}, 180}^{[0]} + r_{\text{acc}, 181}^{[1]} + r_{\text{acc}, 182}^{[1]} + r_{\text{acc}, 182}^{[2]} + r_{\text{acc}, 183}^{[2]} = 136.3$ ;

(4) LCA 算法能够校正 FFT 和 CSHC 算法的某些错误捕获结果, 比如 FFT 算法中的  $\{\hat{f}_d^{[0]}, \hat{f}_d^{[2]}\}$  和 CSHC 算法中的  $\tilde{f}_d^{[0]}$ , 从而提高多普勒频偏捕获概率。

表 2 LCA 算法和 FFT、CSHC 算法比较

Table 2 Comparison between LCA and FFT, CSHC algorithms

算法	参数	第 0 个 $f_d^{[0]} = 1.083 \text{ MHz}$	第 1 个 $f_d^{[1]} = 1.089 \text{ MHz}$	第 2 个 $f_d^{[2]} = 1.095 \text{ MHz}$
FFT	搜索范围	$R$	$R$	$R$
	元素个数	$\begin{cases} N_{\text{noi}} = 599 \\ N_{\text{sig}} = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} N_{\text{noi}} = 599 \\ N_{\text{sig}} = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} N_{\text{noi}} = 599 \\ N_{\text{sig}} = 2 \end{cases}$
	最大元素	$r_{\text{acc}, 256}^{[0]}$ (噪声元素)	$r_{\text{acc}, 181}^{[1]}$ (信号元素)	$r_{\text{acc}, -48}^{[2]}$ (噪声元素)
	捕获结果	$\hat{f}_d^{[0]} = 1.536 \text{ MHz}$ (错误)	$\hat{f}_d^{[1]} = 1.086 \text{ MHz}$ (正确)	$\hat{f}_d^{[2]} = 0.288 \text{ MHz}$ (错误)
CSHC ( $n_{\text{comb}} = 9$ )	搜索范围	$R_{\text{comb}}^{[0]}$	$R_{\text{comb}}^{[1]}$	$R_{\text{comb}}^{[2]}$
	元素个数	$\begin{cases} N_{\text{comb-noi}}^{[0]} = 93 \\ N_{\text{comb-sig}}^{[0]} = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} N_{\text{comb-noi}}^{[1]} = 82 \\ N_{\text{comb-sig}}^{[1]} = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} N_{\text{loc-noi}}^{[2]} = 88 \\ N_{\text{comb-sig}}^{[2]} = 2 \end{cases}$
	最大簇	$C_{\text{cluster}, \text{max}}^{[0]} = \{r_{\text{acc}, 123}^{[0]}, r_{\text{acc}, 125}^{[0]}\}$	$C_{\text{cluster}, \text{max}}^{[1]} = \{r_{\text{acc}, 181}^{[1]}, r_{\text{acc}, 182}^{[1]}\}$	$C_{\text{cluster}, \text{max}}^{[2]} = \{r_{\text{acc}, 182}^{[2]}, r_{\text{acc}, 183}^{[2]}\}$
	捕获结果	$\tilde{f}_d^{[0]} = 0.744 \text{ MHz}$ (错误)	$\tilde{f}_d^{[1]} = 1.089 \text{ MHz}$ (正确)	$\tilde{f}_d^{[2]} = 1.095 \text{ MHz}$ (正确)
LCA	搜索范围	$R_{\text{local}}^{[0]}$	$R_{\text{local}}^{[1]}$	$R_{\text{local}}^{[2]}$
	元素个数	$\begin{cases} N_{\text{loc-noi}}^{[0]} = 239 \\ N_{\text{loc-sig}}^{[0]} = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} N_{\text{loc-noi}}^{[1]} = 314 \\ N_{\text{loc-sig}}^{[1]} = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} N_{\text{loc-noi}}^{[2]} = 85 \\ N_{\text{loc-sig}}^{[2]} = 2 \end{cases}$
	最大簇	$C_{\text{cluster}, 15} = \{r_{\text{acc}, 180}^{[0]}, r_{\text{acc}, 181}^{[1]}, r_{\text{acc}, 182}^{[1]}, r_{\text{acc}, 182}^{[2]}, r_{\text{acc}, 183}^{[2]}\}$ (信号簇)		
	捕获结果	$\tilde{f}_d = \frac{180 + 181 + 182 + 182 + 183}{5 \times 2048} \times 12.288 = 1.0896 \text{ MHz}$ (正确)		

另外, 比较了 LCA 算法与现有算法的计算复杂度, 如表 3 所示, 其中,  $N_{\text{win}}$  为 STFT 算法的短时窗口个数,  $n_{\text{total}}$  和  $n_{\text{comb}}$  分别为 CFFT 和 CSHC 算法的较大元素个数。由表 3 可知, 相比于其他算法, LCA 算法的计算复杂度具有以下两个特点:

(1) LCA 算法的计算复杂度大约是 FFT 算法的  $T$  倍, 因为该算法共需要处理  $T$  倍个数的码元, 包括傅里叶变换、累积和聚类等运算;

表 3 LCA 算法与现有算法的计算复杂度比较

Table 3 Computational complexity comparison between LCA and existing algorithms

算法	计算复杂度
FFT	$5LN_f \log_2 N_f + 4LN_f + N_{\text{total}}$
STFT	$N_{\text{win}} (5LN_f \log_2 N_f + 4LN_f + N_{\text{total}})$
SRC	$3(5LN_f \log_2 N_f + 4LN_f + N_{\text{total}})$
CFFT	$5TLN_f \log_2 N_f + 4TLN_f + Tn_{\text{total}}N_{\text{total}} + (Tn_{\text{total}})^3$
CSHC	$5TLN_f \log_2 N_f + 4TLN_f + 2(T-1)n_{\text{comb}}N_{\text{total}} + (Tn_{\text{comb}})^3$
LCA	$5TLN_f \log_2 N_f + 4TLN_f + \alpha_{\text{local}}TN_{\text{total}}^2 + (T\alpha_{\text{local}}N_{\text{total}})^3$

(2)LCA算法的计算复杂度接近于STFT、SRC、CFFT和CSHC等算法,因为傅里叶变换和非相干累积运算占据绝大部分计算复杂度,而聚类运算仅占据很小部分计算复杂度,即 $\alpha_{\text{local}}TN_{\text{total}}^2 + (T\alpha_{\text{local}}N_{\text{total}})^3 \ll 5TLN_f \log_2 N_f + 4TLN_f$ 。

## 4 结束语

针对低SNR和高加速度环境,本文提出的LCA算法首先利用多个粗捕获结果来构造一个更窄的局部范围来减少噪声元素,然后采用聚类来聚集所有累积周期内很多个具有相关性的信号元素为一个更大的信号簇,从而提高捕获概率。

在未来工作中,神经网络、模糊逻辑或博弈论等其他技术手段可能有助于继续缩小搜索范围或增强信号能量,值得进一步探索。

### 参考文献:

- [1] ABDELSADEK M Y, CHAUDHRY A U, DARWISH T, et al. Future space networks: Toward the next giant leap for humankind[J]. IEEE Transactions on Communications, 2023, 71(2): 949-1007.
- [2] YANG L, LIANG J, WANG R, et al. A study of Licklider transmission protocol in deep-space communications in presence of link disruptions[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(5): 6179-6191.
- [3] YANG R, ZHAN X, CHEN W, et al. An iterative filter for FLL-assisted-PLL carrier tracking at low C/N<sub>0</sub> and high dynamic conditions[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(1): 275-289.
- [4] ORTEGA T, NET M S, DIVSALAR D, et al. Acquisition and tracking of high dynamics Doppler profiles for space application[C]//Proceedings of the IEEE Aerospace Conference. Big Sky, USA: IEEE, 2021: 1-20.
- [5] 邓乐乐, 周方明, 赵璐璐, 等. 基于奇异值分解的压缩感知GNSS信号捕获算法[J]. 中国科学院大学学报, 2023, 40(1): 128-134.  
DENG Lele, ZHOU Fangming, ZHAO Lulu, et al. Compressed sensing GNSS signal acquisition algorithm based on singular value decomposition[J]. Journal of University of China Academy of Sciences, 2023, 40(1): 128-134.
- [6] SPANGENBERG S M, SCOTT I, MCLAUGHLIN S, et al. An FFT-based approach for fast acquisition in spread spectrum communication systems[J]. Wireless Personal Communications, 2000, 13(1): 27-55.
- [7] 胡建波, 杨莘元, 卢满宏. 一种基于FFT的高动态扩频信号的快速捕获方法[J]. 遥测遥控, 2004, 25(6): 19-24.  
HU Jianbo, YANG Xinyuan, LU Manhong. An FFT-based method for fast acquisition of high dynamic DS spread spectrum signals[J]. Telemetry & Telecontrol, 2004, 25(6): 19-24.
- [8] BORIO D, O'DRISCOLL C, LACHAPELLE G. Coherent, noncoherent and differentially coherent combining techniques for acquisition of new composite GNSS signals[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 45(3): 1227-1240.
- [9] 郭晓旭, 徐兆斌, 成恒飞, 等. 用于星间通信的高灵敏度快捕算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2023, 55(8): 43-50.  
GUO Xiaoxu, XU Zhaobin, CHENG Hengfei, et al. High sensitivity fast acquisition algorithm for inter-satellite communication [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2023, 55(8): 43-50.
- [10] ZHU C, FAN X. A novel method to extend coherent integration for weak GPS signal acquisition[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(8): 1343-1346.
- [11] PEI S, HUANG S. STFT with adaptive window width based on the chirp rate[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(8): 4065-4080.
- [12] SHI J, CHEN G, ZHAO Y, et al. Synchrosqueezed fractional wavelet transform: A new high-resolution time-frequency representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2023, 71: 264-278.
- [13] 潘毅, 张天骐, 张刚, 等. 高动态BOC信号捕获算法[J]. 通信学报, 2019, 40(6): 82-89.  
PAN Yi, ZHANG Tianqi, ZHANG Gang, et al. Acquisition algorithm for BOC signals in high dynamic environment[J]. Journal on Communications, 2019, 40(6): 82-89.
- [14] CHU D A, BARRY J R. Direct-sequence spread-spectrum acquisition for high dynamic environments via signal partitioning [C]//Proceedings of the IEEE Military Communications Conference (MILCOM). San Diego, USA: IEEE, 2021: 378-383.
- [15] YASOTHARAN A, THAYAPARAN T. Strengths and limitations of the Fourier method for detecting accelerating targets by pulse Doppler radar[J]. IEE Proceedings of Radar, Sonar and Navigation, 2002, 149(2): 83-88.

- [16] DIVSALAR D, NET M S, CHEUNG K M. Adaptive sweeping carrier acquisition and tracking for dynamic links with high uplink Doppler[C]//Proceedings of the IEEE Aerospace Conference. Big Sky, USA: IEEE, 2020: 1-14.
- [17] SHI X, SHEN Y, WANG Y. Fuzzy logic control for Doppler search in DSSS systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2020, 28(9): 2232-2243.
- [18] 邓亚琦,张赛文,李稳国,等. 基于局部搜索的机载外辐射源干扰抑制算法[J]. 电波科学学报, 2022, 37(5): 824-830.  
DENG Yaqi, ZHANG Saiwen, LI Wenguo, et al. Interference suppression algorithm based on local search in airborne passive radar[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2022, 37(5): 824-830.
- [19] WANG J, JIANG C, KUANG L, et al. Iterative Doppler frequency offset estimation in satellite high-mobility communications [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2020, 38(12): 2875-2888.
- [20] ZHANG Z, CHENG W, ZHANG H. Search-range-correction based Doppler shift acquisition for space communications[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2016, 65(5): 3271-3284.
- [21] 张兆维,刘琳,刘慧,等. 基于联合梳状搜索的空间通信载波多普勒频偏捕获方法[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2023, 43(6): 1-10.  
ZHANG Zhaowei, LIU Lin, LIU Hui, et al. A joint-comb-search based carrier Doppler-shift acquisition algorithm in space communications[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2023, 43(6): 1-10.
- [22] 张兆维,刘琳,刘慧,等. 空间通信载波多普勒频偏捕获的两阶段稀疏算法[J]. 物联网学报, 2024, 8(2): 36-45.  
ZHANG Zhaowei, LIU Lin, LIU Hui, et al. Two-stage-sparse algorithm for carrier Doppler-shift acquisition in space communications[J]. Chinese Journal on Internet of Things, 2024, 8(2): 36-45.
- [23] MOO P W, DING Z. Tracking performance of MIMO radar for accelerating targets[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(12): 5205-5216.
- [24] WEI Q, CHEN X, ZHAN Y. Exploring implicit pilots for precise estimation of LEO satellite downlink Doppler frequency[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(10): 2270-2274.
- [25] 关磊,司江勃,李赞,等. 高动态环境下联合导频与Viterbi的同步技术[J]. 西安电子科技大学学报, 2022, 49(2): 21-28.  
GUAN Lei, SI Jiangbo, LI Zan, et al. Joint pilot and Viterbi decoding synchronization technology in high-dynamic environments[J]. Journal of Xidian University, 2022, 49(2): 21-28.
- [26] ZHANG Z, LIU H, YIN J, et al. Clustering-FFT based Doppler-shift acquisition for space communications[J]. IEEE Transactions on Communications, 2022, 70(2): 1168-1182.
- [27] ZHANG Z, LIU L, LIU H, et al. Comb-search and hierarchical-clustering based Doppler-shift acquisition for space communications[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(7): 9160-9174.

## 作者简介:



张兆维(1987-),通信作者,男,博士,副教授,研究方向:无线通信、信号处理和机器学习等,E-mail: zw-zhang@njupt.edu.cn。



王帅威(2000-),男,硕士研究生,研究方向:信号处理,E-mail: 1223076724@njupt.edu.cn。



杜帅(2001-),男,硕士研究生,研究方向:信号处理,E-mail: 1224077010@njupt.edu.cn。



吴同(2002-),女,本科生,研究方向:机器学习,E-mail: b21060303@njupt.edu.cn。



邱帅博(2002-),男,本科生,研究方向:时频分析,E-mail: b21060210@njupt.edu.cn。



刘琳(1999-),女,硕士研究生,研究方向:机器学习,E-mail: 1222077426@njupt.edu.cn。



左加阔(1985-),男,博士,副教授,研究方向:无线通信,E-mail: zuojiakuo@njupt.edu.cn。



潘甦(1972-),男,博士,教授,研究方向:无线通信,E-mail: supan@njupt.edu.cn。