

## 基于协方差矩阵重构的稳健自适应波束形成算法综述

叶中付 朱星宇

(中国科学技术大学信息科学技术学院, 合肥, 230027)

**摘要:** Capon波束形成器作为理论上最优的波束形成器具有良好的干扰抑制能力。然而Capon波束形成器对于模型失配误差非常敏感,尤其是针对协方差矩阵和期望信号导向矢量误差,波束形成器的性能会严重下降,这大大降低了波束形成器的稳健性。目前,一系列基于协方差矩阵重构的稳健自适应波束形成算法被提出,这些算法核心思想都是利用Capon功率谱一定的角度范围内积分来重构出协方差矩阵。本文首先介绍了波束形成的信号模型,然后在Capon波束形成器的基础上,介绍了4种基于协方差矩阵重构的稳健自适应波束形成技术,最后对未来波束形成技术的研究热点进行了展望。

**关键词:** 自适应波束形成;稳健性;协方差矩阵重构

**中图分类号:** TN957      **文献标志码:** A

### Review for Robust Adaptive Beamforming Based on Covariance Matrix Reconstruction

Ye Zhongfu, Zhu Xingyu

(Department of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei, 230027, China)

**Abstract:** The Capon beamformer, known as the optimal beamformer in suitable case, has the remarkable interferences suppression capability. However, the Capon beamformer is highly sensitive to the model mismatches. Especially when the covariance matrix and desired signal steering vector errors are existed, the performance of beamformer would degrade dramatically, which greatly reduces the robustness of the beamformer. Nowadays, a number of robust adaptive beamforming (RAB) algorithms based on the covariance matrix reconstruction have been proposed. The main idea of these algorithms utilizes the Capon power spectrum integrated in the special region to reconstruct the covariance matrix. In this paper, the signal model of beamforming is introduced firstly, and four typical covariance matrix reconstruction RAB algorithms are expounded based on the Capon beamformer. Finally, the future research directions are prospected.

**Key words:** adaptive beamforming; robustness; covariance matrix reconstruction

## 引 言

自适应波束形成(Adaptive beamforming)是阵列信号处理的一个重要分支,其广泛用于雷达、声呐、通信、探测、语音信号处理以及医学工程等领域<sup>[1-4]</sup>。自适应波束形成本质上是一种空域滤波技术,它基于一定的准则来设计获得波束形成器的权矢量,使得波束主瓣对准期望信号方向,同时最大可能地抑制其他方向的干扰信号和背景噪声。当阵列结构和接收数据的协方差矩阵准确已知时,Capon波束形成器被证明理论最优<sup>[5]</sup>。然而当存在模型失配误差时,例如方向误差、传感器位置误差、幅相误差等,这些将会导致Capon波束形成器的性能严重下降。此外在实际应用中,接收信号的理论协方差矩阵未知,一般使用样本协方差矩阵代替,当样本快拍数较小时,也会导致波束形成器的性能下降。Capon波束形成器可以保证对期望信号方向的无失真接收前提下最小化输出功率,因此Capon波束形成器与MVDR(Minimum variance distortionless response)波束形成器等价<sup>[6]</sup>。针对于非理想情况下的自适应波束形成算法性能下降问题,一系列稳健自适应波束形成算法相继被提出。这包括对角加载(Diagonal loading, DL)算法<sup>[7-11]</sup>、特征子空间(Eigenspace)算法<sup>[12-15]</sup>、不确定集算法(Uncertainty set, US)算法<sup>[16-18]</sup>、最差情况性能最优(Worst-case performance optimization, WPO)算法<sup>[19-20]</sup>和协方差矩阵重构算法(Covariance matrix reconstruction, CMR)算法等<sup>[21-29]</sup>。对角加载算法是在样本协方差矩阵上加上一个对角阵,可以认为是通过增加噪声功率来提高波束形成器的稳健性;但是合适的对角加载量很难选择,加载参数过小时对性能改善很小,加载量过大时会减弱对干扰信号的抑制。特征子空间算法通过对样本协方差矩阵进行特征分解来划分出不同的信号子空间,其中大特征值对应的特征矢量张成的空间认为是期望信号加干扰子空间,小特征值对应的特征矢量张成的空间认为是噪声子空间。而期望信号加干扰子空间也是由期望信号的导向矢量和干扰的导向矢量所张成的空间,故真实的期望信号导向矢量一定落在期望信号加干扰子空间内。所以可以将存在误差的期望信号导向矢量向期望信号加干扰子空间内进行投影来消除误差,从而提高波束形成器的稳健性。但是在低信噪比条件下,样本协方差矩阵的特征值大小非常接近,很难准确地区分出期望信号加干扰子空间和噪声子空间。不确定集算法主要是根据凸优化理论将期望信号导向矢量约束在一个可能的空间范围内来建立不确定集模型,通过优化算法在不确定集中找到真实的期望信号导向矢量。但是由于不确定集的大小很难选择,此类算法在各种误差条件下只能保证一定的稳健性。最差情况性能最优算法可以被认为是一类特殊的不确定集算法,它通过对不确定集中所有可能的导向矢量进行无失真响应约束,保证对期望信号的无失真接收同时最小化输出功率,进一步改善了波束形成器的稳健性。

在经过对稳健自适应波束形成算法的深入研究之后发现,影响波束形成器的性能的最大原因在于样本协方差矩阵中包含有期望信号成分。根据Capon波束形成器和MVDR波束形成器的对权矢量是等价的,可以通过重构干扰加噪声协方差矩阵来改善波束形成器的稳健性。文献[21]首先提出利用Capon功率谱在非期望信号角度区域内积分来重构出干扰加噪声协方差矩阵。重构出的协方差矩阵可以保证没有包含期望信号成分,同时利用重构出的协方差矩阵对期望信号导向矢量进行约束优化,该算法有效地提升了波束形成器的性能。文献[21]中的积分重构算法可以理解为是一种线性积分,它通过线性积分来消除阵列导向矢量的方向误差。在此基础上,文献[22]提出了一种体积分的协方差矩阵重构算法,该算法将阵列存在的误差约束在一个空间不确定集内同时确保所有的干扰导向矢量都落在该不确定集内,然后再利用Capon功率谱在干扰角度范围内积分,重构出干扰协方差矩阵。文献[22]相比于文献[21]将积分形式由线性积分扩展到体积分,不仅消除了方向误差、还消除了幅相误差,但是在改善算法性能的同时增加了算法复杂度。文献[23]利用文献[24]中的方法从两个子空间矩阵中重构出期望信号协方差矩阵,从而获得期望信号的导向矢量。文献[25]利用阵列导向矢量的选择属性来采样

出样本协方差矩阵中的信号功率来重构出干扰加噪声协方差矩阵。文献[26]将互素阵分解成两个子阵列来重构出噪声协方差矩阵。文献[27]提出了基于干扰导向矢量和功率估计的协方差矩阵重构算法,该算法首先利用Capon功率谱进行谱峰搜索来获得所有信号的导向矢量,然后利用文献[9]的算法对搜索出的导向矢量进行优化;接着再利用导向矢量之间的近似正交性来估计出干扰的功率从而重构出干扰协方差矩阵,该算法重构出的干扰协方差矩阵与理论上的干扰协方差矩阵有相同的表达形式,进一步消除了重构带来的误差、提升了算法的性能。文献[28]提出了基于残留噪声功率消除和干扰功率估计的协方差矩阵重构算法,它首先分析了Capon功率的表达式,发现在每一个谱峰处功率值是期望信号功率和残留噪声功率的叠加,在非信号角度区域内Capon功率谱代表的是残留噪声功率。接着该算法分析了残留噪声功率和实际噪声功率的关系,在消除残留噪声功率后估计出期望信号导向矢量和相应的子空间,然后利用子空间投影来估计出干扰信号的功率,最终重构出干扰加噪声协方差矩阵。文献[29]利用已知的阵列结构构造出投影矩阵,对接收到的数据快拍进行投影来重构出干扰协方差矩阵。

本文介绍了波束形成的信号模型及相关基础,对基于协方差矩阵重构的波束形成算法进行综述并总结。最后对波束形成的下一步研究方向进行了展望。

## 1 信号模型

考虑一个由  $M$  个全向阵元组成的均匀线性阵列,阵元间距为  $d$ 。假设空间中有  $L$  个远场窄带信号  $s_l(t)$ ,  $l=0,1,\dots,L-1$  入射到该阵列,其中只有一个期望信号  $s_0(t)$ ,其余  $L-1$  个信号均为干扰,所有信号之间互不相关。背景噪声为高斯白噪声,信号与噪声之间也互不相关。在  $t$  时刻阵列接收数据  $x$  可以表示为

$$x(t) = x_s(t) + x_i(t) + n(t) \quad (1)$$

式中:  $x_s(t) = s_0(t)a_0$  为期望信号成分;  $x_i(t) = \sum_{l=1}^{L-1} s_l(t)a_l$  为干扰信号成分;  $n(t) = [n_0(t), n_1(t), \dots, n_{M-1}(t)]^T \in \mathbf{C}^{M \times 1}$  为相互独立、功率同为  $\sigma_n^2$  的零均值平稳噪声;其中  $a(\theta) = [1, e^{-j2\pi\frac{d}{\lambda}\sin\theta}, \dots, e^{-j2\pi(N-1)\frac{d}{\lambda}\sin\theta}]^T \in \mathbf{C}^{M \times 1}$  为阵列导向矢量,  $(\cdot)^T$  代表转置,  $\lambda$  为信号波长,  $\theta$  为信号入射方向。波束形成器的输出为各个阵元接收到的信号加权求和

$$y(t) = w^H x(t) \quad (2)$$

式中:  $w = [w_0, w_1, \dots, w_{M-1}]^T$  为波束形成器的权矢量;  $(\cdot)^H$  代表转置共轭转置。Capon波束形成器的权矢量在保证期望信号无失真接收同时最小化阵列输出功率的条件下求得

$$\min_w w^H R w \quad \text{s.t. } w^H a_0 = 1 \quad (3)$$

根据拉格朗日乘子法可求得  $w_{\text{Capon}} = \frac{R^{-1}a_0}{a_0^H R^{-1}a_0}$ , 其中  $R$  是阵列接收到的信号协方差矩阵

$$R = E\{x(t)x^H(t)\} = R_s + R_{i+n} = \sigma_0^2 a_0 a_0^H + \sum_{l=1}^{L-1} \sigma_l^2 a_l a_l^H + \sigma_n^2 I \quad (4)$$

式中:  $\sigma_l^2 = E\{|s_l(t)|^2\}$  为信号功率;  $R_{i+n} = \sum_{l=1}^{L-1} \sigma_l^2 a_l a_l^H + \sigma_n^2 I$  为干扰加噪声协方差矩阵。文献[6]证明Capon波束形成器的权矢量等价于MVDR波束形成器的权矢量

$$w_{\text{MVDR}} = \frac{R_{i+n}^{-1}a_0}{a_0^H R_{i+n}^{-1}a_0} \quad (5)$$

然而在实际中,不论是  $R_{i+n}$  还是  $R$  以及理论上的期望信号导向矢量均难以获得,故采用样本协方差矩阵  $\hat{R}$  和名义导向矢量  $\hat{a}_0$  进行代替

$$\boldsymbol{w} = \frac{\hat{\boldsymbol{R}}^{-1} \bar{\boldsymbol{a}}_0}{\bar{\boldsymbol{a}}_0^H \hat{\boldsymbol{R}}^{-1} \bar{\boldsymbol{a}}_0} \quad (6)$$

式中:  $\hat{\boldsymbol{R}} = \frac{1}{K} \sum_{t=1}^K \boldsymbol{x}(t) \boldsymbol{x}^H(t)$ ,  $K$  是采样数。

## 2 基于协方差矩阵重构的稳健自适应波束形成算法

### 2.1 基于线性积分的协方差矩阵重构算法

根据文献[30], Capon 功率谱表示为

$$P(\theta) = \frac{1}{\boldsymbol{a}^H(\theta) \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{a}(\theta)} \quad (7)$$

由于使用样本协方差矩阵和名义导向矢量代替理想的信号协方差矩阵和准确的期望信号导向矢量, 式(7)改写为

$$\hat{P}(\theta) = \frac{1}{\bar{\boldsymbol{a}}^H(\theta) \hat{\boldsymbol{R}}^{-1} \bar{\boldsymbol{a}}(\theta)} \quad (8)$$

文献[21]首先提出: 使用 Capon 功率谱在期望信号角度区域内积分重构出干扰加噪声协方差矩阵, 即

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{i+n} = \int_{\bar{\theta}} \hat{P}(\theta) \bar{\boldsymbol{a}}(\theta) \bar{\boldsymbol{a}}^H(\theta) d\theta = \int_{\bar{\theta}} \frac{\bar{\boldsymbol{a}}(\theta) \bar{\boldsymbol{a}}^H(\theta)}{\bar{\boldsymbol{a}}^H(\theta) \hat{\boldsymbol{R}}^{-1} \bar{\boldsymbol{a}}(\theta)} d\theta \quad (9)$$

式中:  $\bar{\theta}$  代表非期望信号角度区域,  $\theta$  为期望信号角度区域,  $\theta \cup \bar{\theta}$  为整个空间区域。因此  $\hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}$  收集了所有不包含期望信号的干扰信号和噪声信息。式(9)表示的是一个线性积分, 它可以有效地消除阵列导向矢量存在的角度误差。根据重构出的干扰加噪声协方差矩阵  $\hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}$ , 文献[21]对期望信号导向矢量提出如下约束条件

$$\begin{aligned} \min_e & (\bar{\boldsymbol{a}}_0 + \boldsymbol{e})^H \hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}^{-1} (\bar{\boldsymbol{a}}_0 + \boldsymbol{e}) \\ \text{s.t.} & (\bar{\boldsymbol{a}}_0 + \boldsymbol{e})^H \hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}^{-1} (\bar{\boldsymbol{a}}_0 + \boldsymbol{e}) < \bar{\boldsymbol{a}}_0^H \hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}^{-1} \bar{\boldsymbol{a}}_0 \end{aligned} \quad (10)$$

上述约束可理解为防止修正后的导向矢量  $\bar{\boldsymbol{a}}_0 + \boldsymbol{e}$  收敛到干扰信号的角度区域内, 其中  $\boldsymbol{e} = \hat{\boldsymbol{a}}_0 - \bar{\boldsymbol{a}}_0$  是失配误差,  $\hat{\boldsymbol{a}}_0$  是待估计的期望信号导向矢量。根据矢量分解的性质, 失配误差  $\boldsymbol{e}$  可分解为两个相互正交的分量  $\boldsymbol{e}_{//}$  和  $\boldsymbol{e}_{\perp}$ , 其中  $\boldsymbol{e}_{//}$  是平行于  $\bar{\boldsymbol{a}}_0$  的分量,  $\boldsymbol{e}_{\perp}$  是垂直于  $\bar{\boldsymbol{a}}_0$  的分量。并且平行分量  $\boldsymbol{e}_{//}$  不会影响期望信号导向矢量的修正以及波束形成器的输出信噪比, 因此只需求解出垂直分量  $\boldsymbol{e}_{\perp}$ , 故上述优化问题可改写为

$$\begin{aligned} \min_e & (\bar{\boldsymbol{a}}_0 + \boldsymbol{e}_{\perp})^H \hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}^{-1} (\bar{\boldsymbol{a}}_0 + \boldsymbol{e}_{\perp}) \\ \text{s.t.} & \bar{\boldsymbol{a}}_0^H \boldsymbol{e}_{\perp} = 0 \\ & (\bar{\boldsymbol{a}}_0 + \boldsymbol{e}_{\perp})^H \hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}^{-1} (\bar{\boldsymbol{a}}_0 + \boldsymbol{e}_{\perp}) < \bar{\boldsymbol{a}}_0^H \hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}^{-1} \bar{\boldsymbol{a}}_0 \end{aligned} \quad (11)$$

该优化问题是一个二次约束二次规划问题, 可以通过凸优化工具包进行求解<sup>[31]</sup>, 故得到修正后的期望信号导向矢量

$$\hat{\boldsymbol{a}}_0 = \bar{\boldsymbol{a}}_0 + \boldsymbol{e}_{\perp} \quad (12)$$

结合通过线性积分重构得到的干扰加噪声协方差矩阵, 可获得波束形成器的权矢量

$$\hat{\boldsymbol{w}} = \frac{\hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}^{-1} \hat{\boldsymbol{a}}_0}{\hat{\boldsymbol{a}}_0^H \hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}^{-1} \hat{\boldsymbol{a}}_0} \quad (13)$$

### 2.2 基于体积分的协方差矩阵重构算法

文献[22]指出,入射信号在整个空间范围内来说是稀疏的,因此积分区域 $\bar{\Theta}$ 越大,会造成收集到的冗余信息越多,可利用测向算法分辨出只含有干扰信号的角度范围 $\Theta_{\text{int}}$ ,阵列的导向矢量不仅仅存在方向误差,还存在其他形式的误差。将干扰区域内的导向矢量约束在一个不确定集内,可有效地包括其他形式的误差

$$S_a(\theta) = \left\{ \mathbf{a} \mid \|\bar{\mathbf{a}}(\theta) - \mathbf{a}\|_2 \leq \epsilon \right\} \quad (14)$$

式中 $\epsilon$ 为常数,为了使得每一个干扰的导向矢量都能被约束在一个同样大小的球形不确定集中, $\epsilon$ 应满足以下不等式

$$\epsilon \geq \max_{q=1,2,\dots,Q-1} \min_{\theta \in \Theta_{\text{int}}} \|\bar{\mathbf{a}}(\theta) - \mathbf{a}_q\|_2 \quad (15)$$

所有这样的球形不确定集可以合并成为一个大的圆环形不确定集

$$S_a(\theta \in \Theta_{\text{int}}) = \left\{ \mathbf{a} \mid \|\bar{\mathbf{a}}(\theta) - \mathbf{a}\|_2 \leq \epsilon, \theta \in \Theta_{\text{int}} \right\} \quad (16)$$

由于真实的干扰导向矢量一定位于不确定集 $S_a(\theta \in \Theta_{\text{int}})$ 中,一个直观的估计干扰协方差矩阵的方法是在整个不确定集 $S_a(\theta \in \Theta_{\text{int}})$ 上对Capon功率谱进行积分运算,即

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{int}} = \int_{S_a(\theta \in \Theta_{\text{int}})} \frac{\mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} d\nu \quad (17)$$

式中 $d\nu$ 表示 $S_a(\theta \in \Theta_{\text{int}})$ 上的积分单元。然而,积分区域中含有许多共线的导向矢量,因此上述积分中含有太多的冗余信,故将式(17)的积分简化为

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{int}} \approx \frac{1}{2} \int_{\Theta_{\text{int}}} \int_{\partial S_a(\theta)} \frac{\mathbf{a} \mathbf{a}^H}{\mathbf{a}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}} d\sigma d\theta = \frac{1}{2} \int_{\Theta_{\text{int}}} \mathbf{r}(\theta) d\theta \quad (18)$$

式中 $\partial S_a(\theta) = \left\{ \mathbf{a} \mid \|\bar{\mathbf{a}}(\theta) - \mathbf{a}\|_2 = \epsilon \right\}$ 表示不确定集 $S_a(\theta)$ 的表面, $d\sigma$ 表示积分单元,由于圆环不确定集的表面存在两个共线的矢量元素,为避免重复计算,式(18)中存在系数1/2。 $\mathbf{r}(\theta)$ 可以看做是 $\hat{\mathbf{R}}_{\text{int}}$ 的一个矩阵切片

$$\mathbf{r}(\theta) = \int_{\partial S_a(\theta)} \frac{\mathbf{a} \mathbf{a}^H}{\mathbf{a}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}} d\sigma \quad (19)$$

对于某一任意角度 $\theta_i \in \Theta_{\text{int}}$ ,式(19)中 $\mathbf{r}(\theta)$ 的积分可以通过离散取点求和求解

$$\mathbf{r}(\theta_i) \approx \sum_{n=1}^N \frac{\mathbf{a}_{\text{in}} \mathbf{a}_{\text{in}}^H}{\mathbf{a}_{\text{in}}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}_{\text{in}}} \quad (20)$$

式中: $N$ 为 $\partial S_a(\theta)$ 上的采样点数, $\mathbf{a}_{\text{in}} \in \partial S_a(\theta_i)$ 为以 $\bar{\mathbf{a}}(\theta_i)$ 为球心、 $\epsilon$ 为半径的球面采样点。故式(18)可简化为

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{int}} \approx \frac{1}{2} \mathbf{r}(\theta_i) \approx \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^N \frac{\mathbf{a}_{\text{in}} \mathbf{a}_{\text{in}}^H}{\mathbf{a}_{\text{in}}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}_{\text{in}}} \quad (21)$$

式中 $I$ 表示角度区域 $\Theta_{\text{int}}$ 上的采样点数。对于噪声协方差矩阵,可认为样本协方差矩阵特征分解后获得的最小特征值即为噪声功率 $\hat{\sigma}_n^2$ ,那么重构出的干扰加噪声协方差矩阵可表示为

$$\widehat{\mathbf{R}}_{\text{int}} = \hat{\mathbf{R}}_{\text{int}} + \hat{\sigma}_n^2 \mathbf{I} \quad (22)$$

可以发现,当 $\epsilon = 0$ 时,圆环收敛于一条 $\bar{\mathbf{a}}(\theta)$ 所对应的空间曲线,此时 $\hat{\mathbf{R}}_{\text{int}}$ 与 $\hat{\mathbf{R}}_{i+n}$ 是相等的。因此该算法可以看做是文献[21]所提算法的推广。接着利用重构后的干扰加噪声协方差矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_{\text{int}}$ 修正期望信

号的导向矢量,主要思想与文献[21]类似,即

$$\begin{aligned} \min_e (\bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}_\perp)^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} (\bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}_\perp) \\ \text{s.t. } \bar{\mathbf{a}}_0^H \mathbf{e}_\perp = 0 \\ (\bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}_\perp)^H \widehat{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} (\bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}_\perp) < \bar{\mathbf{a}}_0^H \widehat{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \bar{\mathbf{a}}_0 \end{aligned} \quad (23)$$

上述优化问题可以通过凸优化工具包进行求解,得到修正后的期望信号导向矢量  $\hat{\mathbf{a}}_0 = \bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}_\perp$ ,最后得到波束形成器的权矢量

$$\widehat{\mathbf{w}} = \frac{\widehat{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_0}{\hat{\mathbf{a}}_0^H \widehat{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_0} \quad (24)$$

### 2.3 基于干扰导向矢量和功率估计的协方差矩阵重构算法

文献[27]提出了一种基于干扰导向矢量和功率估计的协方差矩阵重构算法。利用Capon功率谱在整个空间内的功率分布,进行谱峰搜索便可以获得干扰的入射角度。假设通过搜索获得到的角度分别为  $\{\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \dots, \bar{\theta}_Q\}$ ,  $Q$  为搜索到的干扰信号的峰值个数。再根据已知的阵列结构信息,便可以获得相应的干扰导向矢量  $\{\mathbf{a}(\bar{\theta}_1), \mathbf{a}(\bar{\theta}_2), \dots, \mathbf{a}(\bar{\theta}_Q)\} = \{\bar{\mathbf{a}}_1, \bar{\mathbf{a}}_2, \dots, \bar{\mathbf{a}}_Q\}$ 。很显然,由于阵列结构存在误差、这些估计的干扰信号的导向矢量是不准确的,为了消除存在的误差,可以借鉴文献[9]中提出的方法。将这些估计的干扰信号导向矢量都约束在一个不确定集内,通过如下约束条件进行优化

$$\begin{aligned} \min \mathbf{a}^H \hat{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \mathbf{a} \\ \text{s.t. } \|\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}_i\|^2 \leq \delta \end{aligned} \quad (25)$$

式中  $\delta$  为常数,代表不确定集的大小。上述优化问题的解可以写为

$$\check{\mathbf{a}}_i = \bar{\mathbf{a}}_i - (\mathbf{I} - \mu \hat{\mathbf{R}})^{-1} \bar{\mathbf{a}}_i \quad 1 \leq i \leq Q \quad (26)$$

式中  $\mu$  为拉格朗日乘数,可以通过等式  $\|(\mathbf{I} + \mu \hat{\mathbf{R}})^{-1} \bar{\mathbf{a}}_i\|^2 = \delta$  获得。在估计出准确的干扰导向矢量后,还需要估计每个干扰的功率来重构出干扰协方差矩阵。根据式(4)可以获得

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\} = \sigma_0^2 \mathbf{a}_0 \mathbf{a}_0^H + \sum_{l=1}^{L-1} \sigma_l^2 \mathbf{a}_l \mathbf{a}_l^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} = \mathbf{R}_{s+i} + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (27)$$

式中  $\mathbf{R}_{s+i} = \mathbf{R} - \sigma_n^2 \mathbf{I} = \sum_{l=0}^{L-1} \sigma_l^2 \mathbf{a}_l \mathbf{a}_l^H$  为期望信号加干扰协方差矩阵,将  $\mathbf{R}_{s+i}$  左右两边分别乘以  $\mathbf{a}_j^H$  和  $\mathbf{a}_j$ , 可获得

$$\mathbf{a}_j^H \mathbf{R}_{s+i} \mathbf{a}_j = \mathbf{a}_j^H \left( \sum_{l=0}^{L-1} \sigma_l^2 \mathbf{a}_l \mathbf{a}_l^H \right) \mathbf{a}_j \quad (28)$$

式中  $\mathbf{a}_j$  和  $\mathbf{a}_l$  代表从不同方向入射信号的导向矢量,并且当  $\mathbf{a}_j$  和  $\mathbf{a}_l$  代表的入射方向相距很远时,可认为他们是相互正交的,即:  $\mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_l = 0, j \neq l$ , 或者近似正交,即:  $\mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_l \ll \mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_j, j \neq l$ , 所以式(28)等号右边仅存在  $\sigma_l^2 \mathbf{a}_l^H \mathbf{a}_l \mathbf{a}_l^H \mathbf{a}_l$ , 其余项可以被忽略,式(28)即变为

$$\mathbf{a}_l^H \mathbf{R}_{s+i} \mathbf{a}_l = \sigma_l^2 \mathbf{a}_l^H \mathbf{a}_l \mathbf{a}_l^H \mathbf{a}_l \quad (29)$$

因此,可以计算出第  $l$  个干扰的功率

$$\sigma_l^2 = \frac{\mathbf{a}_l^H \mathbf{R}_{s+i} \mathbf{a}_l}{|\mathbf{a}_l^H \mathbf{a}_l|^2} \quad (30)$$

将式(26)中估计出的干扰信号导向矢量代入式(30),并且将  $\mathbf{R}_{s+i}$  近似为  $\check{\mathbf{R}}_{s+i} = \hat{\mathbf{R}} - \hat{\sigma}_n^2 \mathbf{I}$ , 最终干扰的功率估计为

$$\tilde{\sigma}_i^2 = \frac{\tilde{\mathbf{a}}_i^H \tilde{\mathbf{R}}_{s+i} \tilde{\mathbf{a}}_i}{|\tilde{\mathbf{a}}_i^H \tilde{\mathbf{a}}_i|^2} \tag{31}$$

在估计出干扰导向矢量和功率后,便可重构出干扰加噪声协方差矩阵

$$\tilde{\mathbf{R}}_{i+n} = \sum_{l=1}^L \tilde{\sigma}_l^2 \tilde{\mathbf{a}}_l \tilde{\mathbf{a}}_l^H + \hat{\sigma}_n^2 \mathbf{I} \tag{32}$$

文献[27]中关于期望导向矢量的估计方法也有别于文献[21, 22]。根据已知的阵列结构,可以获得协方差矩阵  $\mathbf{C} = \int_{\Theta} \bar{\mathbf{a}}(\theta) \bar{\mathbf{a}}^H(\theta) d\theta$ ,  $\mathbf{U}$  为  $\mathbf{C}$  的小特征值张成的子空间。显然,真实的期望信号导向矢量  $\bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}$  是与空间  $\mathbf{U}$  相互正交的,或者  $\bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}$  属于  $\mathbf{I} - \mathbf{U}\mathbf{U}^H$  张成的子空间。根据这个性质,可以对期望信号导向矢量设置如下约束

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{e}} & (\bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}_{\perp})^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} (\bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}_{\perp}) \\ \text{s.t.} & \bar{\mathbf{a}}_0^H \mathbf{e}_{\perp} = 0 \\ & (\bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}_{\perp})^H \mathbf{U}\mathbf{U}^H (\bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}_{\perp}) \leq 0 \end{aligned} \tag{33}$$

上述优化问题可以通过凸优化工具包进行求解,在获得估计后的期望信号导向矢量  $\check{\mathbf{a}}_0 = \bar{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{e}_{\perp}$  后,结合式(32)重构的干扰加噪声协方差矩阵  $\tilde{\mathbf{R}}_{i+n}$ ,可获得波束形成的权矢量

$$\tilde{\mathbf{w}} = \frac{\tilde{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \check{\mathbf{a}}_0}{\check{\mathbf{a}}_0^H \tilde{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \check{\mathbf{a}}_0} \tag{34}$$

### 2.4 基于残留噪声消除和干扰功率估计的协方差矩阵重构算法

文献[28]提出 Capon 功率谱的功率分布中有残留噪声存在。假如只有一个信号从角度  $\theta_{i1}$  入射,功率为  $\sigma^2$ ,那么协方差矩阵为  $\mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{a}(\theta_{i1}) \mathbf{a}^H(\theta_{i1}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}$ ,代入式(7)得

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) (\sigma^2 \mathbf{a}(\theta_{i1}) \mathbf{a}^H(\theta_{i1}) + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \tag{35}$$

当  $\theta = \theta_{i1}$  时,式(35)变为

$$P(\theta_{i1}) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta_{i1}) (\sigma^2 \mathbf{a}(\theta_{i1}) \mathbf{a}^H(\theta_{i1}) + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}(\theta_{i1})} = \frac{\sigma_n^2}{M} + \sigma^2 \tag{36}$$

式(36)表示,在每个谱峰处,其代表的功率值是入射的信号功率和残留的噪声功率之和,并且残留噪声的功率为实际噪声功率的  $1/M$ 。残留噪声的存在还可以从另外一个角度进行证明。假设只有高斯白噪声存在,没有入射信号,那么协方差矩阵变为  $\mathbf{R} = \sigma_n^2 \mathbf{I}$ ,代入式(7),可得

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) (\sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}(\theta)} = \frac{\sigma_n^2}{M} \tag{37}$$

式(37)证明残留噪声存在于整个空间内,因此可以推断,在每个信号谱峰处,其功率值都是入射的信号功率和残留噪声功率之和。残留噪声功率可以利用 Capon 功率谱在非信号区域进行估计

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{1}{\bar{\mathbf{a}}^H(\theta_t) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta_t)} \quad \theta_t \in \Theta_n \tag{38}$$

式中:  $\Theta_n$  为非信号角度区域;  $\theta_t$  是在  $\Theta_n$  的采样点;  $T$  为采样点个数。根据式(36, 37),可获得实际的噪声功率和噪声协方差矩阵

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_n^2 &= M \hat{\sigma}_n^2 \\ \tilde{\mathbf{R}}_n &= \tilde{\sigma}_n^2 \mathbf{I} \end{aligned} \tag{39}$$

为了得到准确的期望信号导向矢量,文献[28]在消除残留噪声成分后重构期望信号协方差矩阵,其最大特征值对应的特征矢量可认为是期望信号导向矢量。与之前的重构方法不同

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{R}}_s &= \int_{\Theta} (\hat{P}(\theta) - \hat{\sigma}_n^2) \bar{\mathbf{a}}(\theta) \bar{\mathbf{a}}^H(\theta) d\theta = \\ &= \int_{\Theta} \left( \frac{1}{\bar{\mathbf{a}}^H(\theta) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta)} - \hat{\sigma}_n^2 \right) \bar{\mathbf{a}}(\theta) \bar{\mathbf{a}}^H(\theta) d\theta = \\ &= \int_{\Theta} \left( \frac{1}{\bar{\mathbf{a}}^H(\theta) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta)} \bar{\mathbf{a}}(\theta) \bar{\mathbf{a}}^H(\theta) d\theta - \int_{\Theta} \hat{\sigma}_n^2 \bar{\mathbf{a}}(\theta) \bar{\mathbf{a}}^H(\theta) d\theta \right)\end{aligned}\quad (40)$$

式中:  $\hat{P}(\theta) - \hat{\sigma}_n^2$  代表了准确的信号功率谱分布,它应该是一个正数,因此在  $\Theta$  内只选择大于零的部分而忽略小于等于零的部分。  $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_M$  是  $\tilde{\mathbf{R}}_s$  的  $M$  个从大到小的顺序排列特征值,对应的特征矢量为  $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_M] = [\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2]$ , 故期望信号导向矢量可以估计为

$$\tilde{\mathbf{a}}_0 = \sqrt{M} \mathbf{b}_1 \quad (41)$$

$\mathbf{B}_1$  代表着前  $J$  个大特征值代表的特征矢量,显然  $\tilde{\mathbf{a}}_0$  是在  $\mathbf{B}_1$  张成的子空间内,并且与  $\mathbf{I} - \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^H$  张成的子空间正交。因此对每一次接收到的数据快拍  $\mathbf{x}(t)$ , 可利用  $\mathbf{I} - \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^H$  构造投影矩阵来消除期望信号成分

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{P}^H \mathbf{x}(t) = \\ &= \mathbf{P}^H (\mathbf{x}_s(t) + \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{n}(t)) \approx \\ &= \mathbf{P}^H (\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{n}(t))\end{aligned}\quad (42)$$

式中  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^H = \mathbf{I} - \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^H$ , 对投影后的数据快拍计算其协方差矩阵

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{R}} &= \frac{1}{K} \sum_{t=1}^K \tilde{\mathbf{x}}(t) \tilde{\mathbf{x}}^H(t) = \\ &= \mathbf{P}^H \frac{1}{K} \sum_{t=1}^K \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t) \mathbf{P} = \\ &= \mathbf{P}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{P}\end{aligned}\quad (43)$$

可以发现  $\mathbf{P}$  为  $\mathbf{B}_1$  子空间的投影补矩阵,所以其不会改变导向矢量的模值大小。故可将  $\mathbf{P}^H \tilde{\mathbf{R}}_i \mathbf{P}$  近似为  $\tilde{\mathbf{R}}_i$ , 结合式(42,43), 可得到

$$\begin{aligned}\mathbf{P}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{P} &\approx \mathbf{P}^H \frac{1}{K} \sum_{t=1}^K (\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{n}(t)) (\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{n}(t))^H \mathbf{P} \approx \\ &= \mathbf{P}^H \tilde{\mathbf{R}}_i \mathbf{P} + \tilde{\sigma}_n^2 \mathbf{P}^H \mathbf{P} \approx \\ &= \tilde{\mathbf{R}}_i + \tilde{\sigma}_n^2 \mathbf{P}^H \mathbf{P}\end{aligned}\quad (44)$$

根据式(44)干扰协方差矩阵  $\tilde{\mathbf{R}}_i \approx \mathbf{P}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{P} - \tilde{\sigma}_n^2 \mathbf{P}^H \mathbf{P}$ 。显然  $\tilde{\mathbf{R}}_i$  是不准确的,因为式(42)的近似会导致误差,但  $\tilde{\mathbf{R}}_i$  中包含的最主要的信息还是干扰信号。根据理想的干扰协方差矩阵的表达式

$$\mathbf{R}_i = \sum_{l=1}^{L-1} \sigma_l^2 \mathbf{a}_l \mathbf{a}_l^H = \mathbf{A}_i \mathbf{\Lambda}_i \mathbf{A}_i^H \quad (45)$$

式中:  $\mathbf{A}_i = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{L-1}] \in \mathbf{C}^{M \times (L-1)}$ ,  $\mathbf{\Lambda}_i = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_{L-1}^2\}$  为对角阵,在  $\mathbf{R}_i$  左右两边分别乘以  $(\mathbf{A}_i^H \mathbf{A}_i)^{-1} \mathbf{A}_i^H$  和  $\mathbf{A}_i (\mathbf{A}_i^H \mathbf{A}_i)^{-1}$ , 可得

$$\mathbf{\Lambda}_i = (\mathbf{A}_i^H \mathbf{A}_i)^{-1} \mathbf{A}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{A}_i (\mathbf{A}_i^H \mathbf{A}_i)^{-1} \quad (46)$$

式(46)可以理解为,当获得干扰的导向矢量以及干扰协方差矩阵时,便可以求得干扰的功率。将  $\mathbf{A}_i$  用 Capon 功率谱所到的谱峰对应的导向矢量  $\bar{\mathbf{A}}_i = [\bar{\mathbf{a}}_1, \bar{\mathbf{a}}_2, \dots, \bar{\mathbf{a}}_{L-1}]$  代替<sup>[27]</sup>,  $\mathbf{R}_i$  用式(44)中的  $\tilde{\mathbf{R}}_i$  替代,

可得

$$\tilde{\mathbf{A}}_i = (\bar{\mathbf{A}}_i^H \bar{\mathbf{A}}_i)^{-1} \bar{\mathbf{A}}_i^H (\mathbf{P}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{P} - \tilde{\sigma}_n^2 \mathbf{P}^H \mathbf{P}) \bar{\mathbf{A}}_i (\bar{\mathbf{A}}_i^H \bar{\mathbf{A}}_i)^{-1} \quad (47)$$

式中 $\tilde{\mathbf{A}}_i$ 可能不是对角阵,但其对角线上的元素为估计的干扰功率,根据干扰协方差矩阵表达形式以及噪声协方差矩阵,可以重构出干扰加噪声协方差矩阵

$$\tilde{\mathbf{R}}_{i+n} = \bar{\mathbf{A}}_i \tilde{\mathbf{A}}_i \bar{\mathbf{A}}_i^H + \tilde{\sigma}_n^2 \mathbf{I} \quad (48)$$

将估计出的期望信号导向矢量 $\tilde{\mathbf{a}}_0$ 和重构的干扰加噪声协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_{i+n}$ 代入式(5),可得到波束形成器的权矢量

$$\tilde{\mathbf{w}} = \frac{\tilde{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \tilde{\mathbf{a}}_0}{\tilde{\mathbf{a}}_0^H \tilde{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \tilde{\mathbf{a}}_0} \quad (49)$$

### 3 仿真实验与结果

为了验证算法的有效性和稳健性,对文献[21, 22, 28]中的算法进行仿真分析。在实验仿真部分,考虑一个由 $M=10$ 个全向阵元组成的均匀线阵,阵元之间的间距是 $d=\lambda/2$ ,噪声为零均值的加性高斯白噪声。空间中存在两个来自 $\theta_1=-30^\circ$ 和 $\theta_2=40^\circ$ 干扰信号源,干噪比为30 dB,同时期望信号位于 $\theta_s=-5^\circ$ 。假设存在 $-3^\circ$ 的估计误差,即相应的估计的角度分别为: $\bar{\theta}_s=-5^\circ, \theta_1=-33^\circ$ 和 $\theta_2=37^\circ$ 。其中,期望信号的角度范围被认为是 $\Theta_s=[\bar{\theta}_s-8^\circ, \bar{\theta}_s+8^\circ]$ ,干扰的角度范围是 $\Theta_1=[\bar{\theta}_1-8^\circ, \bar{\theta}_1+8^\circ]$ , $\Theta_2=[\bar{\theta}_2-8^\circ, \bar{\theta}_2+8^\circ]$ , $\Theta_i=\Theta_1 \cup \Theta_2$ 。期望信号、干扰信号、噪声之间均互不相关。当比较自适应波束形成算法的性能与快拍数之间的关系时,信噪比固定在20 dB;当比较平均输出信干噪比与输入信噪比之间的关系时,快拍数固定为20。在给定条件下,所有的实验结果均由100次蒙特卡洛实验平均所得。在仿真实验中,将特征子空间(Eigenspace)算法<sup>[15]</sup>、最差情况性能最优(Worst-case performance optimization, WPO)算法<sup>[19]</sup>、基于功率谱采样(Spatial power spectrum sampling, SPSS)的协方差矩阵重构算法<sup>[25]</sup>作为对比算法。

在文献[15]中,参数 $\rho$ 设置为 $\rho=0.9$ ;文献[19]中的不确定集设置为 $\epsilon=0.3M$ ;文献[25]中 $\alpha_0=0^\circ$ 并且 $\delta=\arcsin(M/2)$ 。文献[22]中 $\epsilon$ 设置为 $\epsilon=0.1$ ;文献[28]中 $N$ 被设为 $N=3$ 。

#### 3.1 方向误差条件下的自适应波束形成算法性能分析

在蒙特卡洛实验中,假设期望信号和干扰信号的波达方向误差服从 $[-4^\circ, 4^\circ]$ 上的均匀分布。图1比较了各个波束形成器的输出信干噪比随输入信噪比变化的曲线,可以看出文献[28]中的算法不管是在低输入信噪比还是在高输入信噪比的情况下,都能取得最高的输出信干噪比。图2则给出了阵列快拍数对波束形成器输出信干噪比的影响,可以看出快拍数的变化对各个算法的输出信干噪比没有太大的影响,其中文献[22]和文献[28]之间性能差距很小。

#### 3.2 幅相误差条件下的自适应波束形成算法性能分析

在本实验中,假设均匀线阵中的每个阵元的幅度和相位均存在一定的误差,并且分别服从 $N(1, 0.1^2)$ 和 $N(0, (0.025\pi)^2)$ 的高斯分布,而且在每次蒙特卡洛实验中对每个快拍来说是恒定不变的。图3中的曲线表示了所提算法与各种对比算法的输出信干噪比与输入信噪比之间的关系曲线,可以看出在低信噪比的条件下,文献[15, 19]中的算法比文献[21, 22, 25, 28]的算法获得更高的输出信干噪比;而在高信噪比的条件下,文献[21, 22, 25, 28]算法可以获得更好的性能。图4给出了各个算法的输出信干噪比与快拍数之间的变化曲线,进一步体现了文献[21, 22, 28]中所提算法的优越性,然而相比于理论上最优的输出信干噪比,仍存在一定的差距。

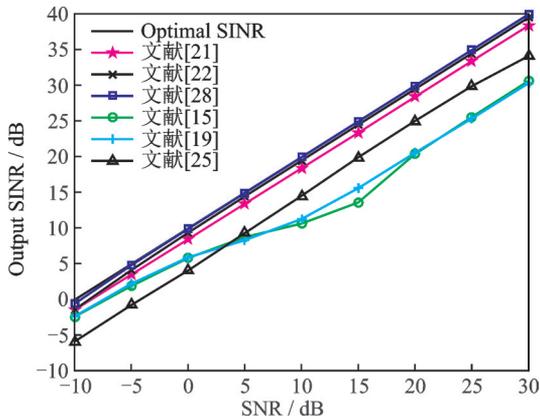


图1 角度误差情况下输出信干噪比相对于输入信干噪比的变化

Fig.1 Output SINR versus the input SNR in case of look direction error

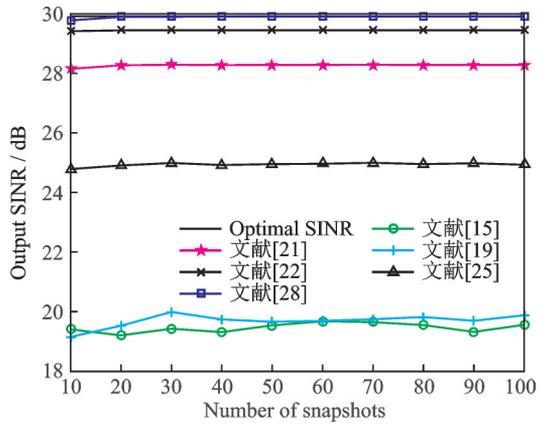


图2 角度误差情况下输出信干噪比相对于快拍数的变化

Fig.2 Output SINR versus the number of snapshots in case of look direction error

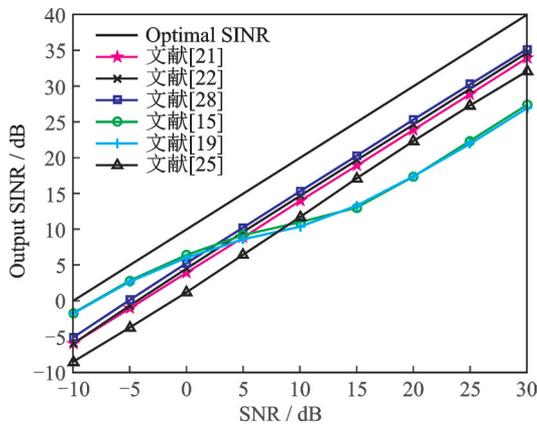


图3 幅相误差情况下输出信干噪比相对于输入信干噪比的变化

Fig.3 Output SINR versus the input SNR in case of amplitude and phase perturbations

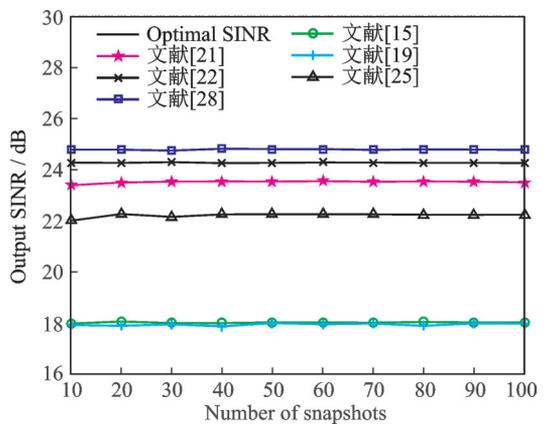


图4 幅相误差情况下输出信干噪比相对于快拍数的变化

Fig.4 Output SINR versus the number of snapshots in case of amplitude and phase perturbations

#### 4 结束语

本文主要对4种基于协方差矩阵重构的稳健自适应波束形成算法进行综述。前两种基于线性积分和基于体积积分的协方差矩阵重构可认为是同一类算法。基于线性积分的协方差矩阵重构算法首先提出在非期望信号角度区域内利用Capon功率谱积分重构出干扰加噪声协方差矩阵;基于体积积分的协方差矩阵重构算法将导向矢量约束在一个空间圆环内,然后在干扰角度区域内利用Capon功率谱积分重构出干扰协方差矩阵,将导向矢量存在的误差推广至更加一般的模型;当约束的空间圆环为零时,基于体积积分的协方差矩阵重构和基于线积分的协方差矩阵重构为同一个算法。接着本文介绍了基于干扰导向矢量和功率估计的协方差矩阵重构算法,该算法利用Capon功率谱进行谱峰搜索得到干扰导向矢量,并通过优化来消除误差,然后利用导向矢量的近似正交性质来估计干扰功率,最后重构出干扰协

方差矩阵。最后本文介绍了基于残留噪声消除和干扰功率估计的协方差矩阵重构算法,该算法首先证明Capon功率谱中包含有残留噪声,接着分析其数值变化;然后在消除残留噪声的影响后重构期望信号协方差矩阵来获得期望信号导向矢量;最后通过对数据快拍投影获得干扰功率来重构出干扰协方差矩阵。后两种算法可认为是一类算法,它们根据干扰加噪声协方差矩阵的理论形式进行重构,进一步提高了算法的性能。

波束形成作为阵列信号处理领域的一个重要分支,经过了几十年的研究,现如今已经取得了非常显著的成果。近年来稳健性更是成为波束形成中的研究热点,本文介绍的4种基于协方差矩阵重构的自适应波束形成算法均能在误差情况下取的较好的性能。尽管如此,依然存在一些问题值得进一步研究:(1)目前大部分的波束算法都是针对均匀线阵下的远场窄带信号。然而在实际应用中,阵列接收宽带近场信号的场景越来越多。针对宽带信号,尤其是针对语音信号,此类算法是能还能适用。(2)本文介绍的4种算法中采用的都是均匀线阵,对于非均匀线阵、圆阵或者是矩形阵,能否将这些算法与阵列的特点相结合,提出更加一般性的稳健自适应波束形成算法。(3)总体来说基于积分重构协方差矩阵的算法均具有较高的计算复杂度,针对大规模天线阵列,很难应用于实际的系统。(4)当期望信号和干扰之间非常靠近时,此类算法是否还能够有效地将干扰抑制并保留期望信号。

#### 参考文献:

- [1] Kaneda Y, Ohga J. Adaptive microphone-array system for noise reduction[J]. *Acoustics Speech & Signal Processing IEEE Transactions on*, 1986, 34(6): 1391-1400.
- [2] Benesty J, Chen J, Huang Y. *Microphone array signal processing*[M]. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008.
- [3] Gershman A B, Nemeth E, Bohme J F. Experimental performance of adaptive beamforming in a sonar environment with a towed array and moving interfering sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(1): 246-250.
- [4] Hu Jinsong, Shu Feng, Li Jun. Robust synthesis method for secure directional modulation with imperfect direction angle[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(6): 1084-1087.
- [5] Capon J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1969, 57(8): 1408-1418.
- [6] Van Trees H L. *Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory*[M]. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004.
- [7] Cox H, Zeskind R M, Owen M M. Robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Acoustics Speech & Signal Processing*, 1987, 35(10): 1365-1376.
- [8] Carlson B D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1988, 24(4): 397-401.
- [9] Li Jian, Stoica P, Wang Z. On robust Capon beamforming and diagonal loading[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(7): 1702-1715.
- [10] Elnashar A, Elnoubi S M, El-Mikati H A. Further study on robust adaptive beamforming with optimum diagonal loading[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2006, 54(12): 3647-3658.
- [11] Du Lin, Li Jian, Stoica P. Fully automatic computation of diagonal loading levels for robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(1): 449-458.
- [12] Feldman D D, Griffiths L J. A projection approach for robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(4): 867-876.
- [13] Feldman D D. An analysis of the projection method for robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1996, 44(7): 1023-1030.
- [14] Huang Fei, Sheng Weixing, Ma Xiaofeng. Modified projection approach for robust adaptive array beamforming[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(7): 1758-1763.
- [15] Jia Weimin, Jin Wei, Zhou Shuhua, et al. Robust adaptive beamforming based on a new steering vector estimation algorithm [J]. *Signal Processing*, 2013, 93(9): 2539-2542.

- [16] Li Jian, Stoica P, Wang Z. Doubly constrained robust Capon beamformer[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(9): 2407-2423.
- [17] Lorenz R G, Boyd S P. Robust minimum variance beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(5): 1684-1696.
- [18] Nai S, Ser W, Zhu Y, et al. Iterative Robust Minimum Variance Beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(4): 1601-1611.
- [19] Vorobyov S A, Gershman A B, Luo Z. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(2): 313-324.
- [20] Khabbazi-basmenj A, Vorobyov S A, Hassanien A. Robust adaptive beamforming based on steering vector estimation with as little as possible prior information[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(6): 2974-2987.
- [21] Gu Yujie, Leshem A. Robust adaptive beamforming based on interference covariance matrix reconstruction and steering vector estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(7): 3881-3885.
- [22] Huang Lei, Zhang Jing, Xu Xu, et al. Robust adaptive beamforming with a novel interference-plus-noise covariance matrix reconstruction method[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(7): 1643-1650.
- [23] Feng Shen, Chen Fengfeng, Song Jinyang. Robust adaptive beamforming based on steering vector estimation and covariance matrix reconstruction[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(9): 1636-1639.
- [24] Zhang Fuzhen, Zhang Qingling. Eigenvalue inequalities for matrix product[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(9): 1506-1509.
- [25] Zhang Zhenyu, Liu Wei, Leng Wen, et al. Interference-plus-noise covariance matrix reconstruction via spatial power spectrum sampling for robust adaptive beamforming[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(1): 121-125.
- [26] Zhou Chengwei, Gu Yujie, He Shibo, et al. A robust and efficient algorithm for coprime array adaptive beamforming[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 99: 1099-1112.
- [27] Zheng Zhi, Zheng Yan, Wang Wenqin, et al. Covariance matrix reconstruction with interference steering vector and power estimation for robust adaptive beamforming[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(9): 8495-8503.
- [28] Zhu Xingyu, Ye Zhongfu, Xu Xu, et al. Covariance matrix reconstruction via residual noise elimination and interference powers estimation for robust adaptive beamforming[J]. IEEE Access, 2019, 7: 53262-53272.
- [29] Zhu Xingyu, Xu Xu, Ye Zhongfu. Robust adaptive beamforming via subspace for interference covariance matrix reconstruction [J]. Signal Processing, 2020, 8: 107289.
- [30] Stoica P, Li Jian, Tan Xing. On spatial power spectrum and signal estimation using the Pisarenko framework[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(10): 5109-5119.
- [31] Grant M, Boyd S, Cvx Y Y. Matlab software for disciplined convex programming[EB/OL]. (2018-12)[2019-06]. <http://cvxr.com/cvx>, 2018.

## 作者简介:



叶中付(1959-),男,教授,博士生导师,研究方向:统计信号处理、阵列信号处理和语音信号处理, E-mail: yezf@ustc.edu.cn。



朱星宇(1994-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理, E-mail: xyzhuxyz@mail.ustc.edu.cn。

(编辑:张黄群)